

TEORIJA UPOGIBA PALICE IN UPOGIBNI PREIZKUS

Milan Ambrožič

STROKOVNI ČLANEK

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška 160, 2000 Maribor

POVZETEK

Odpornost strukturnih materialov proti mehanskim napetostim najlažje merimo s štiritočkovnim upogibnim preizkusom. Pri krhkih materialih moramo biti pri tem pozorni tudi na kakovost površine vzorcev. Enak preizkus pa lahko uporabimo tudi pri merjenju Youngovega modula. Pri kovinah je to precej lahko, saj lahko izdelamo dovolj dolge in tanke kovinske palice, tako da brez težav izmerimo upogib palice na njeni sredini. Pri keramičnih materialih, kjer lahko navadno naredimo le majhne vzorce, pa je merjenje Youngovega modula na takšen način težje izvedljivo. Enačbe pri upogibu palice in napetosti v njej so izpeljane v okviru linearne elastične teorije deformacije telesa.

Ključne besede: upogibni preizkus, mehanska napetost, upogibna trdnost, Youngov modul

The theory of the bending of the stick and the bending test

ABSTRACT

Resistance of structural materials to mechanical stress is most easily measured with the four-point bending test. In the case of brittle materials we must also pay attention to the quality of the surface of test samples. The same test can also be used to measure the material Young's modulus. This is quite easy in the case of metals since sufficiently long and thin sticks can be made, so that the bending of the middle part of the stick can be easily observed. This is not the case for ceramic materials, where only small samples can usually be fabricated, thus the measurement of Young's modulus in this way is more difficult. The equations in regard to bending of the stick and internal stresses are derived in the frame of the linear elastic theory of the deformation of the body.

Keywords: bending test, mechanical stress, bend strength, Young's modulus

1 UVOD

Pri merjenju upogibne trdnosti krhkih materialov uporabljamo tri- ali štiritočkovni upogibni preizkus (na kratko 3T- ali 4T-preizkus), vzorci, ki jih pri tem zlomimo, pa so največkrat palčke s pravokotnim ali okroglim prerezom [1–5]. Značilne upogibne trdnosti tehničnih keramičnih materialov so več sto megapascalov [6, 7]. Za krhke materiale je značilno, da je plastično območje (to je območje mehanskih napetosti, ki povzročijo trajno – neprožno deformacijo, čeprav še ne pride do zloma) praktično zanemarljivo in lahko uporabimo linearno elastično teorijo deformacije telesa vse do zloma [8]. To je ugodno, kar lahko iz geometrije 3T- ali 4T-preizkusa in iz zlomne sile izračunamo napetosti po prostornini vzorca tik pred zlomom z relativno preprostimi enačbami.

Upogibni preizkus se uporablja tudi v serijski proizvodnji za redno kontrolo kakovosti izdelkov. Pri tem so preizkusni vzorci dostikrat kar izdelki sami, ki navadno nimajo preprostih geometrijskih oblik in je

zato izračun napetosti v njih pri obremenitvi neprimeren težji. Razen tega gre pogosto za kompozitne materiale, zaradi česar so manj krhki, to je, plastično območje napetosti se lahko znatno razširi. Kot primer omenimo redno preizkušanje vlaknocementnih valovitih strešnih plošč v podjetju Esal v Anhovem [9]. Ko se plošča pri 3T-preizkusu zlomi, zlomna sila v strogem pomenu ni natančno definirana, ker po zlomu oba kosa plošče še vedno ostaneta skupaj, tudi zaradi vlaken. Razen tega se zlom ne zgodi v trenutku, temveč traja neki kratek čas. Zato morajo imeti merilne naprave natančno programirane in za prikaz ustrezne nominalne zlomne sile.

Upogibni preizkus pa lahko uporabimo tudi za merjenje Youngovega modula snovi. Ustrezne enačbe namreč povezujejo upogibne sile, Youngov modul in dimenzije vzorca z njegovim upogibom na sredini [10]. Ta upogib je zelo odvisen od dolžine vzorca (natančneje, od razmikov med silami na **sliki 3**), zato je merjenje Youngovega modula natančnejše, če lahko izdelamo daljše preizkusne palice, kar je pri kovinah veliko lažje kot pri keramiki.

