

# PRIKAZ SPREMEMBE LOMNEGA KOLIČNIKA EVAKUIRANEGA ZRAKA Z ODMIKOM SVETLOBNEGA ŽARKA V VALJNI GEOMETRIJI

Robert Repnik, Ivan Gerlič, Milan Ambrožič

Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru, Koroška 160, 2000 Maribor

## POVZETEK

Lomni količnik zraka se zelo malo razlikuje od vrednosti 1 v vakuumu, ta razlika pa je premo sorazmerna z zračnim tlakom v širokem območju tlakov. Vzporedni premik lomljenega svetlobnega žarka z znižanjem tlaka je premajhen, da bi ga lahko opazili s planparalelno celico in navadno šolsko opremo. Uporaba valjaste steklene posode pa omogoča opazovanje premika laserskega žarka na oddaljenem zaslonu, potem ko evakuiramo posodo. Za primerjavo opisujemo tudi uporabo interferometra in uklonske mrežice za zaznavanje in merjenje spremembe lomnega količnika zraka s tlakom.

## Demonstration of the change in the refractive index of evacuated air by the deflection of the light beam in cylindrical geometry

### ABSTRACT

The refractive index of air differs very little from the vacuum value 1, and this difference is proportional to the air pressure for a wide range of pressures. The parallel light beam deflection due to the lowered pressure is too small to be detected by the plan-parallel cell with usual school equipment. However, the use of cylindrical vessel enables the detection of the displacement on distant screen of the laser beam when the entrapped air is evacuated. The use of interferometers and gratings for the detection and measurement of the change of refractive index of air with pressure is described for comparison.

## 1 UVOD

Lomni količnik zraka  $n_0$  pri normalnih pogojih (tlak  $p_0 \approx 1$  bar, sobna temperatura) je skoraj enak vrednosti 1 v vakuumu:  $n_0 \approx 1,0003$ . Ta vrednost se nekoliko spreminja s temperaturo, tlakom, z vlažnostjo, vsebnostjo drugih komponent, kot je  $\text{CO}_2$ , in valovno dolžino<sup>(1-7)</sup>. Lomni količnik idealnih plinov, kot je zrak, je približno linearno odvisen od tlaka  $p$  v širokem območju tlakov. Sprememba lomnega količnika zraka vpliva na pot žarkov v poskusih in v naravi. Zgled za to je *fata morgana*: včasih so zjutraj po hladni noči oddaljeni predmeti videti dvignjeni. To se zgodi zaradi loma svetlobe: ko potuje svetloba od predmeta do opazovalca, gre najprej skozi hladnejše in gostejše nižje zračne plasti, potem pa skozi toplejše in redkejšje višje plasti<sup>(8)</sup>. Pogostejši pojav, povezan z lomom svetlobe v različnih plasteh zraka, je navidezno bleščanje dela ceste v vročem poletju in iluzija vode na njih. Sončni žarki se namreč v segreti plasti zraka nad cesto lomijo navzgor, nasprotno kot pri fati morgani.

Namizni poskusi za neposredno meritev svetlobne hitrosti v odvisnosti od zračnega tlaka so neustrezni, ker so natančni le na nekaj odstotkov<sup>(9)</sup>. To spremembo pa lahko kvalitativno zaznamo in ocenimo s

preprosto šolsko opremo z opazovanjem odmika lomljenega laserskega žarka<sup>(10)</sup>, čeprav se za to navadno uporabljajo zahtevnejše meritve z interferometri ali uklonskimi mrežicami<sup>(6,10)</sup>. Navadna planparalelna celica za ta namen ni praktična, ker se v njej laserski žarek samo vzporedno premakne. Za značilne vpadne kote žarka ( $\approx 45^\circ$ ) je pri debelini celice 1 dm premik žarka samo 0,1 mm po evakuaciji zraka. Uporaba večjih vpadnih kotov pa bi zahtevala večje vzdolžne dimenzije celice.

