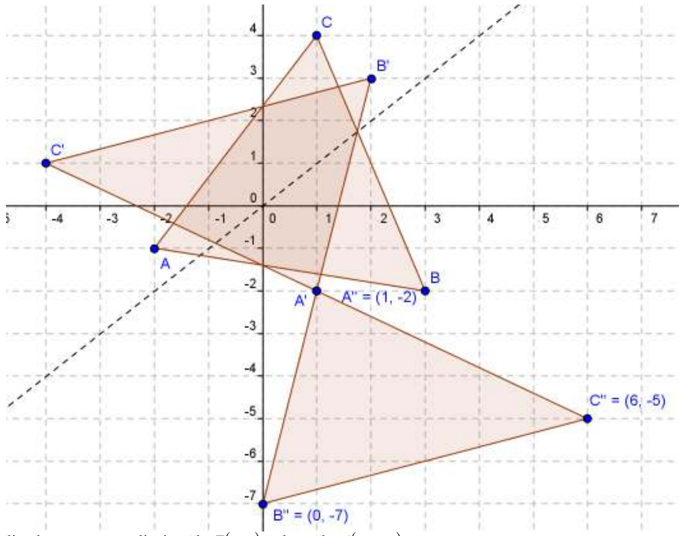
PZ v 2e iz transformacij v ravnini, linearne funkcije, transformacij grafov potenčnih funkcij, inverzne funkcije in kvadratnega korena 26. 10. 2012 (vse naloge so enakovredne)

1. Trikotnik, ki ga določajo točke $A(-2,-1)$, $B(3,-2)$ in $C(1, 4)$ zavrtite za 90° okoli izhodišča koordinatnega sistema. Dobili boste trikotnik $A'B'C'$, ki ga nato zrcalite preko oglišča A' in dobite trikotnik $A''B''C''$. Zapišite enačbo nosilke stranice $B''C''$.



Rotacija za 90°: $A(-2,-1), B(3,-2), C(1, 4)$

$\xrightarrow{(x,y)\to(-y,x)} A'(1,-2), B'(2, 3), C'(-4, 1)$

Zrcaljenje preko A': $A'(1,-2), B'(2, 3), C'(-4, 1)$

$\xrightarrow{\text{premik v izhodišče: za } (-1,\, 2)} (0, 0), (1, 5), (-5, 3)$

$\xrightarrow{Z_O} (0, 0), (-1,-5), (5,-3)$

$\xrightarrow{\text{premik nazaj: za } (1,-2)} \underline{\underline{A''(1,-2), B''(0,-7) \text{ in } C''(6,-5)}}$

Nosilke stranice $B''C''$: $k = \frac{-5-(-7)}{6-0} = \frac{1}{3}$

točka B'' je presečišče z y - osjo $\Rightarrow n = -7$

enačba: $\underline{\underline{y = \frac{1}{3}x - 7}}$

Lahko bi računali z obrazcem za zrcaljenje točke $T(x, y)$ preko točke $A(x_A, y_A)$

Najprej obe točki premaknemo, tako da bo točka A v izhodišču $T(x, y) \xrightarrow{(-x_A,-y_A)} T'(x - x_A, y - y_A)$,

Nato zrcalimo preko izhodišča $T'(x - x_A, y - y_A) \xrightarrow{Z_O} T''(x_A - x, y_A - y)$

Nato premaknemo nazaj $T''(x_A - x, y_A - y) \xrightarrow{(x_A, y_A)} T'''(x_A - x + x_A, y_A - y + y_A) = (2x_A - x, 2y_A - y)$

Obrazec za zrcaljenje preko točke $A(x_A, y_A)$: $\underline{\underline{(x, y) \xrightarrow{Z_A} (2x_A - x, 2y_A - y)}}$

2. Dan je trikotnik z oglišči $A(-3,-2)$, $B(7,-2)$ in $C(5, 2)$. Izračunajte presečišče nosilke težiščnice t_a in simetrale stranice b.

Nosilka težiščnice $y = k_{t_a} x + n_{t_a}$ ta premica gre skozi $A(-3,-2)$ in razpolovišče stranice $\overline{BC} = \left(\frac{7+5}{2} = 6, \frac{-2+2}{2} = 0\right) \Rightarrow \underline{k_{t_a} = \frac{0-(-2)}{6-(-3)} = \frac{2}{9}}$ n_{t_a} dobimo, če vstavimo eno od točk v enačbo $y = \frac{2}{9}x + n_{t_a} \Rightarrow 0 = \frac{2}{9} \cdot 6 + n_{t_a} \Rightarrow \underline{n_{t_a} = \frac{4}{3}}$ nosilka t_a $\underline{\underline{y = \frac{2}{9}x - \frac{4}{3}}}$