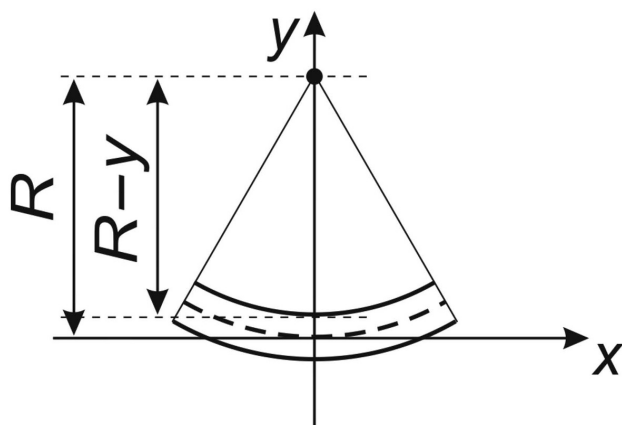
Čeprav je končna enačba za upogibno trdnost, posebno pri vzorcih s pravokotnim ali okroglim prerezom, preprostejša kot enačba za Youngov modul, pa so izmerjene vrednosti trdnosti veliko bolj občutljive za podrobnosti poskusa, kamor spada tudi kakovost površine vzorca na natezni strani med preizkusom. Na primer, ni vseeno, ali je ta površina brušena in polirana ali ne.

2 MATEMATIČNI MODEL

Obravnavamo upogib tanke palice v ravnini (x, y) . Namesto tridimenzionalnega (3D) prikaza geometrije se bomo zaradi jasnosti slik zadovoljili z dvodimenzionalnim (2D) prerezom. Naj bo palica na začetku na osi x in ravna. Njen odmik od osi x označimo z u , ustrezne odvode funkcije $u(x)$ pa s črticami, npr. $u' = du/dx$. Značilni parameter upogiba je krivinski polmer palice $R(x)$, ki se vzdolž palice lahko spreminja:

$$R = \frac{(1+(u')^2)^{3/2}}{u''} \approx \frac{1}{u''} \quad (1)$$

V preizkusnih razmerah je upogib zelo majhen, zato je majhen tudi odvod: $u' < 1$. Tako lahko enačbo (1) vedno poenostavimo in R izrazimo le z drugim odvodom: $R = 1/u''$. Krivinski polmer izbranega



Slika 1: Upogib odseka palice; s piko je označeno skupno središče krožnih lokov.

kratkega odseka palice pa lahko povežemo tudi z deformacijskim tenzorjem na način, kot prikazuje **slika 1**.

Privzemimo, da je obravnavani dolžinski odsek palice dovolj kratek, da ga lahko po sredini aproksimiramo s krožnim lokom z enotnim krivinski polmerom R . To je srednja črtkana (nevtralna) črta palice na sliki (dejansko gre za 3D nevtralno ploskev). Ta črta se pri deformaciji palice samo ukrivi in se nič ne podaljša, torej označimo njegovo dolžino kar z l , kolikor je bil dolg ravni odsek tudi na začetku. Drugi loki po debelini palice pa so določeni s koordinato y , kje sekajo os y tudi po deformaciji. Njihovi polmeri $R(y) = R - y$ so večji ali manjši od krivinskega polmera R , odvisno od predznaka y , podobno pa velja tudi za njihove dolžine: $l(y) = l + \Delta l(y)$. Privzamemo, da imajo vsi ti loki enak središčni kot glede na skupno središče, prikazano s piko na sliki. Potem so enaka tudi razmerja dolžin in polmerov lokov: $l(y)/l = R(y)/R$. Zato velja:

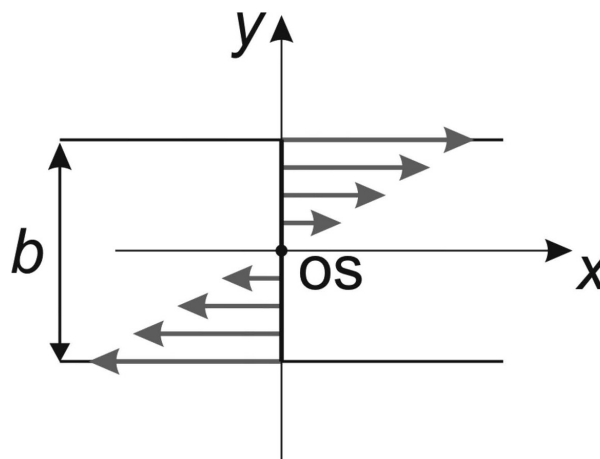
$$e_{xx} = \frac{\Delta l(y)}{l} = -\frac{y}{R} \quad (2)$$

Ker se palica v resnici ne upogne tako močno proč od osi x , kot smo zaradi nazornosti narisali, si mislimo, da gre pretežno samo za raztezke in skrčke palice v smeri osi x , ki pa so odvisni od koordinate y . Zato smo izračunani relativni raztezek označili kot komponento e_{xx} deformacijskega tenzorja [10, 11]. Ustrezno komponento napetostnega tenzorja dobimo po Hookovemu zakonu:

$$\sigma_{xx} = -\frac{E y}{R} \quad (3)$$

Približek, da lahko vse druge komponente napetostnega tenzorja zanemarimo, pri ne prevelikem upogibu palice odlično velja.

Povežimo zdaj upogib palice z zunanji silami in navori. Le-ti so vzrok tudi za notranje napetosti, sile in



Slika 2: Sile na izbrani prezek palice zaradi upogiba; s piko je označena os s koordinato $y = 0$ pri računu skupnega navora teh sil.

navore. Palica naj ima pravokotni prezek s širino a (v smeri osi z , pravokotno na **slika 1**) in debelino b (v smeri osi y). Pri upogibnem preizkusu se krivinski polmer palice spreminja po njeni dolžini, to je, v smeri osi x . Tu pa spet vzemimo le zelo kratek odsek palice pri nekem izbranem x , za katerega lahko privzamemo, da ima en sam krivinski polmer. Obravnavajmo porazdelitev sil na izbrani prezek palice (**slika 2**).

Čeprav je palica nekoliko ukrivljena, lahko prikazemo njen odsek kot raven, ker so premiki palice v smeri osi y zares majhni. Kot prezek mislimo seveda ustrezen pravokotnik s stranicama a in b , ki ga nam na tej 2D-sliki predoči samo odebeljena navpična daljica na osi y . V spodnji polovici palice so napetosti natezne, v zgornji polovici pa tlačne. Glede na simetrijo in na enačbo (3) so delne sile na tanke prečne »trakove« dimenzij a in dy linearno odvisne od koordinate y in so shematsko prikazane s puščicami ustreznih dolžin. Slika prikazuje sile levega dela palice na desni del in zaradi simetrije so te sile očitno v ravnovesju. Niso pa v ravnovesju njihovi navori. Skupni navor (glede na os pri $y = 0$) notranjih sil v palici mora zato uravnovešati zunanji navor M , zato velja enačba:

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} y \cdot dF = \int_{-b/2}^{b/2} y \cdot \sigma_{xx} dS \quad (4)$$

Upoštevajmo enačbo (3) za σ_{xx} brez predznaka, integrirajmo po prerezu palice in nazadnje dobimo:

$$M = \frac{E \cdot I}{R} \quad (5)$$

kjer vpeljemo ploščinski vztrajnostni moment palice v splošnem:

$$I = \int y^2 \cdot dS \quad (6)$$

Pri tem moramo meriti koordinato y glede na težišče ploskve. Pri palici s pravokotnim prerezem s stranicama a in b je ploščinski vztrajnostni moment enak:

$$I_p = \frac{ab^3}{12} \quad (7a)$$

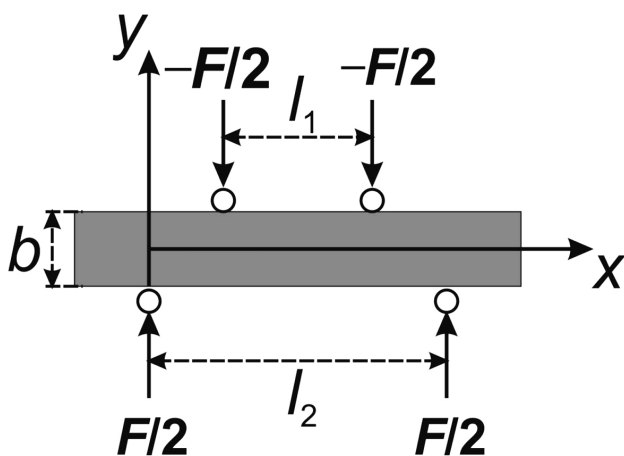
Takoj omenimo, da čeprav smo zaradi nazornosti vzeli pravokotni prerez palice, veljajo vse izpeljane enačbe, razen seveda (7a), tudi za druge oblike prereza, le ustrežni moment I moramo vstaviti vanje. Iz enačbe (6) lahko izpeljemo tudi I za okrogli prerez preizkusne palice, če je polmer kroga r :

$$I_k = \frac{\pi}{4} r^4 \quad (7b)$$

Pri upogibnih preizkusih uporabljajo tako pravokotne kot okrogle palice ali palčke.

Naslednji korak je povezava navora M_x z navpičnimi silami pri upogibnem preizkusu na **sliki 3**, tako da se vzorec na sredini upogne navzdol. Dovolj je obravnavati le 4T-preizkus, saj je 3T-preizkus le njegov poseben primer, ko postane razdalja med prijemališčema notranjih dveh sil po $F/2$ enaka nič, ti dve sili se torej združita pri 3T-preizkusu v eno samo silo F , ki deluje na sredini palice. Prijemališči »notranjega« zornjega para sil sta oddaljeni za l_1 , pri »zunanjem« spodnjem paru pa za $l_2 > l_1$. Dolžina palice je navadno precej večja od l_2 , ker zaradi robnih nepravilnosti v porazdelitvi napetosti prijemališči zunanjega para sil ne smeta biti preblizu koncev palice. Sicer pa podatek o dolžini palice za poskus ni pomemben.

Izberimo referenčno točko v vmesnem območju med notranjima silama, $(l_2 - l_1)/2 < x < (l_1 + l_2)/2$. Pri upogibnem navoru M v zvezi z enačbo (5) upoštevamo



Slika 3: Sile na palico pri 4T-preizkusu. Koordinato x pri računu merimo od levega konca palice. Kljub imenu preizkusa sile v resnici ne prijemajo točkovo, temveč linijsko, saj delujejo na vzorec prek valjčkov v prečni smeri (beli krogi).

samo navora obeh sil desno od izbrane točke. Njuna navora kažeta v nasprotnih smereh, zato je skupni navor glede na točko pri izbranem x enak:

$$M = \frac{F}{2} \cdot (l_2 - x) - \frac{F}{2} \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{2} - x \right) = \frac{F(l_2 - l_1)}{4} \quad (8a)$$

Koordinato x merimo od mesta, kjer prijemlje najbolj leva sila. Zanimivo pri enačbi (8a) je, da je v omenjenem območju navor povsod enak. Podobno izračunamo navora za levi del palice, torej nekje med najbolj levima silama, $x < (l_2 - l_1)/2$. Zdaj desno od izbrane točke delujejo tri sile namesto dveh, tako da je ustrezen izraz:

$$M = \frac{F}{2} \cdot (l_2 - x) - \frac{F}{2} \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{2} - x \right) - \frac{F}{2} \cdot \left(\frac{l_2 - l_1}{2} - x \right) = \frac{Fx}{2} \quad (8b)$$

Zaradi simetrije ni treba zapisati še navora za desni del palice. Upogibni preizkus na paličastem vzorcu lahko izvedemo za dva poglobljena namena: 1) merjenje trdnosti materiala, 2) merjenje Youngovega modula E .

