

1 Računanje s fizikalnimi količinami

1.1 Dimenzije

- Risanje funkcij
- Dimenzijska analiza
- Zapiši nekaj zgledov iz mehanike za definicije, zakone, izreke iz zakonov, izreke iz definicij, fenomenološke zvez (ali obratno)

1.2 Taylorjeva vrsta, računanje majhnih sprememb

1. Za koliko % se povečata površina in prostornina krogle, če se radij poveča za 1 %?
2. Za koliko se zmanjša težni pospešek, če se dvignemo 100 m od tal? Radij Zemlje je 6400 km. [$-3,1 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$]
3. Ura na nihalo ($T = 2 \text{ s}$) zaostaja za 15 s na dan. Za koliko je treba skrajšati ali podaljšati nihalo? (Za nihajni čas velja $T = 2\pi\sqrt{l/g}$) [$\Delta l = -0,35 \text{ mm}$.]
4. Natrijevi črti imata valovni dolžini 589,0 nm in 589,6 nm. Kolikšna je razlika frekvenc? (Velja $v = c/\lambda$.) [$5 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$]

1.3 Integrali v fiziki

1. Neko vozilo se giblje s konstantno močjo. Zapiši pot kot funkcijo časa, če je bila hitrost telesa ob času $t = 0$ enaka $v_0 = 0$. Rešitev: $v = \sqrt{2Pt/m}$, $s = s_0 + \frac{2}{3}\sqrt{2Pt^3/m}$.
2. Deset metrov dolga elastika s prožnostnim modulom 500 N/cm^2 in gostoto $1,5 \text{ g/cm}^3$ je obtežena na enem koncu. Za koliko je elastika podaljšana zaradi lastne teže? [$s = \rho gl^2/2E = 15 \text{ cm}$]
3. Obliko elektrode z zaobljeno konico aproksimiramo z $r = kx^{1/3}$, $0 \leq x < l$, ki se zvezno nadaljuje v valjast odsek z $r = R$, $l \leq x \leq 3l$. Kolikšno je razmerje uporov zaobljenega in valjastega dela elektrode, če napetost priključimo med skrajnji točki elektrode?
4. Pol metra dolga jeklena palica se vrti okrog prečne osi, ki palico razpolavlja, s 300 vrtljaji na minuto. Za koliko se palica raztegne ($E = 220000 \text{ N/mm}^2$, $\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$)?
5. Po 10 m dolgi cevi z notranjim premerom 1 mm teče zrak s temperaturo 20°C . Tlak na začetku cevi je 500 Pa, na koncu pa 100 Pa. Izračunaj masni pretok. Rešitev: $\Phi_m = (\pi r^4/8\eta)((p_1 - p_2)/l) \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) = 2 \cdot 10^{-10} \text{ kg/s}$.

- Po 1 m dolgi cevi s spremenljivim presekom pretakamo olje z viskoznostjo $\eta = 0,1 \text{ Ns/m}^2$. Polmer cevi se linearno spreminja od začetne vrednosti 1 cm do končne vrednosti 2 cm. Kolikšen prostorninski tok teče po cevi, če ga poganja tlačna razlika $\Delta p = 10^4 \text{ N/m}^2$? Za pretakanje po cevi s konstantnim polmerom r in dolžino l velja $\Phi = \pi r^4 \Delta p / 8l\eta$.

2 Vektorji

- Letalo ima v mirnem zraku hitrost 300 km/h. Leti tako, da je obrnjeno natančno proti vzhodu. Veter piha proti severovzhodu s hitrostjo 40 km/h. S kolikšno hitrostjo in v katero smer se giblje letalo? [659 km/h v smeri $4,9^\circ$ od vzhoda proti severu.]

