

1. Podatki so prilagojeni tako, da se kolesar ves čas drži podlage — ne skoči na polovici vzpona.

a) Kolesar opravi štirikratno pot krožnega loka s kotom φ , pri čemer ga zavira sila F :

$$\frac{mv_0^2}{2} = 4\varphi r F,$$

$$v_0 = 2,24 \text{ m/s}.$$

b) Kolesar se najprej spusti na dno doline, kjer ima hitrost v_1 . Velja:

$$\frac{mv_0^2}{2} + 2mgr(1 - \cos \varphi) = 2\varphi r F + \frac{mv_1^2}{2}.$$

Ko vstane, se mu ohranja vrtilna količina, zato se mu hitrost poveča na v_2 :

$$v_2 = v_1 \left(\frac{r - h_1}{r - h_2} \right), \quad \left(\frac{r - h_1}{r - h_2} \right) = R_1.$$

Kolesar se nato vzpne na vrh drugega hriba, kjer ima hitrost v_3 :

$$\frac{mv_2^2}{2} = 2mgr(1 - \cos \varphi) + 2\varphi r F + \frac{mv_3^2}{2}.$$

Ko vstane, se mu ohranja vrtilna količina, zato se mu hitrost poveča na v_4 :

$$v_4 = v_3 \left(\frac{r + h_2}{r + h_1} \right), \quad \left(\frac{r + h_2}{r + h_1} \right) = R_2.$$

Dobimo:

$$v_4^2 = \left(v_0^2 R_1^2 + 4gr(1 - \cos \varphi)(R_1^2 - 1) - \frac{4\varphi r F}{m}(R_1^2 + 1) \right) R_2^2,$$

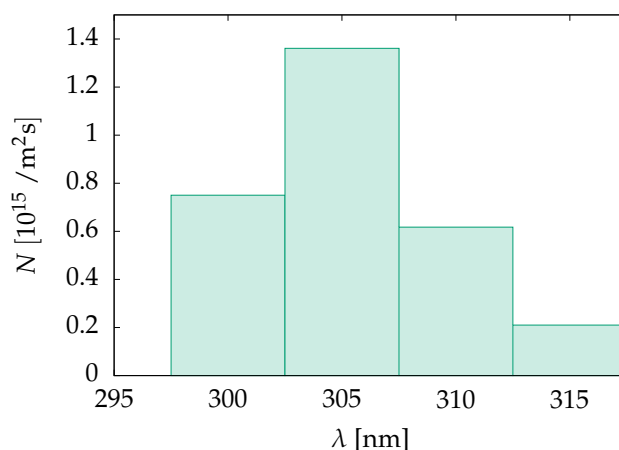
$$v_4 = 3,1 \text{ m/s}.$$

2. a) Spekter škodljivih fotonov dobimo, če UV spekter s slike pomnožimo z verjetnostjo za poškodbo, pri tem pa upoštevamo še $E_f = hc/\lambda$:

Iz grafa UV spektra preberemo

λ [nm]	300	305	310	315
j [W/m ²]	0,05	0,40	0,80	1,20

$$N(\lambda) = j(\lambda) \frac{P(\lambda)}{E_f} = j(\lambda) \frac{\lambda e^{-\beta(\lambda-\lambda_0)}}{100 hc}.$$



Komentar: Glede na ozek energijski pas fotonov bi lahko poenostavljeno upoštevali tudi konstantno energijo $E_f = hc/\lambda_0$ ali podobno.

Skico dobimo s tabeliranjem. Pomembno je, da najdemo maksimum z dovolj točnim tabeliranjem.

b)

Gostoto vseh poškodb na sekundo dobimo kot vsoto $N(\lambda)$ ($3 \times 10^{15} / \text{m}^2 \text{s}$).

Celice odmirajo po 300 s (10^{18} poškodb/m²) do 3000 s (10^{19} poškodb/m²) direktne izpostavitve soncu (predpostavili smo še pravokotno orientacijo kože napram soncu).

3. $U = 1,0 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $R_s = 25 \Omega$.

a) Inducirana napetost v okvirju, U_i , požene tok I v okvirju. To teče v nasprotni smeri urinega kazalca. Velja $U_i = RI$, saj je upor stranic okvirja v tem delu zanemarljiv. Jan meri padec napetosti na uporniku, $U_{\text{Jan}} = IR = U_i = 1,0 \text{ V}$.