Zato potrebujemo geometrijo celice, ki žarek ne le vzporedno premakne, temveč spremeni tudi njegovo smer. Že odklon žarka za samo  $0,1^\circ$  v tem primeru povzroči premik svetlobne pege na 10 m oddaljenem zaslonu za 1,5 cm. Preprost način spremembe smeri laserskega žarka je s stekleno valjasto posodo<sup>(10)</sup>. Vseeno pa je treba precej truda za uspešen poskus. Fakhruddin je predložil nekaj zanimivih dopolnitev poskusa z valjasto posodo, da bi povečal odklon žarka: 1) uporabo steklene prizme v posodi, 2) ogledalo zunaj posode, ki bi odbilo žarek na drug zaslon, 3) par polpropustnih zrcal, med katerima bi se žarek večkrat odbil<sup>(10)</sup>. Opozoril je tudi na težave v zvezi s popačenjem žarka zaradi (predebele) stene posode pri velikih vpadnih kotih.

V članku opisujemo možnosti in omejitve pri uporabi steklene valjaste posode za kvalitativni eksperimentalni prikaz spremembe lomnega količnika zraka s tlakom. Za primerjavo bomo razložili tudi uporabo interferometra in uklonske mrežice za ta namen.

## 2 EKSPERIMENT

Uporabili smo stekleno valjasto posodo z zunanjim premerom  $2R_z = 186$  mm, višino nekoničnega cilindričnega dela 150 mm in debelino stene  $d = 6,4$  mm (slika 1). Posodo smo povezali z manometrom in rotacijsko vakuumsko črpalko (Gambhe Physik, končni tlak 0,03 mbar, črpalna hitrost  $3,7$  m<sup>3</sup>/h pri tlaku 1 bar), s katero smo lahko hitro evakuirali posodo do tlaka  $p \approx 0,01$  bar. Razdalja med posodo in tablo – zaslonom je bila okrog 9 m. Položaj in smer šolskega He-Ne laserja (valovna dolžina  $\lambda = 632,8$  nm, moč 5 mW) smo spreminjali ročno, tako da smo lahko spreminjali vpadni kot žarka glede na radialno smer posode. Pomagali smo si z natisnjenim kotnim merilom. Smeri vseh žarkov so ležale v vodoravni ravnini. Poleg žarka, ki nas je zanimal in je shematsko prikazan na sliki 2, smo pri velikih vpadnih kotih



Slika 1: Nastavitev poskusa

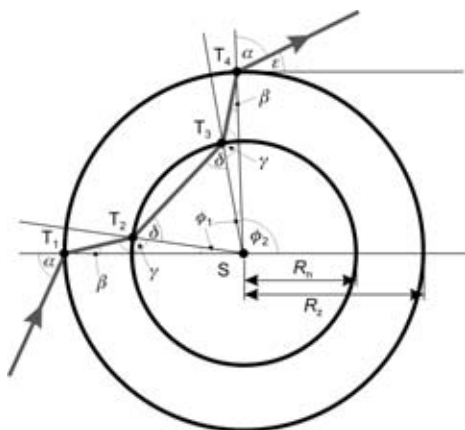
opazili še več drugih zaradi večkratnih odbojev v steklu. Za to, da smo lahko označili majhen premik svetlobne točke na papirju na tabli, smo potrebovali še svinčnik, zatemnjeno sobo, dober vid in nekaj potrpežljivosti.

### 3 TEORETIČNI MODEL

Lomni količnik zunanjega zraka, zraka v posodi in stekla označimo z  $n_0$ ,  $n$  in  $n_s$ . Predpostavili smo linearno odvisnost  $n$  od tlaka  $p$  zraka v posodi:

$$n(p) = 1 + (n_0 - 1) \cdot \frac{p}{p_0} \quad (1)$$

kjer je  $p_0$  normalni zračni tlak in  $n_0 = 1,0003$ . Za naše račune so spremembe lomnega količnika z valovno dolžino v vidnem območju od 400 nm do 700 nm, z majhnimi temperaturnimi spremembami in vlažnostjo povsem zanemarljive<sup>(1-5)</sup>. Vodoravni vpadni žarek zadene zunanjo površino posode pod kotom  $\alpha$  glede na radialno smer. Geometrija problema in pot žarka sta prikazana na sliki 2. Notranji in zunanji polmer stene posode označimo z  $R_n$  and  $R_z$ , debelina stene pa je  $d = R_z - R_n$ . Zaradi nazornosti je debelina stene na sliki



Slika 2: Pot laserskega žarka skozi stekleno valjasto posodo

večja kot v resnici. Žarek gre skozi točke od  $T_1$  do  $T_4$ . Para točk  $T_1 - T_4$  in  $T_2 - T_3$  ležita simetrično glede na središče krogov  $S$ .

