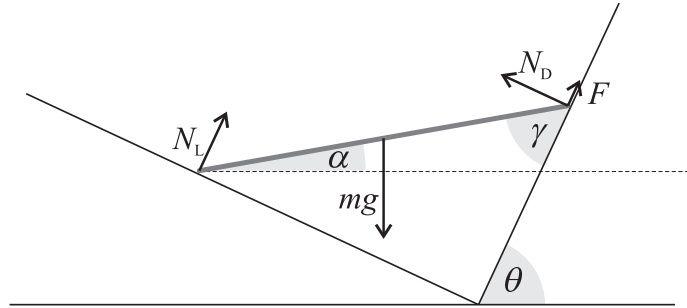


1.  $l$ ...dolžina palice,  $\theta = 45^\circ$ ,  $k = 0,1$ ,  $\gamma = \theta - \alpha$ .

a)

Palica lahko zdrsne tako, da se zavrti v smeri vrtenja urinih kazalcev (kot  $\alpha$  se zmanjša) ali v smeri, nasprotni smeri vrtenja urinih kazalcev (kot  $\alpha$  se poveča). Poglejmo najprej prvi primer, ko sila lepenja  $F$  kaže, kot je narisano na skici<sup>1</sup>. Druge oznake, ki jih bomo uporabljali, so:  $mg$  za silo teže,  $N_L$  za pravokotno komponento sile podlage leve stranice korita in  $N_D$  za pravokotno komponento sile podlage desne stranice korita.



Pogoj za dovoljene kote bo v obeh primerih na koncu sledil iz neenačbe

$$F \leq kN_D.$$

Iz slike se hitro ugotovi, da velja tudi enakost

$$\gamma = \theta - \alpha.$$

Ravnovesje sil v navpični smeri da

$$mg = (N_L + F) \sin \theta + N_D \cos \theta.$$

Iz ravnovesja sil v vodoravni smeri dobimo podobno

$$N_D \sin \theta = (N_L + F) \cos \theta.$$

Ravnovesje navorov okoli desnega krajišča deske (to krajišče izberemo, da ni pomembna smer sile trenja) da

$$N_L l \sin \gamma = mg \frac{l}{2} \cos \alpha.$$

Iz prvih dveh enačb se znebimo  $(N_L + F)$  in dobimo

$$N_D = mg \cos \theta,$$

iz ravnovesja navorov pa

$$N_L = mg \frac{\cos \alpha}{2 \sin \gamma}.$$

Iz ravnovesja sil v vodoravni smeri izrazimo  $F$ , vstavimo izraza za  $N_L$  in  $N_D$  ter vse skupaj nesemo v neenačbo, ki povezuje silo lepenja s pripadajočo pravokotno komponento sile podlage. Da palica miruje, mora veljati

$$mg \frac{\cos \alpha}{2 \sin \gamma} - mg \sin \theta \leq k mg \cos \theta.$$

V neenačbo vstavimo zvezo  $\gamma = \theta - \alpha$  in izraz preoblikujemo, da na koncu dobimo

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{2 \cos \theta (\sin \theta - k \cos \theta)}.$$

<sup>1</sup>Skica je narisana za splošen zasuk korita, ki ima ob spodnjem robu med stranicama pravi kot.

kar se za vrednost  $\theta = 45^\circ$  poenostavi v

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{1-k} = -\frac{1}{9}.$$

To nam da pogoj

$$\alpha \geq -6,34^\circ \approx -6,3^\circ.$$

Podobno postopamo tudi za vrtenje v drugo smer, ko se predznak  $F$  obrne in dobimo na koncu neenakost

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{2 \cos \theta (\sin \theta + k \cos \theta)}.$$

kar se za vrednost  $\theta = 45^\circ$  poenostavi v

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{1+k} = \frac{1}{11}$$

in končno da pogoj

$$\alpha \leq 5,19^\circ \approx 5,2^\circ.$$

Palica torej ne zdrsne za kote  $\alpha$  v intervalu

$$-6,3^\circ \leq \alpha \leq 5,2^\circ.$$

[4 t.]

2. a)

$$m_2 = 3m_1$$

Uteži dosežeta hitrosti

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} \quad \text{in} \quad v_2 = \sqrt{2gh_2}.$$

Trk je prožen. Ohranja se skupna gibalna količina (v vodoravni smeri; po trku se predznak vodoravne komponente hitrosti spremeni)

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

in skupna kinetična energija:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2.$$

Enačbi preuredimo:

$$\begin{aligned} m_1(v_1 + v'_1) &= m_2(v_2 + v'_2), \\ m_1(v_1^2 - v'^2_1) &= m_2(v_2^2 - v'^2_2). \end{aligned}$$

Drugo enačbo delimo s prvo in dobimo  $v_1 - v'_1 = v'_2 - v_2$ . Sistem linearnih enačb ima enostavno rešitev:

$$\begin{aligned} v'_1 &= \frac{2v_2 + v_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)} = \frac{3v_2 + v_1}{2}, \\ v'_2 &= \frac{2v_1 + v_2 \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} = \frac{v_1 - v_2}{2}. \end{aligned}$$