Obravnavajmo najprej merjenje (upogibne) trdnosti vzorca, ker so končne enačbe enostavnejše. Tu niti ne potrebujemo enačbe (8b). Če kombiniramo med seboj enačbe (3), (5) in (8a), dobimo izraz za porazdelitev mehanskih napetosti pri 4T-preizkusu za notranji del palice (v zgoraj omenjenem intervalu za koordinato x):

$$\sigma_{xx}(y) = -\frac{F(l_2 - l_1)y}{4I} \quad (9)$$

Ugodno je, da se v enačbi (7) ne pojavi odvisnost od koordinate x . Prav tako ne potrebujemo podatka za Youngov modul in tudi ne izraza za odmike vzorca od osi x .

Privzemimo, da se zlom vzorca začne tam, kjer je natezna (pozitivna) napetost (9) največja: pri pravokotnem prerezu je to pri koordinati $y = -b/2$, pri okroglem pa pri $y = -r$. Pri pravokotnem prerezu upoštevamo še enačbo (7a) pa dobimo zelo znano enačbo za upogibno trdnost:

$$\sigma_u = \frac{3}{2} \cdot \frac{F(l_2 - l_1)}{ab^2} \quad (10a)$$

Za vzorce z okroglim prerezumom pa velja:

$$\sigma_u = \frac{F(l_2 - l_1)}{\pi r^2} \quad (10b)$$

Namesto maksimalne napetosti σ_{xx} na levi strani enačbe smo zapisali kar upogibno trdnost vzorca σ_u . Merilna naprava namreč postopoma povečuje silo F , dokler se vzorec ne zlomi. Zato je sila F v enačbah

(10) zlomna sila. Ker pa predpostavljamo, da je upogibna trdnost povsod v vzorcu enaka, je ta upogibna trdnost ravno enaka največji napetosti σ_{xx} spodaj tik pred zlomom.

Opišimo še upogib kot način merjenja Youngovega modula E . Povežemo ga z odmiki palice $u(x)$ v smeri osi y . Torej moramo obliko upognjene palice povezati s silo F . Krivinski polmer R se za dolgo palico v splošnem spreminja s koordinato x . Iz enačb $R = 1/u''$ in $M_z = EI/R$ odpravimo R in dobimo preprosto diferencialno enačbo za u :

$$u'' = \frac{M_z}{EI} \quad (11)$$

Odmike u izračunamo z dvakratnim integriranjem u'' po x , če poznamo odvisnost $M_z(x)$, kot smo navedli v enačbah (8). Samo integriranje enačb je preprosto: za levi del palice je odmik $u(x)$ polinom tretje stopnje, za srednji del pa polinom druge stopnje. Štiri dodatne integracijske konstante pa izračunamo z naslednjimi pogoji:

- $u(0) = 0$
- $u'(l_2/2) = 0$, ker je tam ekstrem
- zveznost u in odvoda u' pri $x = (l_2 - l_1)/2$, kjer se stikata rešitvi za levi in srednji del palice.

Tu nas ne zanima toliko končni izraz za obliko palice, temveč predvsem odmik sredine palice, ker je največji in ga zato najlažje merimo:

$$u(l_2/2) = \frac{F(l_2 - l_1)(2l_2^2 + 2l_1l_2 - l_1^2)}{96EI} \quad (12)$$

Iz te enačbe lahko izračunamo E , potem ko smo izmerili $u(l_2/2)$. Pri merjenju upogibne trdnosti je 4T-preizkus primernejši od 3T-preizkusa, saj so pri 4T-preizkusu napetosti v sredini vzorca, kjer se skoraj vedno zlomi, napetosti bolj homogene kot pri 3T-preizkusu. Pri merjenju E pa raje uporabimo kar 3T-preizkus, $l_1 = 0$, ker je tedaj absolutna vrednost odmika (12) največja:

$$\left|u(l_2/2)\right| = \frac{Fl_2^3}{4Eab^3} \quad (13)$$

Zapisan je le izraz za pravokotno palico, kjer uporabimo še enačbo (7a) za I . Ker je u glede na zgoraj opisano geometrijo negativen, raje zapišemo njegovo absolutno vrednost.