Iz vpadnega kota  $\alpha$  in geometrije problema lahko izračunamo vse vmesne kote na sliki, na primer kot  $\beta$  po Snellovem zakonu:

$$\sin \beta = \frac{n_0}{n_s} \sin \alpha \quad (2)$$

Podobno izračunamo vse druge kote in končni kot  $\epsilon$ , ki zaradi simetrije problema ni odvisen od lomnega količnika stekla. Ko se pri nespremenjenem vpadnem kotu spremeni lomni količnik zraka v posodi, se spremeni tudi kot  $\epsilon$  in ravno spremembo  $\Delta\epsilon$  merimo pri poskusu. Ta sprememba je pri določenem začetnem in končnem tlaku v posodi monotono naraščajoča funkcija vpadnega kota  $\alpha$ . Za posodo z zelo tanko steno in pri majhnih vpadnih kotih dobro velja približna enačba:

$$|\Delta\epsilon| \approx 2\Delta n \cdot \tan \alpha \quad (3)$$

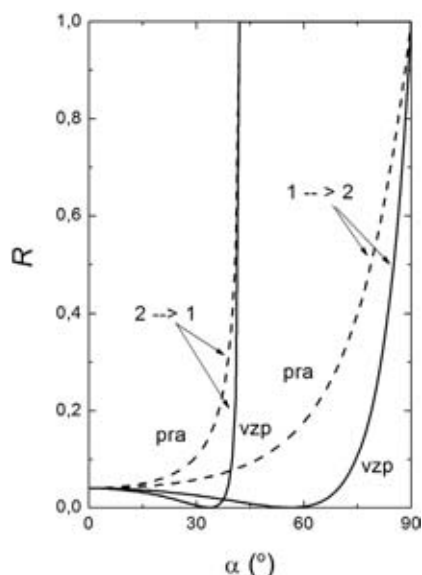
kjer je  $\Delta n$  absolutna vrednost spremembe lomnega količnika zraka v posodi.

Kritični vpadni kot za popolni odboj v točki  $T_2$  (meja steklo – notranji zrak) je:

$$\alpha_c = \arcsin\left(\frac{R_n}{R_z} \cdot \frac{n}{n_0}\right) \quad (4)$$

Ta kot je praktično neodvisen od lomnega količnika  $n$ , ki se zelo malo spremeni v poskusu in je skoraj enak  $n_0$ . Tudi lomni količnik stekla se ne pojavi v enačbi (4). Razmerje polmerov pa lahko zelo spremeni kritični vpadni kot. Pri tem kotu je značilni odmik žarka  $\Delta\epsilon$  pri spremembi tlaka 1 bar reda velikosti ene stopinje, pri manjših vpadnih kotih pa je precej manjši.

Intenziteta žarka, ki nadaljuje pot skozi medij s spremenjenim lomnim količnikom, se zelo zmanjša, če je vpadni ali pa lomni kot blizu pravega kota<sup>(11,12)</sup>. Označimo vpadni kot  $\alpha$ , lomni kot pa  $\beta$ . Slika 3 prikazuje odvisnost refleksijskega koeficienta  $R$  (deleža odbite svetlobe) za vrednosti lomnih količnikov  $n_1 = 1$  in  $n_2 = 1,5$  in obe smeri žarka:  $1 \rightarrow 2$  in nasprotno. Refleksijski koeficient doseže vrednost 1 v dveh primerih: 1) pri prehodu v optično gostejše sredstvo,  $1 \rightarrow 2$ , za  $\alpha = 90^\circ$  ( $\beta = 41,8^\circ$ ), 2) pri prehodu v optično redkejšo sredstvo,  $2 \rightarrow 1$ , za  $\alpha = 41,8^\circ$  ( $\beta = 90^\circ$ , totalni odboj). Seveda gre v obeh primerih za isto pot žarka, saj je refleksijski koeficient neodvisen od smeri žarka, edino kota zamenjata vlogi. Tudi polarizacija svetlobe je pomembna: refleksijski koeficient je lahko precej manjši pri polarizaciji svetlobe, ki leži v isti ravnini kot vpadni, prepuščeni in odbiti žarek (oznaka "vzp" v nasprotju z oznako "pra" za pravokotno polarizacijo).