Napetost na Jonovem voltmetru pa je dejansko 0 V .

Če gledamo napetost v zanki, ki jo tvorijo priključne žice Jonovega voltmetra in upornik, se v njej pojavi inducirana napetost zaradi spreminjajočega se magnetnega polja, ki je enaka inducirani napetosti v okvirju, saj zanka in okvir objemata isto magnetno polje. Mislimo si lahko, da je v priključne žice vezan izvir z gonilno napetostjo U_i . Jon torej izmeri vsoto gonilne napetosti in padca napetosti na uporniku:

$$U_{\text{Jon}} = IR - U_i = U_i - U_i = 0.$$

(Če gonilno napetost prestavimo na (desno) stran enačbe k padcem napetosti, ima gonilna napetost negativen predznak.)

O tem se lahko prepričamo tudi tako, da naredimo obhod po zanki, ki vključuje priključne žice Jonovega voltmetra in tri stranice okvirja, v katerih ni vezan upornik. Ker je upor stranic enak nič, je padec napetosti v stranicah enak 0, prav tako je enak nič padec napetosti v priključnih žicah. Znotraj te zanke ni magnetnega polja in zato tudi ni inducirane napetosti. Napetost v zanki je nič.

b)

V tem primeru v okvirju velja $U_i = (R + R_s)I'$ in

$$U_{\text{Jan}} = RI' = \frac{R}{R + R_s} U_i = 0,8 \text{ V}.$$

Za pot po zanko preko upornika in Jonovega voltmetra velja:

$$U_{\text{Jon}} = RI' - U_i = -0,2 \text{ V},$$

če pa gre zanka namesto prek upornika po treh stranicah okvira, pa velja

$$U_{\text{Jon}} = -R_s I' = -\frac{R_s}{R + R_s} U_i = -0,2 \text{ V}.$$

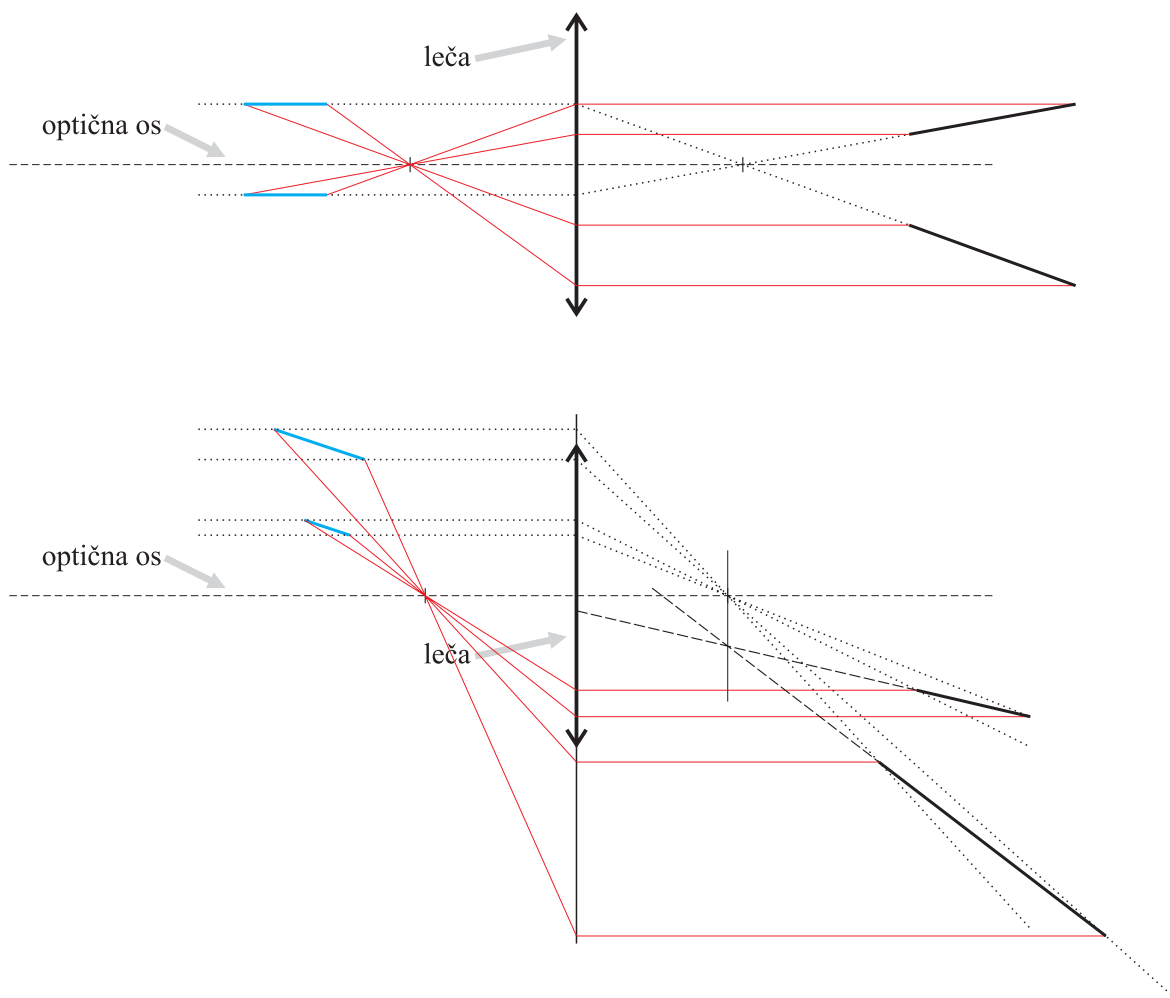
saj smo naredili obhod v nasprotni smeri toka v stranicah.