Simetrala s_b je pravokotna na stranico b in gre skozi njeno razpolovišče, zato najprej izračunamo smerni koeficient nosilke stranice $b_{=\overline{AC}}$ $k_b = \frac{2-(-2)}{5-(-3)} = \frac{1}{2} \Rightarrow k_{s_b} = -\frac{1}{k_b} = -2$, enačba simetrale pa $y = -2x + n_{s_b}$. Simetrala gre skozi razpolovišče stranice $b \Rightarrow \left(\frac{-3+5}{2} = 1, \frac{-2+2}{2} = 0\right)$. Njegovi koordinati vstavimo v enačbo $0 = -2 \cdot 1 + n_{s_b} \Rightarrow n_{s_b} = 2$. enačba simetrale s_b $\underline{\underline{y = -2x + 2}}$

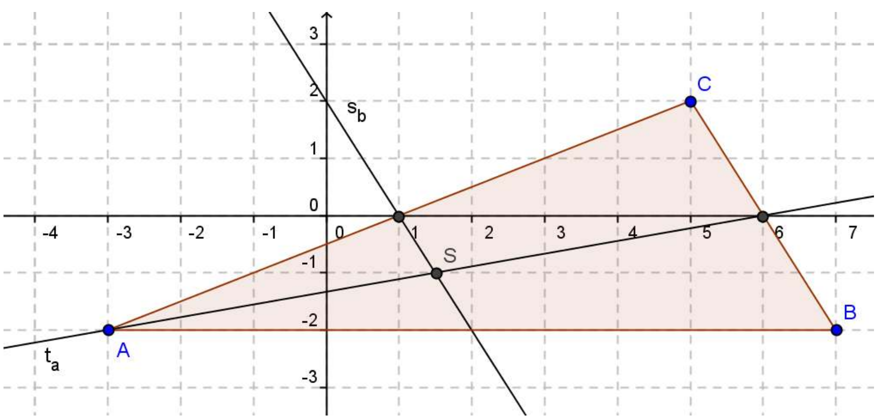
Za presečišče premic izenačimo enačbi

$\frac{2}{9}x - \frac{4}{3} = -2x + 2 / \cdot \frac{9}{2} \Rightarrow x - 6 = -9x + 9$

$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$, kar vstavimo v eno od enačb:

$y = -2 \cdot \frac{3}{2} + 2 \Rightarrow y = -1$

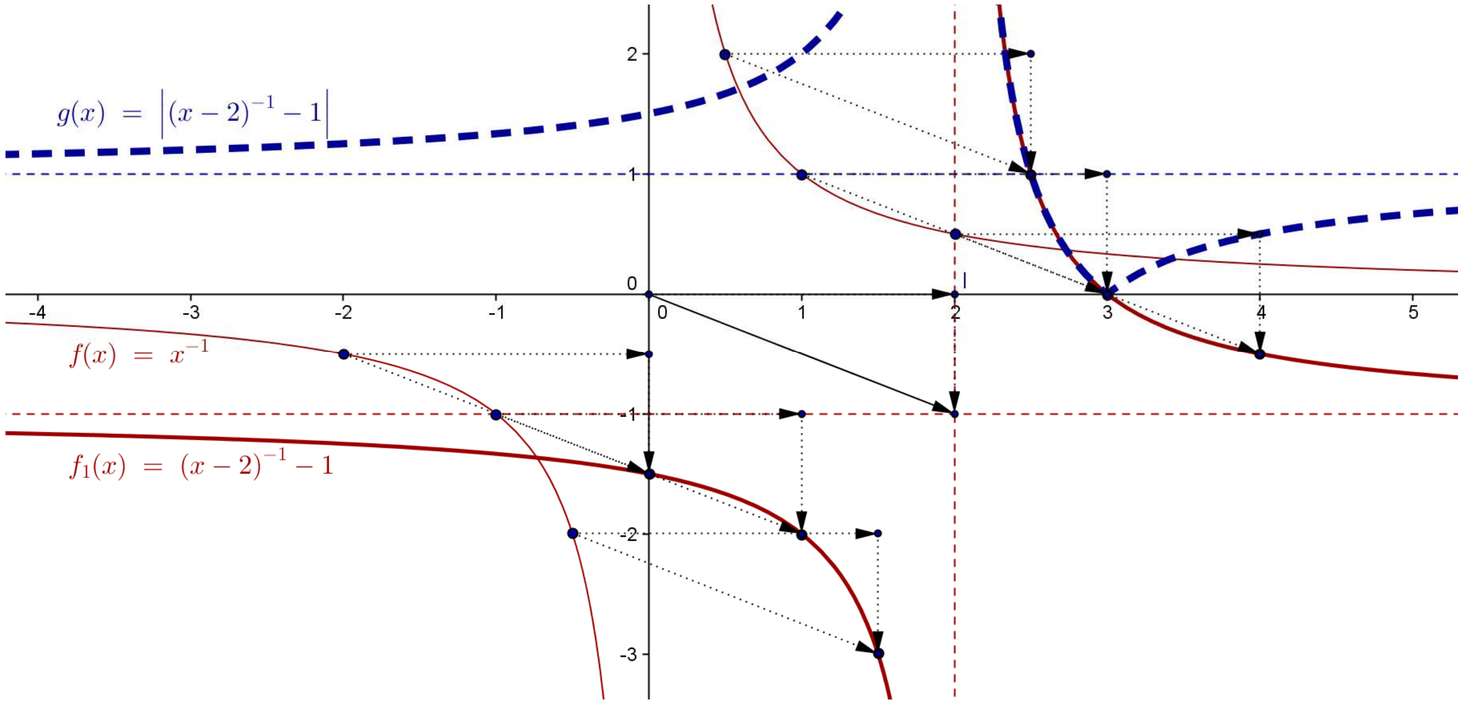
presečišče je $\underline{\underline{S\left(\frac{3}{2},-1\right)}}$