3 Matrike in tenzorji

- Na kovinski plošči, ki ima temperaturo 100° C , leži 5 cm debela lesena deska, ki je rezana s kotom 30° glede na vlakna. Na zgornjo ploskev deske je pritisnjena 5 mm debela plast ledu. V kolikšnem času se stali ves led? Toplotna prevodnost lesa vzdolž vlaken je $0,35 \text{ W/mK}$, v prečnih smereh pa $0,14 \text{ W/mK}$.
- Kristal kalcita ima v smeri optične osi dielektričnost 7,56, v pravokotnih smereh pa 8,49. Kako stoji vektor $\vec{D}$, če oklepa poljska jakost z optično osjo kot 45° ?
- Neka anizotropna snov ima glavne dielektričnosti $\epsilon_1 = 1,5$, $\epsilon_2 = 2,5$ in $\epsilon_3 = 3$. V snovi ustvarimo takšno električno polje, da oklepa $\vec{E}$ enake kote z vsemi tremi glavnimi smermi. Kolikšen kot oklepata vektorja $\vec{E}$ in $\vec{D}$?
- Izračunaj tenzor vztrajnostnega momenta za palico v koordinatnem sistemu, v katerem palica tvori z osjo x kot 30° . Računaj na dva načina: a) direktno, b) v koordinatnem sistemu, v katerem je palica vzporedna z osjo x , ki ga nato zasučesh za podani kot.
- Izračunaj tenzor vztrajnostnega momenta telesa v obliki črke L, pri čemer sta dolžini krakov 40 cm in 20 cm in njuni masi 0,40 kg in 0,20 kg. Tenzor zapiši v težiščnem sistemu.
- Telo je sestavljeno iz dveh enakih krogel, ki se dotikata. Radij ene krogle je 10 cm in masa 3 kg. Telo se vrti s kotno hitrostjo $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$ okoli osi, ki gre skozi težišče sistema in tvori z zveznico središč krogel kot 60° . a) Kolikšen kot tvori vrtilna količina z osjo vrtenja? b) Kolikšen je vztrajnostni moment telesa okoli osi vrtenja? *Rešitev:* a) $\varphi = 20,6^\circ$, b) $23mr^2/10 = 0,069 \text{ kgm}^2$.

7. Enak problem kot zgoraj: Homogena lesena krogla z radijem $R = 20$ cm in maso $M = 20$ kg, je prebodena z jekleno palico z dolžino $l = 4R$ in maso $m = 1$ kg, tako da središči krogle in palice sovpadata. Telo se vrti s kotno hitrostjo $\omega = 10/\text{s}$ okoli osi, ki tvori s palico kot 60° .

4 Funkcije več spremenljivk

4.1 Odvajanje funkcije več spremenljivk

1. Kilomol plina ima pri 0°C in 1,01 bar prostornino $22,4\text{ m}^3$. Za koliko se spremeni prostornina, če se zviša temperatura za $0,1^\circ\text{C}$, tlak pa za 10^{-4} bar? ($dV = 6\text{ dm}^3$.)
2. Izparilni tlak je odvisen od temperature T kot $p(T) = p(T_0)e^{-Mq_i/R(1/T-1/T_0)}$, če je q_i izparilna toplota vode, M njena molekulska masa in R splošna plinska konstanta. Za koliko % se spremeni tlak, če povečamo temperaturo za 1 % pri $T = 0^\circ\text{C}$ in pri $T = 100^\circ\text{C}$?
3. S totalnim diferencialom zapiši, kako se spreminja dolžina napete žice, če se spreminjata temperatura in sila.
4. Viskozno tekočino pretakamo po valjasti cevi in računamo viskoznost iz enačbe $\Phi_V = \pi r^4 \Delta p / 8 \eta l$. Kako natančno moramo poznati radij cevi, da bo rezultat na 1 % natančen in so ostali podatki znani z dosti boljše natančnostjo? Za koliko se spremeni Φ_V , če se r poveča za 1 %, Δp za 2 %, η za 0,5 % in l za 1 %?
5. Za recipročno gostoto vode so dobili takšno odvisnost od temperature:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + a(T - T_0) + b(T - T_0)^2 + c(T - T_0)^3.$$

če je $T_0 = 0^\circ\text{C}$, $1/\rho_0 = 1.0002\text{ cm}^3/\text{g}$, $a = -6.7 \cdot 10^{-5}\text{ cm}^3/\text{g K}$, $b = 8.9 \cdot 10^{-6}\text{ cm}^3/\text{g K}^2$, $c = -6.1 \cdot 10^{-8}\text{ cm}^3/\text{g K}^3$. Izpelji nekaj členov za odvisnost gostote od temperature. Rešitev: $\rho = -a\rho_0\tau - \rho_0(b - a^2\rho)\tau^2 - \rho^2(c - 2ab\rho_0 + a^3\rho_0^2)\tau^3$, $\tau = T - T_0$.