3 PREDNOSTI IN SLABOSTI UPOGIBNEGA PREIZKUSA

Štiritočkovni upogibni preizkus je praktičen in eleganten način merjenja trdnosti, posebno pri krhkih strukturnih keramičnih materialih. Tudi izvesti ga je neprimerno lažje kot npr. direktni natezni preskus z vlečenjem vzorcev. Tudi za merjenje Youngovega

modula kovin je ta način zelo uporaben, saj lahko naredimo dovolj dolge in tanke palice, da pri sili, ki je še v linearnem elastičnem območju, z lahkoto izmerimo odmik sredine palice. Drugače je s keramičnimi vzorci, ki so zaradi tehnologije izdelave omejeni na majhne velikosti. Zanimivo je primerjati enačbo (13) z enačbo (10a) za upogibno trdnost, kjer tudi vzamemo $l_1 = 0$ za 3T-preizkus. S primerjavo enačb lahko odpravimo silo in s tem ocenimo, za koliko se lahko vzorec največ upogne, preden se zlomi (če vnaprej poznamo vsaj približni vrednosti Youngovega modula in upogibne trdnosti). Ustrezna enačba je:

$$\left|u(l_2/2)\right| = \frac{\sigma_u l_2^3}{6Eb} \quad (14)$$

Zelo dobro izdelana tehnična keramika ZrO_2 ima upogibno trdnost največ 1 GPa, Youngov modul pa je okrog 200 GPa. Značilna dolžina, ki jo lahko dosežemo pri keramičnih preizkusnih palčkah, je npr. 5 cm. Razmik med spodnjima valjema mora biti manjši, vzorec ne sme biti pretanek, ker so sicer težave s procesiranjem, npr. s homogenim ulivanjem v kalup. Recimo, da dosežemo kakovostne vzorce z debelino $b = 2$ mm. Pri teh podatkih izračunamo iz (14) odmik 2/3 mm. Vendar ta podatek ne pove vsega. Recimo, da zaradi varnega območja vzamemo pol manjšo silo od lomne sile. Torej je ustrezen odmik 1/3 mm, če je $E = 200$ GPa.

Vendar je stvar v tem, da natančne vrednosti E ne poznamo, merili pa bi ga radi na 5 % natančno (glede na referenčno vrednost 200 GPa). Zaradi obratne sorazmernosti med u in E v (14) so ustrezne razlike odmika u glede na referenčno vrednost 1/3 mm tudi 5 %, absolutne razlike odmikov torej 1/60 mm. To pa ni več tako preprosto in moramo imeti optično pripravo. Pri tem pa smo izbrali optimalne podatke za ZrO_2 . Keramika Al_2O_3 ima navadno pol manjšo trdnost od ZrO_2 , hkrati pa približno dvakrat večji Youngov modul, kar zahteva štirikrat večjo natančnost meritve u .

Torej, upogibni preizkus je zelo uporaben za merjenje trdnosti keramičnih materialov, medtem ko se za merjenje Youngovega modula raje uporabljajo druge tehnike. Ena od njih je z merjenjem hitrosti ultrazvoka v vzorcu, iz tega podatka in iz gostote materiala pa preprosto izračunamo E . Vendar za to potrebujemo ultrazvočni izvir in ustrezno elektronsko opremo. Razen tega pa defekti, npr. pore v zelo porozni keramiki, lahko pomenijo preveliko motnjo za širjenje ultrazvoka skozi vzorec.

Raziskovalci predlagajo tudi različne načine merjenja lomne žilavosti K_c krhkih materialov na osnovi upogibnega preizkusa [12]. Ta količina povezuje trdnost snovi z velikostjo največjih defektov v njej, zato je njena interpretacija bolj zapletena. Gre