3. Dana je funkcija $f(x)=x^{-1}$. Narišite graf funkcije $g: x \mapsto |f(x-2)-1|$.

Narišemo graf osnovne funkcije in izvedemo premik za vektor $(2,-1)_{\substack{\text{premik za 2 na desno} \\ \text{in za 1 navzdol}}}$.

Nato narišemo še absolutno vrednost $A_y \Rightarrow$ graf pod x - osjo prezrcalimo navzgor.



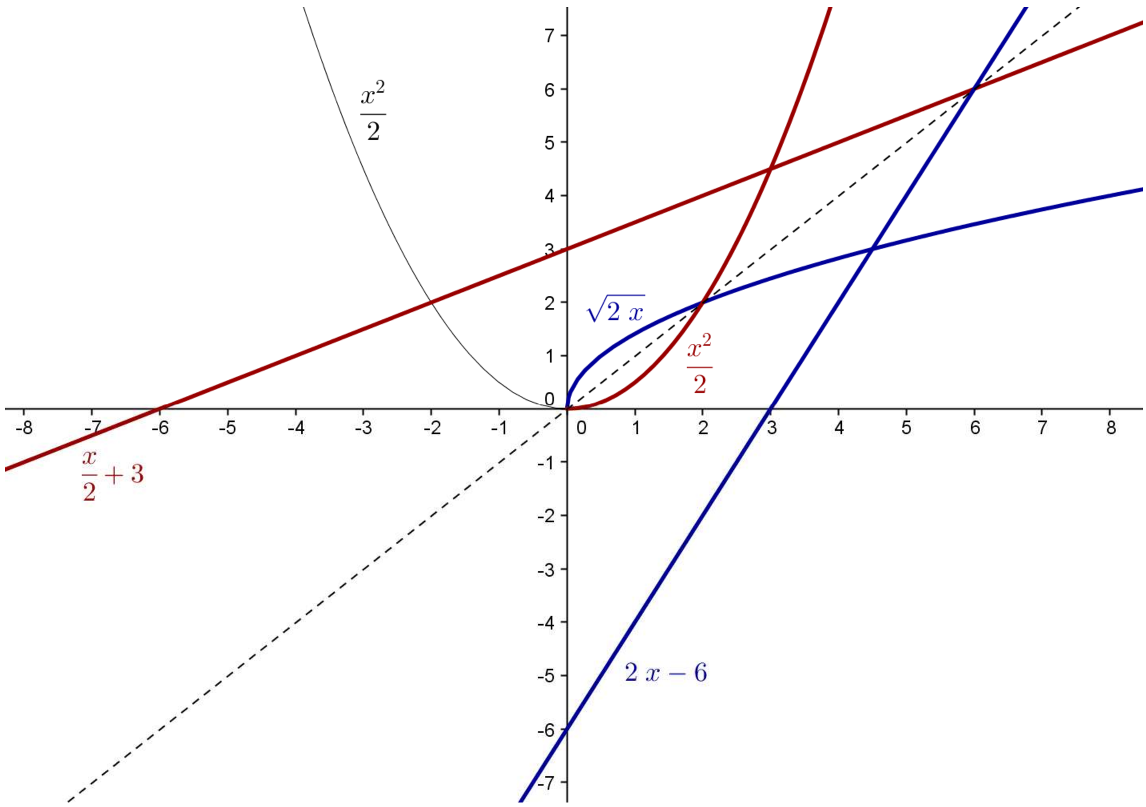
4. Dani sta funkciji $f(x)=\frac{1}{2}x+3$ in $g(x)=\frac{1}{2}x^2$. Poiščite njuni inverzni funkciji $f^{-1}(x)$ in $g^{-1}(x)$ in narišite grafe vseh štirih funkcij.