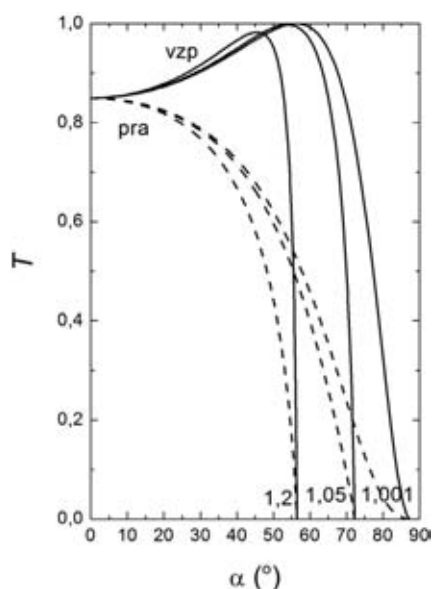


**Slika 3:** Odvisnost refleksijskega koeficienta od vpadnega kota:  $R_{vzp}$  (polni črti) in  $R_{pra}$  (črtkani črti). Refleksijski koeficient je mišljen že kot delež ustreznih intenzitet svetlobe ( $I \propto E^2$ ) in ne kot razmerje amplitud električnega polja  $E$ .

Celotni transmisijski koeficient pri prehodu laserskega žarka skozi posodo opredelimo kot razmerje intenzitet prepuščene in vpadne svetlobe. Odšteti moramo del odbite svetlobe v vsaki od štirih točk  $T_1 - T_4$ :

$$T = (1 - R_{T_1})^2 (1 - R_{T_2})^2 \quad (5a)$$

V enačbi (5a) smo zaradi simetrije pri poti žarka skozi posodo upoštevali  $R_{T_4} = R_{T_1}$  in  $R_{T_3} = R_{T_2}$ . Refleksijski koeficienta za obe polarizaciji, npr. v točki  $T_1$ , izračunamo takole:



**Slika 4:** Odvisnost celotnega transmisijskega koeficienta od  $\alpha$  za obe polarizaciji:  $T_{vzp}$  (polne črte) and  $T_{pra}$  (črtkane črte). Primerjali smo izračune za tri razmerja zunanega in notranjega polmera stene posode:  $R_2/R_1 = 1,001$  (zelo tanka stena), 1,05 (srednje debela stena, podobno kot 1,07 pri posodi v našem poskusu) in 1,2 (zelo debela stena).

$$R_{vzp} = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \quad (5b)$$

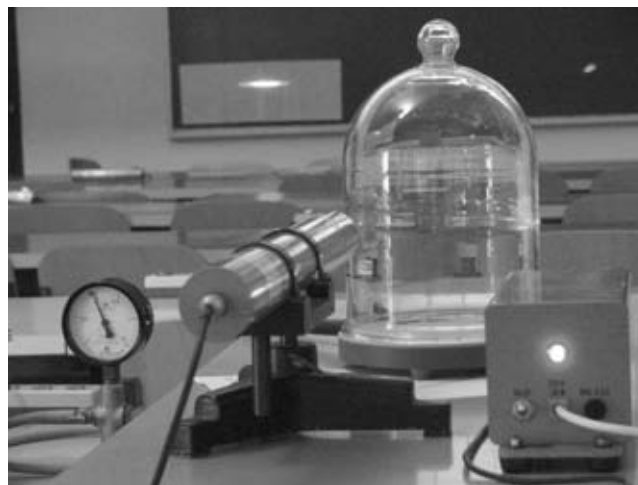
$$R_{pra} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \quad (5c)$$

Slika 4 prikazuje celoten transmisijski koeficient kot funkcijo kota  $\alpha$  za obe polarizaciji in tri različne debeline stene posode. Vzeli smo notranji tlak nič, vendar so razlike v transmisijskih koeficientih za različne tlake od nič do 1 bar zanemarljive. Jasno je, da je vzporedna polarizacija laserskega žarka primernejša od pravokotne, posebno v bližini kritičnega vpadnega kota, ko intenziteta prepuščenega žarka zelo pade. Upoštevali smo značilni lomni količnik stekla  $n_s = 1,5$ .

