

Funkcije več spremenljivk

Taylorjeva vrsta

1. Kilomol plina ima pri 0°C in 1,01 bar prostornino $22,4\text{ m}^3$. Za koliko se spremeni prostornina, če se zviša temperatura za $0,1^\circ\text{C}$, tlak pa za 10^{-4} bar ? [$\Delta V = 6\text{ dm}^3$.]
2. Zapiši relativno spremembo dolžine za napeto žico v odvisnosti od temperature in sile kot totalni diferencial.
3. Kako je relativna sprememba prostornine odvisna od sočasne spremembe temperature telesa in zunanega tlaka?
4. Upor platinaste žice se spreminja kot $dR/R = \alpha_T dT$, $\alpha_T = 0,00394\text{ K}^{-1}$. Kako se spreminja specifični upor? Linearna razteznost platine je $\alpha_l = 9 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$. (Velja $R = \zeta l/S$, $dl/l = \alpha_l dT$; razmisli, kako je relativna sprememba prečnega preseka, dS/S odvisna od α_l in dT .)
5. Viskozno tekočino pretakamo po valjasti cevi in računamo viskoznost iz enačbe $\Phi_V = \pi r^4 \Delta p / 8 \eta l$. Za koliko se spremeni Φ_V , če se r poveča za 1 %, Δp za 2 %, η za 0,5 % in l za 1 %?
6. Določi gostoto in njeno efektivno napako za telo v obliki valja iz naslednjih merskih podatkov: $m = 2\text{ kg} \pm 5\text{ g}$, $r = 12\text{ cm} \pm 0,3\text{ mm}$, $h = 2,5\text{ cm} \pm 0,1\text{ mm}$. [$\rho = 1770\text{ kg/m}^3$, $\sigma_\rho/\rho = 0,007$]
7. Določi vztrajnostni moment okrog geometrijske osi in njegovo efektivno napako za valjasto telo iz tehle podatkov: $\rho = (1,77 \pm 0,07)\text{ g/cm}^3$, $r = 12\text{ cm} \pm 0,3\text{ mm}$, $h = 2,5\text{ cm} \pm 0,1\text{ mm}$. [$J = 0,029 (1 \pm 0,006\text{ kgm}^2)$]
8. Pri lomu svetlobe iz zraka v neko snov izmerimo kota $\alpha = 65^\circ \pm 0,5^\circ$ ter $\beta = 35^\circ \pm 0,3^\circ$. Kolikšen je lomni kvocient n in kolikšna njegova efektivna napaka? (Velja $n = \sin \alpha / \sin \beta$.) [$n = 1,580 \pm 0,013$]
9. Na absorber v obliki ploščice z debelino $x = (5,00 \pm 0,05)\text{ cm}$ pravokotno vpada tok enobarvne svetlobe $(1,2 \pm 0,1)\text{ kW}$, ki se pri izstopu iz plošče oslabi na $(0,4 \pm 0,02)\text{ kW}$. Kolikšna sta absorpcijski koeficient μ in njegova efektivna napaka? (Velja $P = P_0 e^{-\mu x}$.) [$\mu = (0,22 \pm 0,02)\text{ cm}^{-1}$]

Ekstremi

1. Iz bakrene žice navijemo tuljavo s polmerom r in priključimo na vir z gonilno napetostjo U in notranjim uporom R . Pri kateri debelini žice bo navor na tuljavo v magnetnem polju ($M = NISB$) največji, če naj masa bakra ne bo večja od m ? Podana je gostota ρ in specifična upornost ζ bakra. [$S = \sqrt{m\zeta/R\rho}$]
2. Pri kolikšnem preseku bakrene žice bo električna napeljava, po kateri teče ves dan tok I , projektirana najbolj gospodarno? Znani so dolžina napeljave, cena za kilogram in specifični upor bakra, pa tudi amortizacijske obresti za nakup žice. Upoštevaj samo amortizacijske obresti in ohmske izgube; drugi stroški so le malo odvisni od preseka žice.

3. Z višine h nad vodoravno ravnino vržemo kamen pod kotom α z začetno hitrostjo v_0 . Pri kolikšnem kotu pade kamen najdlje? [$\tan \alpha = v_0 / \sqrt{v_0^2 + 2gh}$]
4. Poišči ekstrem funkcije $f(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$ za x in y , ki ležita na krožnici s polmerom r in središčem v izhodišču. [$x = ar / \sqrt{a^2 + b^2}$, $y = br / \sqrt{a^2 + b^2}$]
5. Poišči, kje na ravnini $z = ax + by + d$ ima potencialna energija $V(x, y, z) = A / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ekstrem.
[$x = ad / (a^2 + b^2 + 1)$, $y = bd / (a^2 + b^2 + 1)$, $z = d / (a^2 + b^2 + 1)$.]