176) *Za spodnja števila poiščite praštevilski razcep*:

a) $72 = 8 \cdot 9 = \boxed{2^3 \cdot 3^2}$

č) $1485 = 11 \cdot 135 = 11 \cdot 9 \cdot 15 = \boxed{3^3 \cdot 5 \cdot 11}$

b) $116 = 4 \cdot 29 = \boxed{2^2 \cdot 29}$

d) $3240 = 90 \cdot 36 = 3^2 \cdot 10 \cdot 6^2 = \boxed{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5}$

c) $765 = 9 \cdot 85 = 9 \cdot 5 \cdot 17 = \boxed{3^2 \cdot 5 \cdot 17}$

e) $35\,010 = 90 \cdot 389 = \boxed{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 389}$

---

177) *Zapišite vse delitelje števil*:

a) $30 = 3 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

Delitelji števila 30 *so*$_{2\cdot 2\cdot 2=8}$:
1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 *in* 30.

č) $108 = 4 \cdot 27 = 2^2 \cdot 3^3$

Delitelji števila 108 *so*$_{3\cdot 4=12}$:
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54 *in* 108.

b) $57 = 3 \cdot 19$

Delitelji števila 57 *so*$_{2\cdot 2=4}$:
1, 3, 19 *in* 57.

d) $282 = 6 \cdot 47 = 2 \cdot 3 \cdot 47$

Delitelji števila 282 *so*$_{2\cdot 2\cdot 2=8}$:
1, 2, 3, 6, 47, 94, 141 *in* 282.

c) $61 = 1 \cdot 61$

Delitelja števila 61 *sta*$_{\text{praštevilo}}$:
1 *in* 61.

e) $283 = 1 \cdot 283$

Delitelja števila 283 *sta*$_{\text{praštevilo}}$:
1 *in* 283.

---

178) *Poščite najmanjša števila, ki so deljiva z*:

a) 2 *in* 7

$v(2,7) = 2 \cdot 7 = \boxed{14}$

c) 3, 5 *in* 12

$12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow v(3,5,12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = \boxed{60}$

b) 2, 3, *in* 5

$v(2,3,5) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = \boxed{30}$

č) 12, 15 *in* 18

$12 = 2^2 \cdot 3, \quad 15 = 3 \cdot 5, \quad 18 = 2 \cdot 3^2$

$v(12,15,18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = \boxed{180}$

---

179) *S katerimi potencami števila* 2 *so deljiva števila*: 24, 160, 384, 5120?

$24 = 3 \cdot 8 = \mathbf{2^3} \cdot 3 \Rightarrow$

Število 24 *je deljivo z*: $2, 2^2 = 4$ *in z* $2^3 = 8$.

$160 = 16 \cdot 10 = \mathbf{2^5} \cdot \mathbf{5} \Rightarrow$

Število 160 *je deljivo z*: $2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16$ *in z* $2^5 = 32$.

$384 = 4 \cdot 96 = 4 \cdot 4 \cdot 24 = \mathbf{2^7} \cdot 3 \Rightarrow$

Število 384 *je deljivo z*: $2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64$ *in z* $2^7 = 128$.

$5120 = 512 \cdot 10 = \mathbf{2^{10}} \cdot 5 \Rightarrow$

Število 5120 *je deljivo z*: $2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64,$ $2^7 = 128, 2^8 = 256, 2^9 = 512$ *in z* $2^{10} = 1024$.

---

180) *S katerimi večkratniki števila* 3 *so deljiva števila*: 42, 45, 144, 162?

$42 = 3 \cdot 14 = 3 \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{7} \Rightarrow$

Število 42 *je deljivo* $z_{2\cdot 2=4}$: $\mathbf{1}\cdot 3 = 3$, $\mathbf{2}\cdot 3 = 6$, $\mathbf{7}\cdot 3 = 21$ *in s* $\mathbf{14}\cdot 3 = 42$.

$45 = 3 \cdot 15 = 3 \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5} \Rightarrow$

Število 45 *je deljivo* $z_{2\cdot 2=4}$: $\mathbf{1}\cdot 3 = 3$, $\mathbf{3}\cdot 3 = 9$, $\mathbf{5}\cdot 3 = 15$ *in s* $\mathbf{15}\cdot 3 = 45$.

$144 = 3 \cdot 48 = 3 \cdot \mathbf{2^4} \cdot \mathbf{3} \Rightarrow$

Število 144 *je deljivo* $z_{5\cdot 2=10}$: $\mathbf{1}\cdot 3 = 3$, $\mathbf{2}\cdot 3 = 6$, $\mathbf{3}\cdot 3 = 9$, $\mathbf{4}\cdot 3 = 12$,
$\mathbf{6}\cdot 3 = 18$, $\mathbf{8}\cdot 3 = 24$, $\mathbf{12}\cdot 3 = 36$, $\mathbf{16}\cdot 3 = 48$, $\mathbf{24}\cdot 3 = 72$ *in z* $\mathbf{48}\cdot 3 = 144$.

$162 = 3 \cdot 54 = 3 \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{3^3} \Rightarrow$

Število 162 *je deljivo* $z_{2\cdot 4=8}$: $\mathbf{1}\cdot 3 = 3$, $\mathbf{2}\cdot 3 = 6$, $\mathbf{3}\cdot 3 = 9$, $\mathbf{6}\cdot 3 = 18$,
$\mathbf{9}\cdot 3 = 27$, $\mathbf{18}\cdot 3 = 54$, $\mathbf{27}\cdot 3 = 81$ *in s* $\mathbf{54}\cdot 3 = 162$.

181) *Kateri pozitivni večkratniki števila* 9 *so delitelji števila* 504?