Po trku uteži dosežeta višini

$$\begin{aligned} h'_1 &= \frac{v'^2_1}{2g} = \frac{9}{4} h_2 + \frac{3}{2} \sqrt{h_1 h_2} + \frac{1}{4} h_1, \\ h'_2 &= \frac{v'^2_2}{2g} = \frac{1}{4} h_1 - \frac{1}{2} \sqrt{h_1 h_2} + \frac{1}{4} h_2. \end{aligned}$$

[3 t.]

b)

Ko uteži drugič trčita, imata pred trkom hitrosti  $v'_1$  in  $v'_2$ . Dobimo enak sistem kot prej, le da imata sedaj  $v_1$  in  $v_2$  pomen iskanih končnih hitrosti. Po trku torej uteži dosežeta višini, s katerih smo jih spustili na začetku, torej

$$\begin{aligned} h''_1 &= h_1, \\ h''_2 &= h_2. \end{aligned}$$

[2 t.]

3.  $v = 6 \text{ vozlov} = 3,09 \text{ m/s}$ ,  $\varphi = 60^\circ$ ,  $t_0 = 1 \text{ s}$ ,  $y_0 = 30 \text{ cm}$ ,  $m = 85 \text{ kg}$ ,  $c = \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}$ .

a)

Nihanje je sinusno, zato je pospešek enak  $a(t) = -\omega^2 y(t)$ , kjer je krožna frekvenca  $\omega = 2\pi/t_0$ . Amplituda pospeška v navpični smeri je torej

$$a_0 = \frac{4\pi^2}{t_0^2} y_0 = 11,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

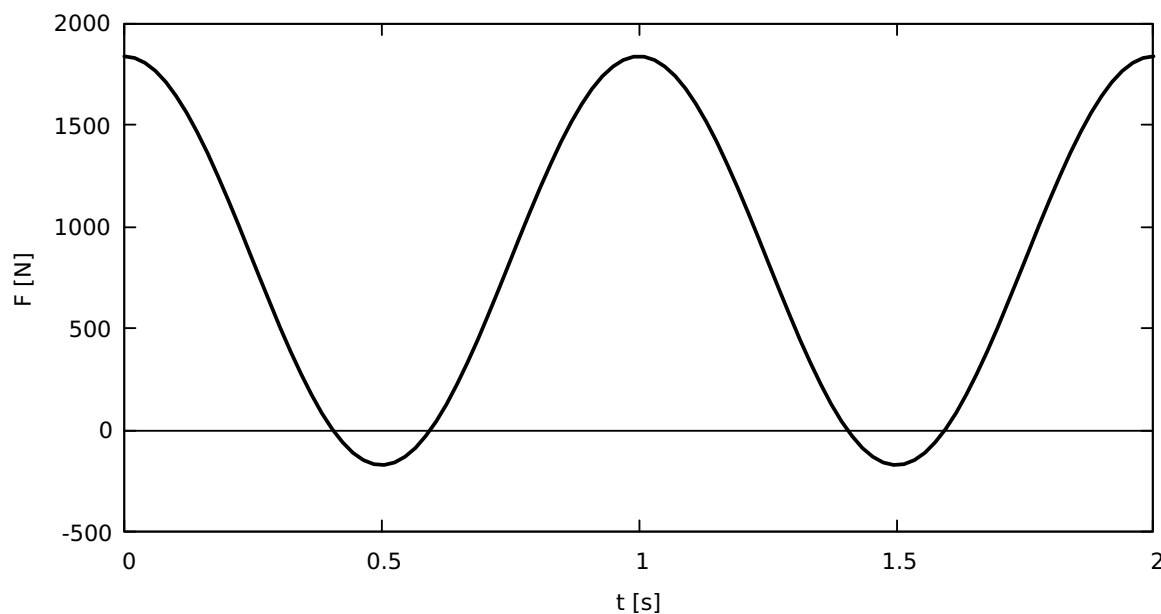
[1 t.]

b)

Krmar se giblje v navpični smeri z enakim pospeškom kot jadrnica, ker se jadrnice trdno drži. V drugem Newtonovem zakonu nastopa rezultanta sil, ki je za krmarja vsota teže in sile jadrnice  $F(t)$ , zato dobimo

$$F(t) = ma(t) + mg = m(g + a_0 \cos(\omega t)) ,$$

pri čemer sta predznak  $+$  pred  $a_0$  in kotna funkcija  $\cos$  izbrana tako, da je sila jadrnice ob času  $t = 0$  res sila v najnižji legi jadrnice. Takrat je pospešek navzgor največji, torej mora biti sila jadrnice  $F(t = 0)$  na krmarja ustrezno večja od teže, ki deluje navzdol. Iz podatkov dobimo graf na sliki, kjer je pomembno, da tekmovalec ugotovi, da je najmanjša vrednost sile negativna – da torej jadrnica "vleče" krmarja navzdol s silo 174 N. Največja sila navzgor je 1840 N.