za značilne defekte mikroskopskih razsežnosti, ki se jim pri izdelavi materiala ne moremo nikoli povsem izogniti: pore, meje med različnimi kristalnimi fazami, celo majhne razpoke (mikrorazpoke) itd. Zaradi defektov je resnična trdnost σ materiala veliko manjša, navadno za en velikostni red, od teoretične trdnosti σ_t . Le-to ocenjujejo kot $\sigma_t \approx E/15$, saj je Youngov modul E direktno povezan s silami medatomske vezi. Tu ne bomo poudarjali, ali gre za upogibno trdnost ali kako drugače izmerjeno trdnost, saj bi morale biti vrednosti trdnosti, izmerjenih na različne načine, vsaj v osnovi precej podobne. Torej, čim večja je velikost a največjih defektov v vzorcu, tem manjša je trdnost, groba ocena zanjo pa je:

$$\sigma = Y \cdot \frac{K_c}{\sqrt{a}} \quad (15)$$

Enačba (15) izhaja iz Griffithove teorije loma krhkih materialov. Primerna fizikalna enota za K_c je $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Brezdimenzijska konstanta Y velikostnega reda 1 v enačbi je odvisna od geometrije in vrste defektov.

Najpreprostejši način merjenja K_c je z Vickersovo metodo, hkrati z merjenjem trdote. Pri tej metodi pritisnemo na polirano ravno površino vzorca z znano silo in v pravokotni smeri diamantno 4-strano piramido. Iz velikosti odtisa v površino izračunamo trdoto, če pa iz oglišč 2D prereza na sliki optičnega mikroskopa izhajajo dobro razvidne površinske razpoke, lahko iz njihovih dolžin izračunamo še K_c .

Pri upogibnem preizkusu kot alternativni metodi najprej na tisti strani vzorcev, ki je med preizkusom izpostavljena nateznim napetostim, naredijo zelo ozko podolgovato zarezo, pravokotno na smer nateznih sil. Pri postopnem povečevanju sile pri 4T upogibnem preizkusu se iz dna zareze začne širiti razpoka kot njen podaljšek, njena dolžina pri dani sili in geometrijskih parametrih preizkusa pa je merilo za K_c . Vendar pa je, prvič, izdelava takšne zareze z dobro definiranimi dimenzijami precej zahtevna, pa tudi teoretična interpretacija poskusa je neprimerno kompleksnejša od izpeljave upogibne trdnosti.

V splošnem sta lahko vsaj pri keramiki upogibna trdnost in z njo povezana lomna žilavost v nasprotju z Youngovim modulom pri merjenju z upogibnim preizkusom precej odvisni tudi od površine vzorca, vsaj njegove spodnje strani, ki je izpostavljena nateznim mehanskim napetostim. To je zato, ker pri zlomu razen defektov, porazdeljenih po prostornini vzorca, sodelujejo tudi površinski defekti. Zato se tudi raziskovalci kar naprej sprašujejo o najprimernejših standardih za pripravo vzorcev pred upogibnim preizkusom. Na primer, vprašanje je, ali naj se spodnja površina vzorca polira ali ne. Tudi ostri robovi, na primer pri vzorcih s pravokotnim prerezom, lahko

vplivajo na koncentracijo napetosti v njihovi bližini in s tem učinkovito znižajo upogibno trdnost. Zato so v tem smislu vzorci z okroglim prerezom boljši, po drugi strani pa je njihova slabost v tem, da je največjim nateznim napetostim na spodnji strani vzorca izpostavljena učinkovito manjša prostornina vzorca kot pri vzorcih s pravokotnim prerezom.

Nekateri raziskovalci pri vzorcih s pravokotnim prerezom malo pobrusijo spodnja roba (pozor: ne spodnje površine!), da bi se ognili težavi s koncentracijo napetosti ob robovih. Vendar pa se pojavi vprašanje, ali morebiti s tem v vzorec ne vnesejo še škodljivejših napak, ki nastanejo zaradi brušenja samega. Če odbrusimo znaten del spodnjih dveh robov, npr. pod kotom 45° , moramo upoštevati tudi to, da se v enačbi (8) nekoliko spremeni ploskovni vztrajnostni moment I v primerjavi z vrednostjo (6a). Vpliv obdelave površine vzorcev na njihove mehanske lastnosti je povezan tudi s praktično uporabo, npr. pri dentalni keramiki [13, 14].