$504 = 9 \cdot 56 = 9 \cdot \mathbf{2^3} \cdot \mathbf{7} \Rightarrow$

Delitelji so naslednji večkratniki števila $9_{4\cdot 2=8}$: $\mathbf{1}\cdot 9 = 9$, $\mathbf{2}\cdot 9 = 18$,
$\mathbf{4}\cdot 9 = 36$, $\mathbf{7}\cdot 9 = 63$, $\mathbf{8}\cdot 9 = 72$, $\mathbf{14}\cdot 9 = 126$, $\mathbf{28}\cdot 9 = 252$ *in* $\mathbf{56}\cdot 9 = 504$

182) *S števkami* 1, 3, 5, 7 *in* 9 *zapišite trimestna števila, ki so*$_{(vsako\ števko\ uporabimo\ le\ enkrat)}$:

a) *deljiva s* 5,

na koncu je števka $5 \Rightarrow$ 135, 175, 195, 315, 375, 395, 715, 735, 795, 915, 935 *in* 975;

b) *deljiva s* 9,

vpoštev pridejo števke 1, 3 *in* $5 \Rightarrow$ 135, 153, 315, 351, 513 *in* 531;

c) *deljiva s* 3 *in niso deljiva z* 9,

vpoštev pridejo skupine števk 1, 5, 9; 3, 5, 7 *in* 5, 7, $9 \Rightarrow$ 159, 195, 519, 591, 915, 951;
357, 375, 537, 573, 735, 753 *in* 579, 597, 759, 795, 957, 975.

183) *Zapišite vse izraze, ki delijo spodnje izraze.*

a) $3x^2$

Delitelji so$_{(2\cdot 3=6)}$: $1, 3, x, 3x, x^2, 3x^2$

b) $4a^2b = 2^2a^2b$

Delitelji so$_{(3\cdot 3\cdot 2=18)}$: $1, 2, 4, a, a^2, b, ab, a^2b,$
$2a, 2a^2, 2b, 2ab, 2a^2b, 4a, 4a^2, 4b, 4ab$ *in* $4a^2b$.

c) $a^2 + 7a + 10 = (a+2)(a+5)$

Delitelji so$_{(2\cdot 2=4)}$: $1, a+2, a+5$ *in* $a^2 + 7a + 10$.

č) $x^2 - 11x - 42 = (x-14)(x+3)$

Delitelji so$_{(2\cdot 2=4)}$: $1, x-14, x+3$ *in* $x^2 - 11x - 42$.

d) $20 + 21u + u^2 = (1+u)(20+u)$

Delitelji so$_{(2\cdot 2=4)}$: $1, 1+u, 20+u$ *in*
$(1+u)(20+u)$.

e) $27y^2 - 3x^2 = 3(9y^2 - x^2) = 3(3y-x)(3y+x)$

Delitelji so$_{(2\cdot 2\cdot 2=8)}$: $1, 3, 3y-x, 3y+x, 9y-3x,$
$9y+3x, 9y^2-x^2$ *in* $27y^2-3x^2$.

f) $w^3 + 3w^2 - 18w = w(w-3)(w+6)$

Delitelji so$_{(2\cdot 2\cdot 2=8)}$: $1, w, w-3, w+6, w^2-3w,$
$w^2+6w, w^2+3w-18$ *in* w^3+3w^2-18w.

184) *Pokažite, da je za vsako naravno število $n>2$ izraz $3n^3+3n^2-18n$ sestavljeno število, in zapišite vse njegove delitelje.*

$3n^3+3n^2-18n=3n\left(n^2+n-6\right)=\boxed{3n(n-2)(n+3);\ \textit{za } n>2 \textit{ je izraz sestavljeno število}}$

$\boxed{\textit{Delitelji so}_{(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=16)}: 1,\ 3,\ n,\ n-2,\ n+3,\ 3n,\ 3(n-2),\ 3(n+3),\ n(n-2),\ n(n+3),}$
$\boxed{(n-2)(n+3),\ 3n(n-2),\ 3n(n+3),\ 3(n-2)(n+3),\ n(n-2)(n+3) \textit{ in } 3n(n-2)(n+3)}$

---

185) *Dan je izraz $4a-(2-a)^2-(3-a)(a+6)$.*

a) *Pokažite, da je za poljubno število $a\in\mathcal{Z}$ vrednost izraza večkratnik števila 11.*

$4a-(2-a)^2-(3-a)(a+6)=4a-4+4a-a^2-3a+a^2-18+6a=$
$=11a-22=11(a-2)=\boxed{11\cdot k_{k\in\mathcal{Z}QED}}$

b) *Za katera naravna števila a je vrednost izraza sestavljeno število?*

$4a-(2-a)^2-(3-a)(a+6)=11(a-2)\Rightarrow\boxed{za\ a>3}$

c) *Za katero naravno število a je vrednost izraza praštevilo?*

$4a-(2-a)^2-(3-a)(a+6)=11(a-2)\Rightarrow\boxed{za\ a=3}$

---

186) *Dan je izraz $(2n-1)^2-(3-n)(2n+4)-1$.*

a) *Pokažite, da je za poljubno število $n\in\mathcal{N}$ vrednost izraza večkratnik števila 6.*

$(2n-1)^2-(3-n)(2n+4)-1=4n^2-4n+1-6n+2n^2-12+4n-1=$
$=6n^2-6n-12=6\left(n^2-n-2\right)=6(n-2)(n+1)=\boxed{6\cdot k_{k\in\mathcal{N},\ razen\ za\ n=1\ in\ n=2\ QED}}$

b) *Za katera naravna števila n je vrednost izraza sestavljeno število?*

$(2n-1)^2-(3-n)(2n+4)-1=6\left(n^2-n-2\right)=6(n-2)(n+1)\Rightarrow\boxed{za\ n>2}$

c) *Za $n=100$ izračunajte, koliko deliteljev ima vrednost izraza.*

$m=(2n-1)^2-(3-n)(2n+4)-1=6(n-2)(n+1)$
$n=100\Rightarrow m=6\cdot 98\cdot 101=6\cdot 2\cdot 49\cdot 101=2^2\cdot 3\cdot 7^2\cdot 101=59388$
$\tau(m)=3\cdot 2\cdot 3\cdot 2=36$

---

187) *Števila 15, 21, 37, 64, 95 delite s številom 5. Zapišite račune v obliki osnovnega izreka o deljenju naravnih števil.*

$15:5=3\ _{ost.}\ 0$
$\boxed{15=3\cdot 5}$

$21:5=4\ _{ost.}\ 1$
$\boxed{21=4\cdot 5+1}$

$37:5=7\ _{ost.}\ 2$
$\boxed{37=7\cdot 5+2}$

$64:5=12\ _{ost.}\ 4$
$\boxed{64=12\cdot 5+4}$

$95:5=19\ _{ost.}\ 0$
$\boxed{95=19\cdot 5}$

188) *Katere ostanke lahko dobimo pri deljenju naravnega števila n s številom* 4?