[2 t.]

c)

Ker se jadrnica giblje pod kotom proti valovom, v času  $t_0$  prepotuje v smeri pravokotno na valovne fronte pot  $s_1 = vt_0 \cos \varphi$ . V istem času se hrbti valov premaknejo za  $s_2 = ct_0$ . Ena valovna dolžina je torej

$$\lambda = s_1 + s_2 = (c + v \cos \varphi)t_0.$$

To je ena enačba, ki povezuje  $\lambda$  in  $c$ . Druga enačba je podana v nalogi in je

$$c^2 = \frac{\lambda g}{2\pi}.$$

Ko  $\lambda$  iz prve enačbe vstavimo v drugo, dobimo kvadratno enačbo z rešitvama

$$c = v \left( 1 \pm \sqrt{1 + 2 \cos \varphi \frac{v}{v_0}} \right),$$

kjer smo označili  $v_0 \equiv \frac{gt_0}{4\pi}$ . Ko vstavimo številke, dobimo  $c = 2,52$  m/s in  $c' = -0,96$  m/s. Druga rešitev bi zaradi negativnega predznaka pomenila, da vozi jadrnica pod kotom v smeri širjenja valov, kar ni skladno z besedilom, zato je pravilna pozitivna rešitev. Od tu dobimo za valovno dolžino

$$\lambda = (c + v \cos \varphi)t_0 = 4,06 \text{ m} \approx 4,1 \text{ m}.$$

[4 t.]

d)

Če jadrnica pluje pod nekim drugim kotom  $\phi \neq \varphi$  glede na valove, potem se spremeni nihajni čas nihanja jadrnice

$$t'_0 = \frac{\lambda}{c + v \cos \phi} = t_0 \frac{c + v \cos \varphi}{c + v \cos \phi},$$

kar nam da za vožnjo proti valovom ( $\phi = 0^\circ$ ) nihajni čas  $t_1 = 0,725$  s in za vožnjo z valovi ( $\phi = 180^\circ$ ) nihajni čas  $t_2 = 7,12$  s. Pripadajoči amplitudi pospeškov sta  $a_1 = 22,6$  m/s<sup>2</sup> in  $a_2 = 0,234$  m/s<sup>2</sup>. Vidimo, da je vožnja z valovi res mnogo "mirnejša" kot vožnja proti valovom.

[2 t.]

4. a)

$$m = 1 \text{ kg}, \nu_0 = 9,192631770 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

Število fotonov cezijeve ure, katerih (relativistična) masa ustreza masi enega kilograma, je

$$\mathcal{N}_f = \frac{mc^2}{h\nu_0} = 1,48 \cdot 10^{40}.$$

[2 t.]

b)

Pri tehtanju s Kibblovo tehtnico težo merjenca uravnovesimo s silo na tokovno zanko v magnetnem polju:

$$mg = IlB, \quad m = \frac{IlB}{g}.$$

[2 t.]

c)

Ko zanka pri padanju v magnetnem polju doseže enakomerno hitrost, se v njej inducira napetost

$$U_i = lvB, \quad \text{od tod izrazimo} \quad lB = \frac{U_i}{v}.$$

Produkt  $lB$  v izrazu za maso merjenca izrazimo z inducirano napetostjo in hitrostjo, ki ju znamo natančno meriti:

$$m = \frac{IU_i}{gv}.$$

[2 t.]

d)

Težni pospešek merimo pri prostem padu telesa v vakuumu. Če označimo višinsko razliko z  $d$  in čas padanja s  $t_g$ , velja

$$g = \frac{2d}{t_g^2}, \quad d = ct_d = \mathcal{N}_d \frac{c}{\nu_0}, \quad t_g = \mathcal{N}_g \frac{1}{\nu_0}.$$

Pri tem merimo čas padanja in časa preleta laserske svetlobe na razdalji  $d$  s pomočjo cezijeve ure.

$$g = \frac{2\mathcal{N}_d}{\mathcal{N}_g^2} c\nu_0.$$

[2 t.]

e)

Vse količine pri merjenju mase izrazimo s celoštevilskimi faktorji, ki jih neposredno merimo, in osnovnimi naravnimi konstantami:

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_g}{R} = \frac{\mathcal{N}_u \nu_u h}{2e_0} \frac{\mathcal{N}_R e_0^2}{h} = \frac{\mathcal{N}_u \mathcal{N}_R \nu_u e_0}{2}, \\ U_i &= \mathcal{N}_i \nu_i \frac{h}{2e_0}, \\ v &= \frac{s}{t_v} = \frac{\mathcal{N}_s}{\mathcal{N}_v} c, \\ g &= \frac{2\mathcal{N}_d}{\mathcal{N}_g^2} c\nu_0 \quad (\text{glej d}), \\ m &= \frac{IU_i}{gv} = \frac{1}{8} \frac{\mathcal{N}_u \mathcal{N}_R \mathcal{N}_i \mathcal{N}_g^2 \mathcal{N}_v}{\mathcal{N}_d \mathcal{N}_s} \frac{\nu_u \nu_i}{\nu_0} \frac{h}{c^2}. \end{aligned}$$

[4 t.]