

Preizkus znanja v 1e iz odstotkov, korenov in neena b, 3. 4. 2012

(vse naloge so enakovredne)

1. Pred tremi leti je bila Jana 10% mlajša od Anžeta, ez osem let pa bo Anže samo še 5% starejši od Jane. Koliko sta zdaj stara Jana in Anže?

2. Natan no izra unajte vrednost izrazov

a) $(\sqrt{150} - \sqrt{50})(\sqrt{48} + \sqrt{108} - \sqrt{27})$

b) $(1 - \sqrt{5})^3 - (16\sqrt{10} + 6\sqrt{2}) : (2\sqrt{2})$

3. Rešite neena bo in predstavite rešitev s to kami na številski premici

$$x(2x - 3)(4x + 9) - 7x < (3x - 5)(4x + 3) - 4x^2$$

4. Dana je neena ba $mx - m^2 < 3(x - 1) - 2m$; $m \in \mathbb{R}$

a) Obravnavajte neena bo glede na vrednosti parametra m .

b) Za kateri m bo rešitev neena be interval $(-2, \infty)$?

c) Za kateri m bo rešitev neena be interval $(-\infty, 3)$?

5. Rešite sistem neena b $\frac{x+1}{2} - \frac{5x+1}{3} \leq \frac{1}{6}$, $x - \frac{3x+1}{2} - \frac{x-14}{3} \geq 0$.

6. Rešite neena bo $(x - 5)(2 - x)(x + 4) < 0$.

Rešitve

1. Pred tremi leti je bila Jana 10% mlajša od Anžeta, ez osem let pa bo Anže samo še 5% starejši od Jane. Koliko sta zdaj stara Jana in Anže?

$$\begin{array}{l} \text{pred tremi leti} \\ \text{Jana} \quad j-3 \\ \text{Anže} \quad a-3 \end{array} \Rightarrow j-3 = 0,9(a-3) \Rightarrow j = 0,9a - 2,7 + 3 = 0,9a + 0,3$$

$$\begin{array}{l} \text{ez osem let} \\ \text{Jana} \quad j+8 \\ \text{Anže} \quad a+8 \end{array} \Rightarrow a+8 = 1,05(j+8) \Rightarrow a = 1,05j + 8,4 - 8 = 1,05j + 0,4$$

$$\begin{array}{l} \text{vstavimo} \\ a = 1,05(0,9a + 0,3) + 0,4 = 0,945a + 0,315 + 0,4 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,055a = 0,715 \Rightarrow a = \frac{0,715}{0,055} = 13 \text{let in } j = 0,9 \cdot 13 + 0,3 = 12 \text{let} \end{array}$$

2. Natan no izra unajte vrednost izrazov

$$\begin{aligned} \text{a)} & (\sqrt{150} - \sqrt{50})(\sqrt{48} + \sqrt{108} - \sqrt{27}) = (\sqrt{6 \cdot 25} - \sqrt{2 \cdot 25})(\sqrt{3 \cdot 16} + \sqrt{3 \cdot 36} - \sqrt{3 \cdot 9}) = \\ & = (5\sqrt{6} - 5\sqrt{2})(4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) = (5\sqrt{6} - 5\sqrt{2})7\sqrt{3} = 35\sqrt{2 \cdot 9} - 35\sqrt{6} = \underline{\underline{105\sqrt{2} - 35\sqrt{6}}} \end{aligned}$$

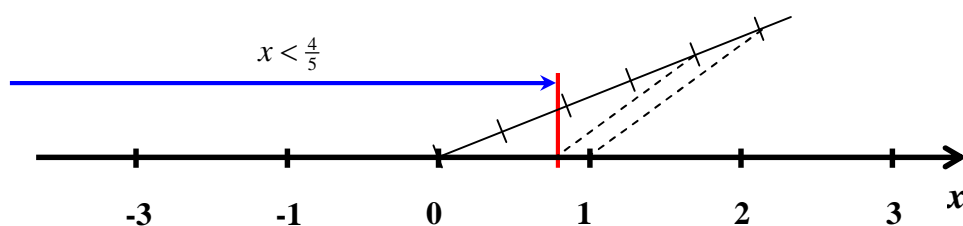
$$\text{b)} (1 - \sqrt{5})^3 - (16\sqrt{10} + 6\sqrt{2}) : (2\sqrt{2}) = 1 - 3\sqrt{5} + 3 \cdot 5 - 5\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 3 = \underline{\underline{13 - 16\sqrt{5}}}$$

3. Rešite neena bo in predstavite rešitev s to kami na številski premici

$$\begin{aligned} x(2x-3)(4x+9) - 7x &< (3x-5)(4x+3) - 4x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x(8x^2 + 18x - 12x - 27) - 7x &< 12x^2 + 9x - 20x - 15 - 4x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x(8x^2 + 6x - 27) - 7x &< 8x^2 - 11x - 15 \Rightarrow 8x^3 + 6x^2 - 27x - 7x - 8x^2 + 11x + 15 < 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8x^3 - 2x^2 - 23x + 15 &< 0 \end{aligned}$$