$\boxed{\textit{Ostanki so lahko } 0, 1, 2 \textit{ ali } 3.}$

---

189) *Spodnji stavek zapišite po osnovnem izreku o deljenju in iskano število tudi izračunajte*:

Če število n delimo s 6, *dobimo kvocient* 4 *in ostanek* 3.

$\boxed{n = 4 \cdot 6 + 3 \Rightarrow n = 27}$

---

190) *Zapišite prvih* 5 *naravnih števil, ki dajo pri deljenju s* 7 *ostanek* 4.

$\{0, 1, 2, 3, 4\} \cdot 7 + 4 \Rightarrow \boxed{\textit{Števila so}: 4, 11, 18, 25 \textit{ in } 32}$ $_{(v\ knjigi\ začne\ s\ številom\ 11)}$

---

191) *V množici celih števil na dva različna načina zapišite množici*:

a) *večkratnikov števila* 5;

$\boxed{\mathcal{A} = \{... -10, -5, 0, 5, 10, ...\}}$ *ali* $\boxed{\mathcal{A} = \{5k;\ k \in \mathbb{Z}\}}$

b) *vseh celih števil, ki dajo pri deljenju s* 5 *ostanek* 1.

$\boxed{\mathcal{A} = \{... -9, -4, 1, 6, 11, ...\}}$ *ali* $\boxed{\mathcal{A} = \{5k + 1;\ k \in \mathbb{Z}\}}$

---

192) *V množici celih števil na dva različna načina zapišite množici*:

a) *večkratnikov števila* 8;

$\boxed{\mathcal{A} = \{... -16, -8, 0, 8, 16, 24, ...\}}$ *ali* $\boxed{\mathcal{A} = \{8k;\ k \in \mathbb{Z}\}}$

b) *vseh celih števil, ki dajo pri deljenju z* 8 *ostanek* 3.

$\boxed{\mathcal{A} = \{... -13, -5, 3, 11, 19, ...\}}$ *ali* $\boxed{\mathcal{A} = \{8k + 3;\ k \in \mathbb{Z}\}}$

---

193) *Če neko število delimo s številom* 36, *dobimo ostanek* 22. *Kolikšen je ostanek, če isto število delimo z* 9?

$$n = k \cdot 36 + 22 = k \cdot 4 \cdot 9 + (2 \cdot 9 + 4)_{22:9=2\ ost.\ 4} = (k \cdot 4 + 2) \cdot 9 + 4 = k' \cdot 9 + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\textit{Ostanek je } 4.}$$

---

194) *Katero naravno število da pri deljenju s* 13 *količnik* 7 *in ostanek* 9?

$n = 7 \cdot 13 + 9 \Rightarrow \boxed{n = 100}$

---

195) *Katero je najmanjše oz. največje naravno število, ki da pri deljenju z* 8 *kvocient* 12?

$$n = 12 \cdot 8 + ost._{od\ 0\ do\ 7} \Rightarrow n_{\min} = 12 \cdot 8 = \boxed{96} \textit{ in } n_{\max} = 12 \cdot 8 + 7 = \boxed{103}$$

---

196) *Če neko število delimo z n, dobimo kvocient* 9 *in ostanek* 1, *če pa ga delimo z $n+3$, dobimo kvocient* 6 *in ostanek* 7. *Koliko je n in katero število smo delili*?

$$m = 9 \cdot n + 1 = 6 \cdot (n + 3) + 7 \Rightarrow 9n + 1 = 6n + 18 + 7 \Rightarrow 3n = 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 8 \textit{ in } m = 9 \cdot 8 + 1 = 73 \Rightarrow \boxed{\textit{Število } 73 \textit{ smo delili z } 8.}$$

197) *Če naravno število n delimo z 8, dobimo količnik k in ostanek 3. Če pa količnik k množimo z 9 in odštejemo 4, dobimo število n. Poiščite števili k in n.*

$n = k \cdot 8 + 3 \text{ in } k \cdot 9 - 4 = n \Rightarrow 8k + 3 = 9k - 4 \Rightarrow k = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 7 \cdot 8 + 3 = 59 \Rightarrow \boxed{k = 7 \text{ in } n = 59}$

---

198) *Če vsoto kvadratov dveh zaporednih števil delimo s 4, dobimo ostanek 1. Pokažite, da trditev velja za vsa naravna števila.*

Dokaži: $n^2 + (n+1)^2 = k \cdot 4 + 1 \Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1 =$

$= 2n(n+1) + 1 \Rightarrow 4 \mid 2n(n+1)$, *saj je deljivo z 2,* $n(n+1)$ *pa je produkt zaporednih naravnih števil, od katerih je eno prav gotovo sodo in zato tudi deljivo z 2.* $\Rightarrow \boxed{2n(n+1) + 1 \Rightarrow 4k + 1_{qed}}$

---

199) *Koliko je ostanek pri deljenju razlike kubov dveh zaporednih lihih števil s 24?*

Dve zaporedni lihi števili bomo označili raje z $2n-1$ *in* $2n+1$ *kot z* $2n+1$ *in* $2n+3$, *da bo bolj simetrično*$_{(\text{pri odštevanju se bo več uničilo})}$.

$(2n+1)^3 - (2n-1)^3 = 8n^3 + 3 \cdot 4n^2 + 3 \cdot 2n + 1 - \left(8n^3 - 3 \cdot 4n^2 + 3 \cdot 2n - 1\right) =$

$= 8n^3 + 12n^2 + 6n + 1 - 8n^3 + 12n^2 - 6n + 1 = 24n^2 + 2 \Rightarrow \boxed{\text{Ostanek je } 2.}$

---

200) *Če nekemu številu n zbrišemo zadnjo števko, ki je 1, dobljeno število delimo z 2, potem kvocientu zbrišemo zadnjo števko 3 in dobljeno število delimo s 4, dobimo 6. Poiščite število n.*

Gremo od zadnjega konca: $6 \cdot 4 = 24 \xrightarrow{\text{dodamo } 3} \text{kvocient} = 243$

$\xrightarrow{\text{množimo z } 2} 243 \cdot 2 = 486 \xrightarrow{\text{dodamo } 1} \boxed{n = 4861}$

