

POSREDNA MATRIČNA VERIFIKACIJA IN SEMANTIČNA DREVESA

posredni dokaz; *reductio ad absurdum* ali zvajanje na nesmisel: gre za dokaz, pri katerem dokažemo neko trditev na način, da ovržemo njej nasprotno trditev (negacijo), tako da jo zvedemo na protislovje. Pri posredni matrični verifikaciji določene stavčne formule predpostavimo, da ta formula ni tautološka in nato poskušamo priti do protislovja.

Vaja A: Z metodo posredne matrične verifikacije preveri ali je dana stavčna formula tautologija.

$$\langle 1 \rangle \quad (\neg q \supset \neg p) \supset (p \supset q)$$

$$\text{rešitev: } \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ * & * & * & & & & \end{array}$$

prišli smo do protislovja, torej gre za tautologijo

$$\langle 2 \rangle \quad (\neg p \wedge q) \supset (r \vee q)$$

$$\langle 3 \rangle \quad ((p \supset q) \wedge p) \supset q$$

$$\langle 4 \rangle \quad ((p \supset q) \wedge q) \supset p$$

$$\langle 5 \rangle \quad ((\neg p \supset \neg q) \wedge q) \supset p$$

Semantična drevesa so pripomoček za ugotavljanje **konsistentnosti** množic stavkov in **dokazovanje** veljavnosti argumentov.

Dana množica stavkov je konsistentna, ko v njej ni protislovnih stavkov oziroma, ko obstaja takšna logična situacija, v kateri so vsi stavki te množice resnični. Ko uporabljamo metodo semantičnih dreves najprej dane sestavljene stavke iz množice razstavimo na elementarne stavke po pravilih za gradnjo semantičnih dreves. Vsaka veja drevesa v diagramu predstavlja možno situacijo. Če so v drevesu vse veje zaprte (tj. če smo našli protislovje), potem je izbrana množica stavkov nekonsistentna. Če vsaj ena veja ostane odprta, potem je izbrana množica stavkov konsistentna.

Pravila semantičnih dreves	
NERAZVEJANA PRAVILA	RAZVEJANA PRAVILA
<i>dvojna negacija</i> $\sqrt{\neg\neg P}$ P	<i>implikacija</i> $\sqrt{(P \supset Q)}$ / \ $\neg P$ Q
<i>konjunkcija</i> $\sqrt{P \wedge Q}$ P Q	<i>negacija konjunkcije</i> $\sqrt{\neg(P \wedge Q)}$ / \ $\neg P$ $\neg Q$
<i>negacija implikacije</i> $\sqrt{\neg(P \supset Q)}$ P $\neg Q$	<i>disjunkcija</i> $\sqrt{(P \vee Q)}$ / \ P Q
<i>negacija disjunkcije</i> $\sqrt{\neg(P \vee Q)}$ $\neg P$ $\neg Q$	<i>ekvivalenca</i> $\sqrt{(P \equiv Q)}$ / \ P $\neg P$ Q $\neg Q$
	<i>negacija ekvivalence</i> $\sqrt{\neg(P \equiv Q)}$ / \ $\neg P$ P Q $\neg Q$

Vaja B: Z metodo semantičnih dreves preveri konsistentnost dane množice stavkov.

<6> $\{p \wedge \neg q, \neg\neg p, r \wedge \neg p\}$

rešitev:

1. $\sqrt{p \wedge \neg q}$

2. $\sqrt{\neg\neg p}$

3. $\sqrt{r \wedge \neg p}$

4. p

5. $\neg q$

6. p

7. r

8. $\neg p$ X (protislovje 6,8), množica je nekonsistentna

<7> $\{(p \supset q), \neg q, r \wedge p\}$

<8> $\{p \supset q, r \supset q, \neg(p \vee \neg r)\}$

<9> $\{p \wedge \neg q, q, p \equiv q\}$

<10> $\{p \vee (q \equiv r), \neg(r \supset \neg p)\}$

<11> $\{q \wedge p, \neg r, p \supset r\}$

<12> $\{\neg(p \equiv q), p \wedge q\}$

<13> $\{\neg(p \wedge q), q \supset p\}$

<14> $\{q \vee r, \neg\neg r, p \supset r\}$

<15> $\{p \vee r, \neg q, p \wedge q\}$

<16> $\{p \vee r, \neg q, p \vee q\}$