Bila je napaka v podatkih! Pravilno je takole:

$$\begin{aligned} (2x-3)(4x+9) - 7x &< (3x-5)(4x+3) - 4x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8x^2 + 18x - 12x - 27 - 7x &< 12x^2 + 9x - 20x - 15 - 4x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8x^2 - x - 27 &< 8x^2 - 11x - 15 \Rightarrow 10x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$



4. Dana je neena ba $mx - m^2 < 3(x-1) - 2m$; $m \in \mathbb{R}$

a) Obravnavajte neena bo glede na vrednosti parametra m .

b) Za kateri m bo rešitev neena be interval $(-2, \infty)$?

c) Za kateri m bo rešitev neena be interval $(-\infty, 3)$?

$$a) mx - m^2 < 3(x-1) - 2m \Rightarrow mx - m^2 < 3x - 3 - 2m \Rightarrow mx - 3x < m^2 - 2m - 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m-3)x < (m-3)(m+1) /: (m-3) \Rightarrow \text{tri možnosti}$$

$$(1) \quad m-3 > 0 \Rightarrow m > 3: \quad \underline{\underline{x < m+1}}$$

$$(2) \quad m-3 < 0 \Rightarrow m < 3: \quad \underline{\underline{x > m+1}}$$

$$(3) \quad m-3 = 0 \Rightarrow m = 3: \quad \text{ne smemo deliti, neena ba se glasi } 0 \cdot x < 0 \cdot (m+1) \Rightarrow 0 < 0 \quad \underline{\underline{x \in \emptyset}}$$

$$b) x \in (-2, \infty) \Rightarrow x > -2 \quad \text{to je primer (2)} \quad x > m+1 \Rightarrow m+1 = -2 \Rightarrow \underline{\underline{m = -3}}$$

$$c) x \in (-\infty, 3) \Rightarrow x < 3 \quad \text{to je primer (1)} \quad x < m+1 \Rightarrow m+1 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{m = 2}}$$

5. Rešite sistem neena b $\frac{x+1}{2} - \frac{5x+1}{3} \leq \frac{1}{6}$, $x - \frac{3x+1}{2} - \frac{x-14}{3} \geq 0$.

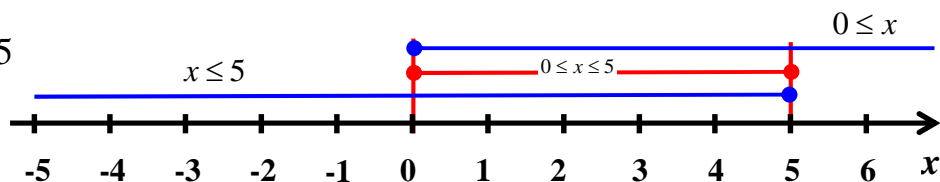
$$\frac{x+1}{2} - \frac{5x+1}{3} \leq \frac{1}{6} / \cdot 6 \Rightarrow 3(x+1) - 2(5x+1) \leq 1 \Rightarrow 3x+3-10x-2 \leq 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -7x \leq 0 /: (-7) \Rightarrow x \geq 0$$

$$x - \frac{3x+1}{2} - \frac{x-14}{3} \geq 0 / \cdot 6 \Rightarrow 6x - 3(3x+1) - 2(x-14) \geq 0 \Rightarrow 6x - 9x - 3 - 2x + 28 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5x \geq -25 /: (-5) \Rightarrow x \leq 5$$

$$\underline{\underline{x \in [0, 5]}}$$



6. Rešite neena bo $(x-5)(2-x)(x+4) < 0$.

Pregledamo, kako se spreminja predznak posameznih faktorjev.

$x-5 < 0$ pri $x < 5$, $2-x < 0$ pri $2 < x$, $x+4 < 0$ pri $x < -4$

Predznake narišemo na številski osi.

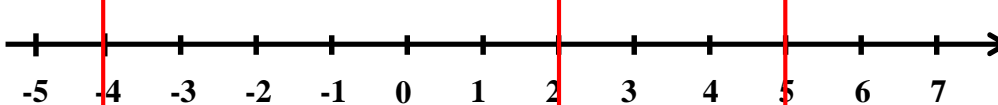
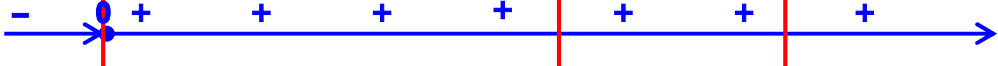
predznak izraza $x-5$



predznak izraza $2-x$



predznak izraza $x+4$



izraz je negativen

$$-4 < x < 2$$

izraz je negativen

$$5 < x$$

$$\underline{\underline{x \in (-4, 2) \cup (5, \infty)}}$$