---

201) *Zavitek z 8 bonboni stane 520 tolarjev, zavitek z 11 bonboni pa 700 tolarjev, posamezen bonbon, ki ni v zavitku pa stane 50 tolarjev. 100 bonbonov želimo zapakirati v enako velike zavitke. S katerimi zavitki bomo iztržili več in koliko?*

$100 = k_1 \cdot 8 + r_1$ *ali* $100 = k_2 \cdot 11 + r_2 \Rightarrow k_1 = 12$ *in* $r_1 = 4$ *ali*

$k_2 = 9$ *in* $r_2 = 1$

Iztržek pri zavitkih z 8 bonboni je $12 \cdot 520 + 4 \cdot 50 = 6440$ *tolarjev.*

Iztržek pri zavitkih z 11 bonboni je $9 \cdot 700 + 1 \cdot 50 = 6350$ *tolarjev.*

$\boxed{\text{Z zavitki po 8 bonbonov bomo iztržili 90 tolarjev več in sicer 6440 tolarjev.}}$

202) *Dedka in babico so obiskali vnuki. Mednje bi rada razdelila bonbone. Če bi dala vsakemu vnuku štiri, bi jima pet bonbonov ostalo, če pa bi dala vsakemu vnuku po pet bonbonov, jima dva zmanjkata. Izračunajte, koliko vnukov imata dedek in babica na obisku in koliko bonbonov bi jima rada razdelila?*

$b =$ *število bonbonov* $\quad v =$ *število vnukov*

$b = v \cdot 4 + 5 = v \cdot 5 - 2 \Rightarrow 4v + 5 = 5v - 2 \Rightarrow v = 7 \Rightarrow b = 7 \cdot 4 + 5 = 33$

Na obisku imata 7 vnukov, razdelila bi jima rada 33 bonbonov.

203) *Receptor apartmajskega naselja želi razporediti skupino turistov po apartmajih. Lahko jih razporedi v štiriposteljne apartmaje in en dvoposteljni apartma, ali pa v en štiriposteljni apartma in v šestposteljne apartmaje. V drugem primeru potrebuje 4 apartmaje manj kot v prvem primeru. Koliko turistov želi receptor razporediti?*

$a_4 =$ *število štiriposteljnih apartmajev v prvem primeru,*

$a_6 =$ *število šestposteljnih apartmajev v drugem primeru,*

$t =$ *število turistov*

$t = a_4 \cdot 4 + 2 = a_6 \cdot 6 + 4 \text{ in } a_4 + 1 - 4 = a_6 + 1 \Rightarrow a_4 = a_6 + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a_6 + 4) \cdot 4 + 2 = a_6 \cdot 6 + 4 \Rightarrow 4a_6 + 16 + 2 = 6a_6 + 4 \Rightarrow 2a_6 = 14 \Rightarrow a_6 = 7$

$t = 7 \cdot 6 + 4 = 46 \Rightarrow$ *Receptor želi razporediti 46 turistov.*

204) *Hišnik za prireditev v šolski avli postavlja stole v vrste. Če postavi v vsako vrsto 15 stolov, mu jih do zapolnitve zadnje vrste zmanjka 10, če pa postavi v vsako vrsto 14 stolov in naredi eno vrsto več kot v prejšnjem primeru, mu jih do zapolnitve zadnje vrste zmanjka 12. Koliko stolov mora razporediti.*

$v_1 =$ *število vrst v prvem primeru,* $v_2 =$ *število vrst v drugem primeru,*

$s =$ *število stolov*

$s = v_1 \cdot 15 - 10 = v_2 \cdot 14 - 12 \text{ in } v_2 = v_1 + 1 \Rightarrow v_1 \cdot 15 - 10 = (v_1 + 1) \cdot 14 - 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow 15v_1 - 10 = 14v_1 + 14 - 12 \Rightarrow v_1 = 12 \Rightarrow s = 12 \cdot 15 - 10 = 170$

Hišnik mora razporediti 170 stolov.

205) *Dana števila zapišite kot produkt praštevil in za posamezne pare števil poiščite največji skupni delitelj.*

a) $15, 24$

$15 = 3 \cdot 5, \quad 24 = 3 \cdot 8 = 2^3 \cdot 3$

$\boxed{D(15,24) = 3}$

d) $126, 144$

$126 = 6 \cdot 21 = 6 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7,$

$144 = 12 \cdot 12 = 2^4 \cdot 3^2$

$\boxed{D(126,144) = 2 \cdot 3^2 = 18}$

b) $21, 26$

$21 = 3 \cdot 7, \quad 26 = 2 \cdot 13$

$\boxed{D(21,26) = 1}$

e) $119, 209$

$119 = 7 \cdot 17, \quad 209 = 11 \cdot 19$

$\boxed{D(119,209) = 1}$

c) $36, 56$

$36 = 6 \cdot 6 = 2^2 \cdot 3^2,$

$56 = 7 \cdot 8 = 2^3 \cdot 7$

$\boxed{D(36,56) = 2^2 = 4}$

f) $1242, 1224$

$1242 = 6 \cdot 207 = 6 \cdot 9 \cdot 23 = 2 \cdot 3^3 \cdot 23,$

$1224 = 6 \cdot 204 = 6 \cdot 6 \cdot 34 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$

$\boxed{D(1242,1224) = 2 \cdot 3^2 = 18}$

č) $136, 204$

$136 = 4 \cdot 34 = 2^3 \cdot 17,$

$204 = 4 \cdot 51 = 4 \cdot 3 \cdot 17 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$

$\boxed{D(136,204) = 2^2 \cdot 17 = 68}$

---

206) *Poiščite pet največjih skupnih deliteljev števil* 72 *in* 108.

$72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2$ *Delitelji so* (4 · 3 = 12): 1, 2, 3, 4, $\underline{6}$, $\underline{9}$, 8, $\underline{12}$, $\underline{18}$, 24, $\underline{36}$ *in* 72.

$108 = 9 \cdot 12 = 2^2 \cdot 3^3$ *Delitelji so* (3 · 4 = 12): 1, 2, 3, 4, $\underline{6}$, $\underline{9}$, $\underline{12}$, $\underline{18}$, 27, $\underline{36}$, 54 *in* 108.

Pet največjih skupnih deliteljev števil 72 *in* 108 *je*: 6, 9, 12, 18 *in* 36.