Predznake preverimo še na tretji način: napravimo zaključen obhod po priključnih žicah obeh voltmetrov. Zanka zajame magnetno polje in v njej inducirana napetost poganja – sicer zelo majhen – tok v nasprotni smeri urinega kazalca. Ta smer naj definira smer našega obhoda. Preko Janovega voltmetra gremo od $+$ k $-$, zato je padec napetosti pozitiven in enak $0,8 \text{ V}$; skozi Jonov pa gremo v nasprotni smeri, zato vrednost odčitka vzamemo z nasprotnim predznakom, torej

$$U_i = U_{\text{Jan}} - U_{\text{Jon}} = 1,0 \text{ V}.$$

4. Merilo na sliki (pri nalogi, ne pri rešitvi!) se preveri tako, da se izmeri dolžino narisane optične osi, ki mora biti 230 mm, in višino simbola za lečo, ki mora biti 80 mm. Če so slike narisane v tem merilu, sta izmerjeni goriščni razdalji

- a) $f_a = 44$ cm,
b) $f_b = 40$ cm.



Kako pridemo do tega rezultata? Ker sta palici v a) vzporedni med seboj in hkrati vzporedni optični osi, gre žarek, ki gre "skoz" palico, na drugi strani skozi gorišče. Ker je palica "na žarku", je tudi slika palice na nadaljevanju tega žarka po prehodu svetlobe skozi lečo. Od tod sledi, da se morata podaljška obeh palic sekati med seboj ravno v gorišču leče, na tisti strani leče, kjer sta nastali sliki palic.

Pri nalogi b) je razmislek podoben, le da sedaj sklepamo iz teh dveh dejstev:

- 1) palici si lahko predstavljamo kot vodnici dveh vzporednih žakov,
- 2) vzporedni žarki se po prehodu skozi lečo sečejo v goriščni ravnini,
- 3) ker palici definirata dva vzporedna žarka, sta tudi sliki palic na drugi strani leče vsaka na svojem nadaljevanju teh dveh žarkov po prehodu svetlobe skozi lečo.

Iz 1), 2) in 3) sledi, da je presečišče podaljškov slik obeh palic v goriščni ravnini. Od tu sledi postopek določanja gorišča v b) primeru. Skozi presečišče podaljškov obeh slik palic narišemo pravokotnico na optično os. Kjer pravokotnica seče optično os, je gorišče leče.

Opomba: Z rdečo in s pikčasto črto so narisani žarki, potrebni za konstrukcijo položaja in velikosti palic, katerih slike so podane v nalogi. Vidimo, da sta palici (modra barva) res vzporedni in v a) primeru vzporedni tudi optični osi.

5. a) $m = 1,0$ kg, $V_0 = 2,2$ l, $p_0 = 98$ kPa, $m_v = 1,0$ kg, $l = 10$ m.

Tik pod gladino navzdol delujeta teža posode in teža verige s skupno silo 19,6 N, navzgor pa vzgon $\rho g V_0 = 21,6$ N. Rezultanta 2,0 N kaže navzgor.