4.2 Računanje ekstremov

1. Iz podatkov za recipročno gostoto vode (pri prejšnjem poglavju) izračunaj, pri kateri temperaturi (T_1) je specifična prostornina vode najmanjša. Potem izpelji vrsto po potencah $(T - T_1)^n$.
2. Poišči iz Van de Waalsove enačbe $(p + a/V^2)(V - b) = RT$ kritično točko, t.j. tisto, pri kateri sta prvi in drugi odvod tlaka po prostornini enaka nič! [$V_k = 3b$, $RT_k = 8a/27b$, $p_k = a/27b^3$]

3. Z višine h nad vodoravno ravnino vržemo kamen pod kotom α z začetno hitrostjo v_0 . Pri kolikšnem kotu pade kamen najdlje? [$\tan \alpha = v_0 / \sqrt{v_0^2 + 2gh}$]
4. Nad sredino ceste s širino $2a$ obesimo žarnico, pri kateri je svetilnost za vse smeri enaka. Pri kolikšni višini nad cesto bo osvetljenost na robu ceste največja? [$h = a/\sqrt{2}$]

4.3 Integral funkcije več spremenljivk

1. Izračunaj vztrajnostni moment homogenega valja okrog njegove geometrijske osi.
2. Izračunaj vztrajnostni moment valja okrog osi, ki gre skozi težišče in je pravokotna na geometrijski osi. *Navodilo:* Valj si misli razdeljen na tanke rezine (kakor klobaso)! [$J = m(r^2/4 + h^2/12)$]

4.4 Računanje skalarnih in vektorskih polj

1. Štirje enaki naboji po 10^{-8} As so pričvrščeni v ogliščih tetraedra s stranico 10 cm. Izračunaj potencial na zveznici izbranega oglišča in središčem stranske ploskve tetraedra, ki je nasprotna izbranemu oglišču, kot funkcijo razdalje od središča ploskve. Kolikšna je električna poljska jakost na ploskvi in kolikšna v središču tetraedra?
2. Štiri naboje, dva z velikostjo po $+e$ in dva z velikostjo po $-e$, postavimo v oglišča kocke s stranico a tako, da je na vsakem robu kvadrata natanko en naboj.
 - a) Kolikšen je potencial v oglišču, v katerem ni naboja, in leži na ploskvi, na kateri sta dva pozitivno predznačena naboja?
 - b) Kolikšna je v tej točki električna poljska jakost in kolikšen kot oklepa s telesno diagonalo, ki gre skozi to točko?
 - c) Kje je potencial enak nič? (Na to vprašanje lahko odgovoriš brez računa.)
3. Trije enaki naboji po $+10^{-8}$ As so pričvrščeni v ogliščih tetraedra s stranico 10 cm.
 - a) Določi potencial in električno poljsko jakost v četrtem oglišču tetraedra.
 - b) Kam moramo postaviti enak naboj, da bo električna poljska jakost v četrtem oglišču enaka nič? Nariši skico. (Ta del vprašanja ne zahteva veliko računanja pač več razmisleka.)
 - c) V katero točko pa moramo postaviti naboj z enako absolutno vrednostjo, da bo potencial v četrtem oglišču enak nič? Kakšen je predznak naboja v tem primeru? Kako je z enoličnostjo rešitve v tem primeru in kako v primeru b)?