---

207) *Poiščite prvih osem skupnih deliteljev števil* 180 *in* 450.

$180 = 18 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ *Delitelji so* (3 · 3 · 2 = 18): $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, 4, $\underline{5}$, $\underline{6}$, $\underline{9}$, $\underline{10}$, $\underline{15}$, 12, 18, 20, 30, 45, 36, 60, 90 *in* 180.

$450 = 45 \cdot 10 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ *Delitelji so* (2 · 3 · 3 = 18): $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{5}$, $\underline{6}$, $\underline{9}$, $\underline{10}$, $\underline{15}$, 18, 25, 30, 45, 50, 75, 90, 150, 225 *in* 450.

Pet največjih skupnih deliteljev števil 72 *in* 108 *je*: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10 *in* 15.

208) *Dana števila zapišite kot produkt praštevil in za posamezne množice števil poiščite največji skupni delitelj.*

a) 432,648,288

$432 = 8 \cdot 54 = 8 \cdot 6 \cdot 9 = 2^4 \cdot 3^3, \quad 648 = 8 \cdot 81 = 2^3 \cdot 3^4,$

$288 = 4 \cdot 72 = 4 \cdot 8 \cdot 9 = 2^5 \cdot 3^2 \Rightarrow \boxed{D(432, 648, 288) = 2^3 \cdot 3^2 = 72}$

b) 148, 333, 444

$148 = 4 \cdot 37 = 2^2 \cdot 37, \quad 333 = 9 \cdot 37 = 3^2 \cdot 37,$

$444 = 4 \cdot 111 = 4 \cdot 3 \cdot 37 = 2^2 \cdot 3 \cdot 37 \Rightarrow \boxed{D(148, 333, 444) = 37}$

c) 162, 252, 423, 630

$162 = 9 \cdot 18 = 2 \cdot 3^4, \quad 252 = 9 \cdot 28 = 9 \cdot 4 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7,$

$423 = 9 \cdot 47 = 3^2 \cdot 47, \quad 630 = 10 \cdot 63 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$\boxed{D(162, 252, 423, 630) = 3^2 = 9}$

209) *Z Evklidovim algoritmom poiščite največji skupni delitelj naslednjih parov števil.*

a) 96, 78

$96 : 78 = 1 \ \mathit{ost.}\ 18 \quad 78 : 18 = 4 \ \mathit{ost.}\ 6 \quad 18 : 6 = \underline{3} \quad \boxed{D(96, 78) = 6}$

b) 18, 86

$86 : 18 = 4 \ \mathit{ost.}\ 14 \quad 18 : 14 = 1 \ \mathit{ost.}\ 4 \quad 14 : 4 = 3 \ \mathit{ost.}\ \underline{2} \quad 4 : 2 = 2 \quad \boxed{D(18, 86) = 2}$

c) 135, 111

$135 : 111 = 1 \ \mathit{ost.}\ 24 \quad 111 : 24 = 4 \ \mathit{ost.}\ 15 \quad 24 : 15 = 1 \ \mathit{ost.}\ 9 \quad 15 : 9 = 1 \ \mathit{ost.}\ 6$

$9 : 6 = 1 \ \mathit{ost.}\ \underline{3} \quad 6 : 3 = 2 \quad \boxed{D(135, 111) = 3}$

č) 237, 431

$431 : 237 = 1 \ \mathit{ost.}\ 194 \quad 237 : 194 = 1 \ \mathit{ost.}\ 43 \quad 194 : 43 = 4 \ \mathit{ost.}\ 22$

$43 : 22 = 1 \ \mathit{ost.}\ 21 \quad 22 : 21 = 1 \ \mathit{ost.}\ \underline{1} \quad 21 : 1 = 21 \quad \boxed{D(237, 431) = 1}$

d) 357, 453

$453 : 357 = 1 \ \mathit{ost.}\ 96 \quad 357 : 96 = 3 \ \mathit{ost.}\ 69 \quad 96 : 69 = 1 \ \mathit{ost.}\ 27 \quad 69 : 27 = 2 \ \mathit{ost.}\ 15$

$27 : 15 = 1 \ \mathit{ost.}\ 12 \quad 15 : 12 = 1 \ \mathit{ost.}\ \underline{3} \quad 12 : 3 = 4 \quad \boxed{D(357, 453) = 3}$

e) 1749, 2552

$2552 : 1749 = 1 \ \mathit{ost.}\ 803 \quad 1749 : 803 = 2 \ \mathit{ost.}\ 143 \quad 803 : 143 = 5 \ \mathit{ost.}\ 88$

$143 : 88 = 1 \ \mathit{ost.}\ 55 \quad 88 : 55 = 1 \ \mathit{ost.}\ 33 \quad 55 : 33 = 1 \ \mathit{ost.}\ 22 \quad 33 : 22 = 1 \ \mathit{ost.}\ \underline{11}$

$22 : 11 = 2 \quad \boxed{D(1749, 2552) = 11}$

210) *Dana števila zapišite kot produkt praštevil in za posamezne pare števil poiščite najmanjši skupni večkratnik.*

a) $6, 16$

$6 = 2 \cdot 3, \quad 16 = 4 \cdot 4 = 2^4$

$\boxed{v(6,16) = 2^4 \cdot 3 = 48}$

b) $24, 28$

$24 = 4 \cdot 6 = 2^3 \cdot 3, \quad 28 = 4 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$

$\boxed{v(24,28) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168}$

c) $20, 33$

$20 = 4 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5, \quad 33 = 3 \cdot 11$

$\boxed{v(20,33) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11_{(20 \cdot 33)} = 660}$

č) $48, 84$

$48 = 4 \cdot 12 = 2^4 \cdot 3, \quad 84 = 4 \cdot 21 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$\boxed{v(48,84) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336}$

d) $54, 90$

$54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3^3, \quad 90 = 9 \cdot 10 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$\boxed{v(54,90) = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 270}$

e) $124, 174$

$124 = 4 \cdot 31 = 2^2 \cdot 31, \quad 174 = 6 \cdot 29 = 2 \cdot 3 \cdot 29$

$\boxed{v(124,174) = 2^2 \cdot 3 \cdot 29 \cdot 31 = 10788}$

f) $576, 864$

$576 = 9 \cdot 64 = 2^6 \cdot 3^2, \quad 864 = 9 \cdot 96 = 9 \cdot 3 \cdot 32 = 2^5 \cdot 3^3$