Tik nad dnom teža verige več ne prispeva, saj vsa veriga leži na dnu. Ker se tlak v posodi poveča za dva krat, se prostornina posode zmanjša na polovico začetne, tako da vzgon meri $\rho g V = 10,8$ N in je *večji* od teže posode. Rezultanta meri 1,0 N in kaže navzgor.

- b) Zapišimo sile v globini x , $0 < x < l$, kjer je tlak enak $p = p_0 + \rho g x$, prostornina in vzgon na posodo pa:

$$V(x) = \frac{p_0}{p_0 + \rho g x} V_0, \quad F_v(x) = \rho g V(x) = \frac{m_0 g}{1 + \frac{x}{a}}, \quad a = \frac{p_0}{\rho g} = 10 \text{ m}, \quad m_0 = 2,2 \text{ kg}.$$

Teža posode in dela verige z dolžino $l - x$, ki prosto visi na posodi, meri

$$F_g(x) = mg + \frac{m_v}{l} g(l - x) = mg + m_v g \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Iščemo globino, v kateri je rezultanta enaka 0:

$$F(x) = F_v(x) - F_g(x) = \frac{m_0 g}{1 + \frac{x}{a}} - mg - m_v g \left(1 - \frac{x}{l}\right) = 0.$$

$$m_0 = \left(m + m_v \left(1 - \frac{x}{l}\right)\right) \left(1 + \frac{x}{a}\right).$$

Po množenju z al/m_v in preureditvi dobimo:

$$x^2 - \left(l - a + \frac{m}{m_v} l\right) x + \frac{m_0 - m - m_v}{m_v} al = 0.$$

V našem primeru je $l = a = 10$ m, $m/m_v = 1$ in $(m_0 - m - m_v)/m_v = 0,20$:

$$x_{1,2} = l \frac{1 \pm \sqrt{0,20}}{2} = \left\{ \begin{array}{l} 7,24 \text{ m} \\ 2,76 \text{ m} \end{array} \right\}.$$

Obe rešitvi sta smiselni.

- c) Na dnu kaže rezultanta navzgor in se zmanjšuje do globine $x_2 = 7,24$ m, ko spremni predznak in za $x < x_2$ kaže navzdol. V točki x_2 je torej ravnovesje stabilno. (S podobnim razmislekoma ugotovimo, da je ravnovesje v x_1 labilno.)

Zapišimo, kako se sila spreminja za majhne odmike $z = x - x_2$ iz ravnovesne lege. Ker os x kaže v smeri teže, zapišemo

$$\begin{aligned} F(x_2 + z) &= F_g(x_2 + z) - F_v(x_2 + z) = mg + m_v g \left(1 - \frac{x_2 + z}{l}\right) - \frac{m_0 g}{1 + \frac{x_2 + z}{a}} \\ &= mg + m_v g \left(1 - \frac{x_2}{l}\right) - \frac{m_v g}{l} z - \frac{m_0 g}{\left(1 + \frac{x_2}{a}\right) \left(1 + \frac{z/a}{1 + x_2/a}\right)} \\ &= mg + m_v g \left(1 - \frac{x_2}{l}\right) - \frac{m_0 g}{\left(1 + \frac{x_2}{a}\right)} - \frac{m_v g}{l} z + \frac{m_0 g}{\left(1 + \frac{x_2}{a}\right)^2} \frac{z}{a}. \end{aligned}$$

Vsota prvih treh členov ustreza sili v točki x_2 in je enaka nič. Dobimo

$$F(z) = \left[\frac{m_0 g}{a \left(1 + \frac{x_2}{a}\right)^2} - \frac{m_v g}{l} \right] z \equiv -kz, \quad k = \frac{m_v g}{l} - \frac{m_0 g}{a \left(1 + \frac{x_2}{a}\right)^2} = 0,255 \text{ N/m}.$$

Masa teles, ki nihajo, je enaka masi posode in masi visečega dela verige $m'_v = m_v(1 - x_2/l) = 0,276$ kg. Krožna frekvenc majhnih nihanj okoli ravnovesne lege je potem

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + m'_v}} = \sqrt{\frac{\frac{m_v g}{l} - \frac{m_0 g}{a \left(1 + \frac{x_2}{a}\right)^2}}{m + m_v \left(1 - \frac{x_2}{l}\right)}} = 0,45 \text{ s}^{-1}.$$

Nihajni čas pa meri

$$t_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 14 \text{ s}.$$