#### 4 REZULTATI IN RAZPRAVA

Premike laserske pege na papirju pri spremembi zračnega tlaka  $\approx 1$  bar v posodi bi lahko v osnovi zaznali tudi pri srednjih kotih ( $\alpha \approx 45^\circ$ ), saj da račun v tem primeru premike velikostnega reda nekaj milimetrov. Vendar pa je preveč motila vodoravna raztegnjenost in neostrost roba svetlobne pege (slika 5). Očitno smo imeli posodo s predebelo stekleno steno. Račun za to posodo da kritični vpadni kot okrog  $69^\circ$ . Šele ko smo se pri poskusu približali temu kotu na nekaj stopinj, smo zaznali premik lise na papirju po evakuaciji posode. Ta premik se je glede reda velikosti ujemal z izračunano vrednostjo, kake večje natančnosti pa nismo mogli doseči, ker je bilo z očesom pretežko ugotoviti premik bolj natančno.

Pred poskusom je priporočljivo preveriti polarizacijo laserja. Komercialni šolski He-Ne laserji imajo navadno navpično polarizacijo, zato jih pri poskusu zasukamo za  $90^\circ$ , da dobimo vodoravno polarizacijo, če se odločimo za opazovanje odmika žarka pri velikih vpadnih kotih. Lomni količnik stekla ne vpliva na



**Slika 5:** Oblika laserske lise na papirju pri velikem vpadnem kotu

smer prepuščenega žarka, temveč le na njegovo intenziteto. Naredili smo tudi račune intenzitete za različne lomne količnike,  $1,45 < n_s < 1,9$ , ker so lomni količniki večine stekel v tem območju<sup>(13)</sup>. Vendar pa se koeficienti  $T_{vzp}$  in  $T_{pra}$  ne razlikujejo bistveno od tistih na sliki 4.

Razširitev svetlobne pege na zaslonu v vodoravni smeri smo ocenili tudi računsko. Pomagali smo si z divergenco laserskega žarka: ta je bila okrog  $0,08^\circ$ , kar smo izmerili s projiciranjem žarka na več deset metrov oddaljeno steno v dolgem hodniku. Račun se pri vseh vpadnih kotih dobro ujema z eksperimentalnimi vrednostmi (npr. širino, kot je prikazana na sliki 5). To širino pege zelo poveča debelo steklo.

## 5 INTERFEROMETER IN UKLONSKA MREŽICA

### 5.1 Interferometer

Pri poskusu z interferometrom gre za večkratne odboje laserskega žarka med dvema polprepustnima zrcaloma, preden izstopi skozi drugo zrcalo in nadaljuje pot proti zaslonu. Debelina tanke plasti zraka med zrcaloma je  $d$ . Kadar gre za konstruktivno interferenco dveh žarkov, kjer se drugi žarek enkrat več odbije na drugem zrcalu kot prvi, je njuna razlika poti enaka valovni dolžini svetlobe med zrcaloma  $\lambda(n)$ , ki je odvisna od lomnega količnika:

$$2d = \lambda(n) = \frac{\lambda_0}{n} \quad (6a)$$

$\lambda_0$  pa je valovna dolžina v vakuumu. Enačbo (6a) lahko razumemo tudi nekoliko drugače:

$$2nd = \lambda_0 \quad (6b)$$

to je, razlika optičnih poti med zrcaloma ustreza valovni dolžini svetlobe v vakuumu. Na zaslonu vidimo interferenčne prstane (krožnice). Če se spremeni optična pot zaradi spremembe lomnega količnika, razdalje  $d$  ali pa zaradi razlik v številu odbojev med zrcaloma, pomeni to pojavljanje ali pa izginevanje določenega števila interferenčnih krožnic na zaslonu. Ko izsesamo zrak, izgine proti centru  $m$  prstanov, tako da velja enačba:

$$2(n-1)d = m\lambda_0 \quad (6c)$$

Iz prešteti izginulih krožnic (število  $m$ ) lahko izračunamo lomni količnik zraka  $n$ . Takšna meritev lomnega količnika zraka je zanesljiva, vendar pa so interferometri dragi.