$\boxed{v(576,864) = 2^6 \cdot 3^3 = 1728}$

g) $493, 703$

$493 = 17 \cdot 29, \quad 703 = 19 \cdot 37$

$\boxed{v(493,703) = 17 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 37_{(493 \cdot 703)} = 346579}$

211) *Dana števila zapišite kot produkt praštevil in za posamezne pare števil poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik.*

a) $18, 27$

$18 = 2 \cdot 3^2, \quad 27 = 3^3$

$\boxed{D(18,27) = 3^2 = 9}$

$\boxed{v(18,27) = 2 \cdot 3^3 = 54}$

b) $33, 42$

$33 = 3 \cdot 11, \quad 42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$\boxed{D(33,42) = 3}$

$\boxed{v(33,42) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 462}$

c) $91, 145$

$91 = 7 \cdot 13, \quad 145 = 5 \cdot 29$

$\boxed{D(91,145) = 1}$

$\boxed{v(91,145) = 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 29_{91 \cdot 145} = 13195}$

č) $104, 156$

$104 = 4 \cdot 26 = 2^3 \cdot 13, \quad 156 = 4 \cdot 39 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$

$\boxed{D(104,156) = 2^2 \cdot 13 = 52}$

$\boxed{v(104,156) = 2^3 \cdot 3 \cdot 13 = 312}$

d) $246, 276$

$246 = 6 \cdot 41 = 2 \cdot 3 \cdot 41, \quad 276 = 6 \cdot 46 = 2^2 \cdot 3 \cdot 23$

$\boxed{D(246,276) = 2 \cdot 3 = 6}$

$\boxed{v(246,276) = 2^2 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 41 = 11316}$

212) *Za dane pare števil poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik.*

a) $76, 44$

$76 = 4 \cdot 19 = 2^2 \cdot 19,$

$44 = 4 \cdot 11 = 2^2 \cdot 11$

$\boxed{D(76,44) = 2^2 = 4}$

$\boxed{v(76,44) = 2^2 \cdot 11 \cdot 19 = 836}$

b) $153, 68$

$153 = 9 \cdot 17 = 3^2 \cdot 17,$

$68 = 4 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17$

$\boxed{D(153,68) = 17}$

$\boxed{v(153,68) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17 = 612}$

c) $59, 413$

$59 = 1 \cdot 59,$

$413 = 7 \cdot 59$

$\boxed{D(59,413) = 59}$

$\boxed{v(59,413) = 7 \cdot 59 = 413}$

č) $369, 551$

$369 = 9 \cdot 41 = 3^2 \cdot 41,$

$551 = 19 \cdot 29$

$\boxed{D(369,551) = 1}$

$\boxed{v(369,551) = 3^2 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 41_{369 \cdot 551} = 203319}$

d) $448, 378$

$448 = 8 \cdot 56 = 2^6 \cdot 7,$

$378 = 6 \cdot 63 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

$\boxed{D(448,378) = 2 \cdot 7 = 14}$

$\boxed{v(448,378) = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 7 = 12096}$

e) $4350, 9450$

$4350 = 50 \cdot 87 = 50 \cdot 3 \cdot 29 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 29,$

$9450 = 50 \cdot 189 = 50 \cdot 9 \cdot 21 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

$\boxed{D(4350,9450) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150}$

$\boxed{v(4350,9450) = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 29 = 274050}$

213) *Dana števila zapišite kot produkt praštevil in za posamezne množice števil poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik.*

a) $28, 32, 52$

$28 = 2^2 \cdot 7, \quad 32 = 2^5$

$52 = 2 \cdot 26 = 2^2 \cdot 13$

$\boxed{D(28,32,52) = 2^2 = 4}$

$\boxed{v(28,32,52) = 2^5 \cdot 7 \cdot 13 = 2912}$

b) $112, 120, 144$

$112 = 4 \cdot 28 = 2^4 \cdot 7, \quad 120 = 12 \cdot 10 =$

$= 2^3 \cdot 3 \cdot 5, \quad 144 = 12^2 = 2^4 \cdot 3^2$

$\boxed{D(112,120,144) = 2^3 = 8}$

$\boxed{v(112,120,144) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5040}$

c) $336, 560, 1080$

$336 = 3 \cdot 112 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7, \quad 560 = 56 \cdot 10 =$

$= 2^4 \cdot 5 \cdot 7, \quad 1080 = 4 \cdot 27 \cdot 10 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

$\boxed{D(336,560,1080) = 2^3 = 8}$

$\boxed{v(336,560,1080) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 15120}$

č) $450, 1155, 1470$

$450 = 2 \cdot 225 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2, \quad 1155 = 11 \cdot 105 =$

$= 11 \cdot 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11, \quad 1470 = 7 \cdot 21 \cdot 10 =$

$= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$

$\boxed{D(450,1155,1470) = 3 \cdot 5 = 15}$

$\boxed{v(450,1155,1470) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11 = 242550}$