Nazadnje omenimo, da ponavljajoči (periodični) upogibni preizkus z veliko ponovitvami (npr. milijon) in z merilno napravo, katere elektronika omogoča sinusno časovno odvisnost sil na vzorec, veliko uporabljajo tudi pri študiju utrujanja materiala [15]. Sicer pa je shema poskusa takšna kot pri navadnem upogibnem preizkusu, kot jo prikazuje **slika 3**. Amplitude teh sil morajo biti tedaj precej manjše od zlomne sile (za kontrolno skupino vzorcev), a navadno istega velikostnega reda. Zato vsaka sinusna perioda prispeva k zelo majhni dodatni poškodbi vzorca, čeprav ga ne zlomi. Takšnemu obremenjevanju vzorcev rečemo periodično utrujanje. Največkrat gre pri meritvi za to, da primerjajo upogibno trdnost vzorcev po končanem periodičnem utrujanju (seveda jih na koncu zares zlomijo, in to kar z isto merilno napravo) z upogibno trdnostjo kontrolnih vzorcev, ki jih pred zlomom ne utrujajo. Končna zlomna sila in izračunana upogibna trdnost se s številom sinusnih period utrujanja zmanjšuje. Mnogo vzorcev pa postane tako poškodovanih, da se zlomijo že med utrujanjem.

4 SKLEP

Tri- ali štiritočkovni upogibni preizkus lahko uporabimo za merjenje več fizikalnih količin, ki podajajo mehanske lastnosti strukturnih materialov. V splošnem je najprimernejši za merjenje (upogibne) trdnosti, saj je bolj praktičen in enostavnejši od drugih metod. V osnovi lahko z njim izmerimo tudi Youngov modul snovi, vendar pa moramo poskrbeti za zanesljivo in natančno meritev upogiba vzorca. Upogibni preizkus pa lahko uporabimo tudi v druge namene, npr. za merjenje lomne žilavosti in za študij

utrujanja materiala s sinusno časovno odvisnostjo mehanskih napetosti v njem.

LITERATURA

- [1] R. Morrell, Handbook of properties of technical & engineering ceramics, Parts 1 and 2, National Physical Laboratory, London, 1989
- [2] C.-H. Hsueh, *J. Appl. Phys.*, 91 (2002) 12, 9652–9656
- [3] M. Ambrožič, T. Kosmač, *J. Am. Ceram. Soc.*, 90 (2007) 5, 1545–1550
- [4] M. Ambrožič, *Vakuumist*, 33 (2013) 2, 4–9
- [5] M. Ambrožič, T. Kosmač, T. Savarin, *Vakuumist*, 35 (2015) 2, 4–9
- [6] K. Tsukuma, K. Ueda, M. Shimada, *J. Am. Ceram. Soc.*, 68 (1985) 1, C-4–C-5
- [7] J. D. French, H. M. Chan, M. P. Harmer, G. A. Miller, *J. Am. Ceram. Soc.*, 75 (1992) 2, 418–423
- [8] D. Kolar, M. Gec, Tehnična keramika, ZRSŠŠ, Ljubljana, 1993
- [9] M. Ambrožič, K. Vidović, *Materiali in tehnologije*, 41 (2007) 4, 179–184
- [10] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, Course of Theoretical Physics, 7, Theory of Elasticity, (1958)
- [11] R. Podgornik, *Mehanika kontinuov*, (2002), dostopno na: www-fl.ijs.si/~rudi/lectures/mk-1.9.pdf
- [12] D. Wan, Y. Bao, J. Peng, Y. Zhou, *J. Eur. Ceram. Soc.*, 29 (2009), 763–771
- [13] T. Kosmač, Č. Oblak, P. Jevnikar, N. Funduk, L. Marion, *Dental materials*, 15 (1999), 426–433
- [14] T. Kosmač, Č. Oblak, P. Jevnikar, N. Funduk, L. Marion, *Journal of biomedical materials research*, 53 (2000) 4, 304–313
- [15] T. Kosmač, Č. Oblak, P. Jevnikar, *Materiali in tehnologije*, 41 (2007) 5, 237–241