### 5.2 Uklonska mrežica

Tudi v tem primeru gre za pojav interference. Mrežica je postavljena v središče osnega prereza zato,

da ni loma žarka na meji steklo/zrak (pravokotni vpad žarka na mejo). Osnova poskusa je enačba za kot ojačitve valovanja:

$$d \sin \theta_m = m\lambda(n) = m \frac{\lambda_0}{n} \quad (7)$$

kjer je  $d$  razdalja med sosednjima režama mrežice,  $m$  red ojačitve,  $\theta_m$  ustrezn kot žarka glede na vpadno smer. Če se spremeni lomni količnik  $n$ , se ustrezno spremeni tudi ojačitveni kot  $\theta_m$ . Pri večjem redu  $m$  je ta sprememba večja. Na primer, pri omenjeni He-Ne laserski svetlobi, redu  $m = 3$  in značilni uklonski mrežici z  $d = 2 \mu\text{m}$  je sprememba kota  $\Delta\theta_3$  po evakuaciji zraka v posodi okrog  $0,05^\circ$ .

## 6 SKLEP

Majhno spremembo lomnega količnika zraka pri zmanjšanjem tlaku se da kvalitativno prikazati tudi s preprosto eksperimentalno opremo, in sicer na osnovi spremembe smeri prepuščenega laserskega žarka, ki gre skozi stekleno valjasto posodo z zrakom. Odklon žarka lahko opazujemo na zaslonu, ki je oddaljen več metrov. Pri velikih vpadnih kotih žarka je sicer odmik precej večji kot pri srednjih kotih, vendar ga je vseeno težko zaznati zaradi močne popačenosti svetlobne lise in zaradi zmanjšane intenzitete prepuščene svetlobe. Najbolj moteče pri tem je lahko predebilo steklo posode. Za natančnejše meritve odvisnosti lomnega količnika zraka od tlaka pa potrebujemo dražje pripomočke, na primer interferometer.

## 7 LITERATURA

- <sup>1</sup>Bengt Edlén, *Metrologia* **2** (2), (1966), 71–79
- <sup>2</sup>James C. Owens, *Appl. Opt.* **6** (1), (1967), 51–59
- <sup>3</sup>Raymond Serway, Jerry S. Faughn, *The Law of Refraction*, *College Physics* (6th edition, Pacific Grove, CA: Brooks/Cole-Thomson Learning), (2003), 692
- <sup>4</sup>David R. Lide, *Index of Refraction of Air*, *Handbook of Chemistry and Physics*, 75<sup>th</sup> edition Boca Raton, FL, CRC Press Inc., (1994), 10–302
- <sup>5</sup>K. P. Birch, M. J. Downs, *Metrologia* **30** (3), (1993), 155–162
- <sup>6</sup>Philip E. Ciddor, *Appl. Opt.* **41** (12), (2002), 2292–2298
- <sup>7</sup>Refractive index of gases, dostopno na: [http://www.kayelaby.npl.co.uk/general\\_physics/2\\_5/2\\_5\\_7.html](http://www.kayelaby.npl.co.uk/general_physics/2_5/2_5_7.html)
- <sup>8</sup>Fata morgana, dostopno na: [http://en.wikipedia.org/wiki/Fata\\_Morgana\\_\(mirage\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Fata_Morgana_(mirage))
- <sup>9</sup>Kenichiro Aoki, Takahisa Mitsui, *Am. J. Phys.* **76** (9), (2008), 812–815
- <sup>10</sup>Hasan Fakhruddin, Measuring the refractive index of air using a vacuum chamber, 1998 American Vacuum Society International Symposium, November 1998, Baltimore, Maryland, USA; dostopno na: <http://www.avso.org/pdf/vossenwinner98.pdf>
- <sup>11</sup>Edward R. van Keuren, *Am. J. Phys.* **73** (7), (2005), 611–614
- <sup>12</sup>Yizhuang You, Xiaohan Wang, Sihui Wang, Yonghua Pan, Jin Zhou, *Am. J. Phys.* **76** (3), (2008), 224–228
- <sup>13</sup>Frederics Wooten, *Optical properties of solids*, Academic Press, New York, (1972)