214) *Zapišite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik izrazov.*

a) $4a^2b^3,\ 6a^3b$

$$\boxed{D(4a^2b^3, 6a^3b) = 2a^2b}$$

$$\boxed{v(4a^2b^3, 6a^3b) = 12a^3b^3}$$

b) $a^2-9,\ a^2-6a+9$

$$a^2-9=(a-3)(a+3)$$

$$a^2-6a+9=(a-3)^2$$

$$\boxed{D(a^2-9, a^2-6a+9)=a-3}$$

$$\boxed{v(a^2-9, a^2-6a+9)=(a-3)^2(a+3)}$$

c) $z^3-8z^2,\ z^4+6z^3$

$$z^3-8z^2=z^2(z-8)$$

$$z^4+6z^3=z^3(z+6)$$

$$\boxed{D(z^3-8z^2, z^4+6z^3)=z^2}$$

$$\boxed{v(z^3-8z^2, z^4+6z^3)=z^3(z-8)(z+6)}$$

č) $z^2-z-12,\ z^2-7z+12$

$$z^2-z-12=(z-4)(z+3)$$

$$z^2-7z+12=(z-4)(z-3)$$

$$\boxed{D(z^2-z-12, z^2-7z+12)=z-4}$$

$$\boxed{v(z^2-z-12, z^2-7z+12)=(z-4)(z-3)(z+3)}$$

d) $2a^3-4a^2,\ a^6-8a^3$

$$2a^3-4a^2=2a^2(a-2)$$

$$a^6-8a^3=a^3(a^3-8)=a^3(a-2)(a^2+2a+4)$$

$$\boxed{D(2a^3-4a^2, a^6-8a^3)=a^2(a-2)}$$

$$\boxed{v(2a^3-4a^2, a^6-8a^3)=2a^3(a-2)(a^2+2a+4)}$$

e) $x^4-3x^3-4x^2,\ x^3-16x$

$$x^4-3x^3-4x^2=x^2(x^2-3x-4)=x^2(x-4)(x+1)$$

$$x^3-16x=x(x^2-16)=x(x-4)(x+4)$$

$$\boxed{D(x^4-3x^3-4x^2, x^3-16x)=x(x-4)}$$

$$\boxed{v(x^4-3x^3-4x^2, x^3-16x)=x^2(x-4)(x+1)(x+4)}$$

f) $8a^4-2a^2b^2,\ 16a^4+2ab^3$

$$8a^4-2a^2b^2=2a^2(4a^2-b^2)=2a^2(2a-b)(2a+b)$$

$$16a^4+2ab^3=2a(8a^3+b^3)=2a(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$$

$$\boxed{D(8a^4-2a^2b^2, 16a^4+2ab^3)=2a(2a+b)}$$

$$v(8a^4-2a^2b^2, 16a^4+2ab^3)=2a^2(2a+b)(2a-b)(4a^2-2$$

g) $a^2-4,\ a^2-4a+4,\ a^3-8$

$$a^2-4=(a-2)(a+2), \quad a^2-4a+4=(a-2)^2$$

$$a^3-8=(a-2)(a^2+2a+4)$$

$$\boxed{D(a^2-4, a^2-4a+4, a^3-8)=a-2}$$

$$\boxed{v(a^2-4, a^2-4a+4, a^3-8)=(a+2)(a-2)^2(a^2+2a+4)}$$

h) $8x+2y,\ 32x^4-2x^2y^2,\ 128x^4+2xy^3$

$$8x+2y=2(4x+y), \quad 32x^4-2x^2y^2=2x^2(16x^2-y^2)=2x^2$$

$$128x^4+2xy^3=2x(64x^3+y^3)=2x(4x+y)(16x^2-4xy+y^2$$

$$\boxed{D(8x+2y, 32x^4-2x^2y^2, 128x^4+2xy^3)=2(4x+y)}$$

$$v(8x+2y, 32x^4-2x^2y^2, 128x^4+2xy^3)=2x^2(4x-y)(4x+$$

i) $5x^3-x^2y,\ 25x^4-x^2y^2,\ 125x^4-xy^3$

$$5x^3-x^2y=x^2(5x-y), \quad 25x^4-x^2y^2=x^2(25x^2-y^2)=x^2$$

$$125x^4-xy^3=x(125x^3-y^3)=x(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)$$

$$\boxed{D(5x^3-x^2y, 25x^4-x^2y^2, 125x^4-xy^3)=x(5x-y)}$$

$$v(5x^3-x^2y, 25x^4-x^2y^2, 125x^4-xy^3)=x^2(5x-y)(5x+y$$

215) *Vsota dveh števil je* 60, *njun največji skupni delitelj pa* 12. *Kateri števili sta to*?

$$a+b=60, \quad D(a,b)=12 \Rightarrow a=12k_a, \quad b=12k_b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12k_a+12k_b=60/:12 \Rightarrow k_a+k_b=5 \Rightarrow \begin{cases} k_a=1, k_b=4 \Rightarrow \boxed{a=12, b=48} \\ k_a=2, k_b=3 \Rightarrow \boxed{a=24, b=36} \end{cases}$$

216) *Produkt dveh števil je* 17 280, *njun najmanjši skupni večkratnik pa* 2160. *Poiščite števili.*

$$a\cdot b=17\,280,\quad v(a,b)=2160\Rightarrow D(a,b)=17\,280:2160=8\Rightarrow a=8k_a \text{ in } b=8k_b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8k_a\cdot 8k_b=17\,280/:64\Rightarrow k_a\cdot k_b=270=10\cdot 27=2\cdot 3^3\cdot 5\xrightarrow{k_a \text{ in } k_b \text{ sta tuji si števili}}$$

$$\xrightarrow{\text{zato nekatere kombinacije niso možne}}\begin{cases} k_a=1,\ k_b=270\Rightarrow \boxed{a=8,\ b=2160}\\ k_a=2,\ k_b=135\Rightarrow \boxed{a=16,\ b=1080}\\ k_a=5,\ k_b=54\Rightarrow \boxed{a=40,\ b=432}\\ k_a=10,\ k_b=27\Rightarrow \boxed{a=80,\ b=216}\end{cases}$$

217) *Pokažite, da velja naslednja trditev: Če je D največji skupni delitelj števil a in b in je* $a=kD$ *in* $b=lD$*, potem sta števili k in l tuji.*

Dokaz začnemo z zanikanjem: Recimo, da si števili k in l nista tuji. Potem obstaja vsaj en njun skupni delitelj m, ki ni 1 in velja $k=k_m\cdot m$ *in* $l=l_m\cdot m$*. Nadalje sledi:* $a=k_m mD$ *in* $b=l_m mD$*; a in b imata skupni delitelj mD, ki je večji od D, saj* $m\neq 1$*. To je v nasprotju s predpostavko, da je D največji skupni delitelj števil a in* b_{QED}.