4. Izračunaj električni potencial in električno poljsko jakost, ki jo na osi x povzroča naboj $+e$, enakomerno razmazan v intervalu $-\frac{1}{2}l < x < \frac{1}{2}l$. Preveri, da dobiš pričakovana izraza za $x \gg l$. Pokaži, da je v bližini krajišča ($x \approx \frac{1}{2}l + \epsilon$), poljska jakost pada obratno sorazmerno z razdaljo od krajišča. *Rešitev:* $U(x) = (e/l)(1 + l/2x)/(1 - l/2x)$, $U(x \gg l) = e/x$, $E_x(x) = e/(x^2 - (l/2)^2)$.
5. Po plašču votlega valja z radijem $R = 5$ cm in višino $h = 10$ cm, je enakomerno razmazan naboj $e = 10^{-8}$ As. Izračunaj potencial v središču valja. ($\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm.) *Rešitev:* $U = 2 \int_0^{h/2} 2\pi R \sigma dr / 4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2} = (e/2\pi h \epsilon_0) \ln \left[\left(\frac{1}{2}h + \sqrt{R^2 + (h/2)^2} \right) / R \right]$
6. Zapiši električni potencial kolobarja z radijema r_1 in r_2 , $r_1 > r_2$, na katerem je enakomerno razmazan naboj s ploskovno gostoto σ : a) v središču kolobarja, b) v geometrijski osi kot funkcijo oddaljenosti od središča, z. c) Izračunaj še električno poljsko jakost na osi. d) Pokaži, da v veliki oddaljenosti, $z \gg r_1$, dobimo izraz za točkasti naboj, $U(z) = e/4\pi\epsilon_0 z$, če je e naboj na kolobarju.
7. Izračunaj potencial in električno poljsko jakost v središču kroga z radijem r , če je naboj $+e$ enakomerno razmazan po polovici oboda. Na skici jasno označi smer električne poljske jakosti.
8. Izračunaj magnetno poljsko jakost v osi krožne zanke. Preveri, da je $\int_{-\infty}^{\infty} H dx = I$. *Rešitev:* $H = \frac{1}{2} I r^2 / (r^2 + z^2)^{3/2}$
9. Dve vzporedni enaki krožni zanki imata skupno os x . Kolikšna je magnetna poljska jakost na sredini med tuljavama? Kolikšen je tam $d^2 H / dx^2$? Kolikšno mora biti razmerje razmika in radija tuljav, da je ta odvod nič? [$a = \frac{1}{2}r$]
10. Dve vzporedni enaki krožni zanki imata skupno os x . Kolikšna je magnetna poljska jakost na sredini med tuljavama? Kolikšen je tam $d^2 H / dx^2$? Kolikšno mora biti razmerje razmika in radija tuljav, da je ta odvod nič? [$a = \frac{1}{2}r$]
11. Tri vzporedne enake krožne zanke z radiji po 10 cm imajo skupno os. Razmik med sosednjima zankama je 10 cm. Po zunanjih dveh zankah tečeta tokova po 1 A v isto smer. Kolikšen tok mora teči v srednji zanki, da bo magnetna poljska jakost na sredini zanke enaka 0? [0,71 A]
12. Dva zelo dolga in zelo široka vodoravna bakrena trakova tečeta vzporedno v razmiku 5 cm, tako da sta robova enega traku na roboma drugega. Po trakovih tečeta tokova z gostoto 50 A/cm v nasprotnih smereh. Kolikšna je jakost magnetnega polja v točkah, ki ležijo na sredini med trakovima?
13. Izračunaj magnetno poljsko jakost v središču kvadratne tokovne zanke.

14. Izračunaj magnetno polje enakomerno nabite krožne plošče z radijem R in površinsko gostoto naboja σ , ki se vrti okoli geometrijske osi s frekvenco ν , a) v središču plošče, b) v osi plošče, na razdalji z od središča. *Namig:* Krožeči naboj ustvarja tok $I = e\nu$. *Rešitev:* a) $H = \sigma\pi R\nu = e\nu/R$, b) $H = \sigma\nu\pi \left((R^2 + 2z^2)/\sqrt{R^2 + z^2} - 2z \right)$.
15. Vodnik, po katerem teče tok I , je napeljan po polovici oboda kroga z radijem r .
- Na skici, na kateri je jasno označena smer toka, nariši vektor magnetnega polja v središču kroga in v točki, ki je od središča oddaljena približno za r in leži na osi, ki gre skozi središče kroga in je pravokotna na ravnino, v kateri leži krog. (Nalogo reši brez računanja.)
 - Kolikšna je magnetna poljska jakost v osi na poljubni oddaljenosti (z) od središča kroga?
 - Kolikšen kot tvori vektor magnetnega polja z osjo?
16. Kako je magnetna poljska jakost v osi kvadratne tokovne zanke odvisna od razdalje od ravnine zanke?
17. Izračunaj magnetno poljsko jakost v osi tuljave tankim navitjem. Na sredini dobiš $H = NI/\sqrt{l^2 + (2r)^2}$. Preveri, da je $\int_{-\infty}^{\infty} H dx = I$.
18. Žica s tokom je zvita v dolgo vijačnico. Kolikšna je magnetna gostota v osi?