$$f^{-1}: \quad x=\tfrac{1}{2}y+3$$

$$\overset{\frac{1}{2}y=x-3}{\Rightarrow} \quad \underline{\underline{y=2x-6}}$$

$$g^{-1}: \quad x=\tfrac{1}{2}y^2{}_{y\geq 0}$$

$$\overset{y^2=2x}{\Rightarrow} \quad \underline{\underline{y=\sqrt{2x}}}$$



5. Natančno izračunajte $\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\left(\sqrt{5}-4\right)\sqrt{21+8\sqrt{5}}$

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}-\frac{\left(\sqrt{15}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}-\left(4-\sqrt{5}\right)\sqrt{21+8\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{75}-\sqrt{30}+\sqrt{30}-\sqrt{12}}{5-2}-$$

$$-\sqrt{\left(4-\sqrt{5}\right)^2\left(21+8\sqrt{5}\right)}=2\sqrt{3}-\frac{5\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3}-\sqrt{\left(16-8\sqrt{5}+5\right)\left(21+8\sqrt{5}\right)}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}-$$

$$-\sqrt{21^2-8^2\cdot 5}=\sqrt{3}-\sqrt{441-320}=\underline{\underline{\sqrt{3}-11}}$$

6. Rešite nalogo s funkcijami. Izpolnite prazna mesta (rešitve pišite na polo za reševanje). Računajte na dve decimalni mesti natančno. reševanje). Računajte na dve decimalni mesti natančno.

$D(x)=\left|(x-3)^3+2\right|$ zal. vred. $\underline{\underline{Z_D=[0,\infty)}}$ zač. vred. $D(0)=\left|(0-3)^3+2\right|=\underline{\underline{29}}$

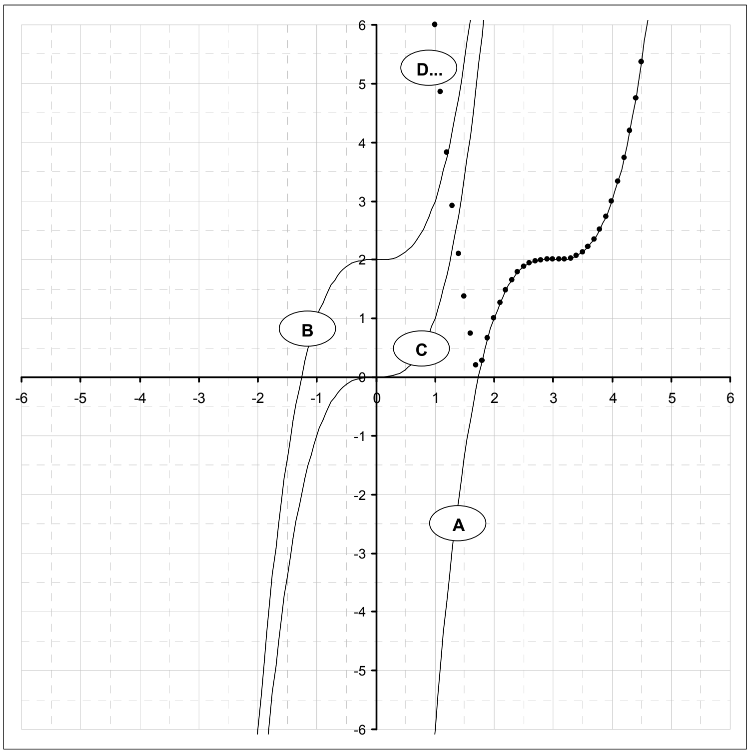
naraščanje $D(x)$ najprej ničla $\left|(x-3)^3+2\right|=0\Rightarrow(x-3)^3=-2\Rightarrow x-3=\sqrt[3]{-3}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=3-\sqrt[3]{2}=3-1{,}26=\underline{\underline{1{,}74}}$

$$1)\ (x-3)^3+2=2\Rightarrow(x-3)^3=0\Rightarrow \underline{\underline{x_1=3}}$$

rešitev enačbe $D(x)=2$ $\quad \left|(x-3)^3+2\right|=2\Rightarrow 2)\ (x-3)^3+2=-2\Rightarrow(x-3)^3=-4\Rightarrow$

$$\Rightarrow x-3=\sqrt[3]{-4}\Rightarrow \underline{\underline{x_2=3-\sqrt[3]{4}=1{,}41}}$$



C $=x^3$

P_{y+2} **B** $=x^3+2$

P_{x+3} **A** $=(x-3)^3+2$

A_y **D** $=\left|(x-3)^3+2\right|$

1. Koliko sta zaloga vrednosti in začetna vrednost funkcije $D(x)$?
2. Kje $D(x)$ narašča?
3. Reši enačbo $D(x)=2$.