218) *Poiščite naravni števili a in b, za kateri je:*

a) $D(a,b)=11$ *in* $a+b=66$

$$a+b=66,\quad D(a,b)=11\Rightarrow a=11k_a,\quad b=11k_b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11k_a+11k_b=66/:11\Rightarrow k_a+k_b=6\xrightarrow{k_a \text{ in } k_b \text{ sta tuji si števili}}\begin{cases} k_a=1,\ k_b=5\Rightarrow \boxed{a=11,\ b=55}\\ \text{Kombinaciji } k_a=2,\ k_b=4 \text{ in}\\ k_a=3,\ k_b=3 \text{ ne prideta vpoštev}\end{cases}$$

b) $D(a,b)=35$ *in* $a+b=280$

$$a+b=280,\quad D(a,b)=35\Rightarrow a=35k_a,\quad b=35k_b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35k_a+35k_b=280/:35\Rightarrow k_a+k_b=8\xrightarrow{k_a \text{ in } k_b \text{ sta tuji si števili}}\begin{cases} k_a=1,\ k_b=7\Rightarrow \boxed{a=35,\ b=245}\\ k_a=3,\ k_b=5\Rightarrow \boxed{a=105,\ b=175}\\ \text{Kombinaciji } k_a=2,\ k_b=6 \text{ in}\\ k_a=4,\ k_b=4 \text{ ne prideta vpoštev.}\end{cases}$$

219) *Poiščite pare naravnih števil a in b, za katere je:*

a) $D(a,b)=5$ *in* $a\cdot b=100$

$$D(a,b)=5\Rightarrow a=5k_a \text{ in } b=5k_b\Rightarrow a\cdot b=100\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5k_a\cdot 5k_b=100/:25\Rightarrow k_a\cdot k_b=4\xrightarrow{k_a \text{ in } k_b \text{ sta tuji si števili}}\begin{cases} k_a=1,\ k_b=4\Rightarrow \boxed{a=5,\ b=20}\\ \text{Kombinacija } k_a=2,\ k_b=2\\ \text{ne pride vpoštev.}\end{cases}$$

b) $D(a,b)=12$ *in* $a\cdot b=1440$

$$D(a,b)=12\Rightarrow a=12k_a \text{ in } b=12k_b\Rightarrow a\cdot b=1440\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12k_a\cdot 12k_b=1440/:144\Rightarrow k_a\cdot k_b=10\xrightarrow{k_a \text{ in } k_b \text{ sta tuji si števili}}\begin{cases} k_a=1,\ k_b=10\Rightarrow \boxed{a=12,\ b=120}\\ k_a=2,\ k_b=5\Rightarrow \boxed{a=24,\ b=60}\end{cases}$$

220) *Poiščite pare naravnih števil a in b, za katere je:*

a) $D(a,b)=4 \text{ in } v(a,b)=24$

$D(a,b)=4 \Rightarrow a=4k_a \text{ in } b=4k_b \Rightarrow a\cdot b=4\cdot 24 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4k_a\cdot 4k_b=4\cdot 24/:16 \Rightarrow k_a\cdot k_b=6 \xrightarrow[\text{tuji si števili}]{k_a \text{ in } k_b \text{ sta}} \begin{cases} k_a=1, k_b=6 \Rightarrow \boxed{a=4, b=24} \\ k_a=2, k_b=3 \Rightarrow \boxed{a=8, b=12} \end{cases}$$

b) $D(a,b)=15 \text{ in } v(a,b)=450$

$D(a,b)=15 \Rightarrow a=15k_a \text{ in } b=15k_b \Rightarrow a\cdot b=15\cdot 450 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 15k_a\cdot 15k_b=15\cdot 450/:225 \Rightarrow k_a\cdot k_b=30=2\cdot 3\cdot 5 \xrightarrow[\text{tuji si števili}]{k_a \text{ in } k_b \text{ sta}} \begin{cases} k_a=1, k_b=30 \Rightarrow \boxed{a=15, b=450} \\ k_a=2, k_b=15 \Rightarrow \boxed{a=30, b=225} \\ k_a=3, k_b=10 \Rightarrow \boxed{a=45, b=150} \\ k_a=5, k_b=6 \Rightarrow \boxed{a=75, b=90} \end{cases}$$

---

221) *Tla v hodniku s širino* 192 *cm in dolžino* 312 *cm bomo prekrili s kvadratnimi ploščami iz plute. Kako dolga je lahko stranica ploščic, da jih ne bo treba rezati?*

Poiskati moramo največji skupni delitelj obeh dolžin $D(192,312)$.

a) Po Evklidovem algoritmu: $312:192=1 \text{ ost. } 120 \Rightarrow 192:120=1 \text{ ost. } 72 \Rightarrow$

$120:72=1 \text{ ost. } 48 \Rightarrow 72:48=1 \text{ ost. } \underline{24} \Rightarrow 48:24=2 \Rightarrow D(192,312)=24$

b) Razstavimo na prafaktorje: $312=6\cdot 52=6\cdot 4\cdot 13=2^3\cdot 3\cdot 13$,

$192=6\cdot 32=2^6\cdot 3 \Rightarrow D(192,312)=2^3 D(192,312)=2^3\cdot 3=24.$

Največja možna dolžina ploščic, da jih ne bo treba rezati, je 24 *cm.*

---

222) *Na dirki Formule* 1 *dirkač v Mc Larnu povprečno naredi en krog v* 1 *minuti in* 28 *sekundah, dirkač v Arrowsu pa v* 1 *minuti in* 32 *sekundah. Koliko krogov mora narediti dirkač v Mc Larnu, da bo dirkača v Arrowsu prehitel za en krog?*

Mc Laren: 1 *krog v* 88 *sekundah,* *Arrows:* 1 *krog v* 92 *sekundah*

Razlika je 4 *sekunde.* $88:4=22$ *in* $92:4=23$

Po 23 *krogih Mc Larna je Arrows naredil natančno* 22 *krogov.*

$23\cdot 88=23\cdot 4\cdot 22=92\cdot 22$

Dirkač Mc Larna mora prevoziti 23 *krogov, da bo prehitel dirkača Arrowsa za* 1 *krog.*

---

223) *Med krajema A in B vozijo lokalni in direktni avtobusi. Prvi potrebujejo za krožno pot od kraja A do kraja B in nazaj* 54 *minut, drugi pa* 48 *minut. V kolikšnem času naredi direktni avtobus eno krožno pot več kot lokalni?*

lokalni: 1 *krog v* 54 *minutah,* *direktni:* 1 *krog v* 48 *minutah*

Razlika je 6 *minut.* $54:6=9$ *in* $48:6=8$

Po 9 *krogih direktnega naredi lokalni natančno* 8 *krogov.*

$9\cdot 48=9\cdot 6\cdot 8=54\cdot 8=432$ *minut*

Po 432 *minutah* ($7^h\ 12^{min}$) *naredi direktni avtobus eno krožno vožnjo več kot lokalni.*