

IZBIRNO TEKMOVANJE ZA OLIMPIJSKO EKIPO

Ljubljana, 21. 4. 2017

Na listu so 3 naloge, čas reševanja nalog je 120 minut.

1. Ogljikov dioksid (CO_2) je eden od toplogrednih plinov, ki absorbirajo sevanje z Zemljinega površja. Del absorbirane energije izseva nazaj na Zemljo, drugi del pa v vesolje. Najmočnejša absorpcija je v primeru, ko ima prejeta elektromagnetno valovanje enako frekvenco, kot je lastna frekvenca nihanja molekule. Nihanje molekule dobro opišemo z modelom enodimenzionalne verige $\text{O}-\text{C}-\text{O}$, v kateri atomi nihajo le v vzdolžni smeri. Vez med kisikom in ogljikom lahko obravnavamo kot vzmet s prožnostnim koeficientom $k = 1700 \text{ N/m}$. Nihanje opišemo v težiščnem sistemu, v katerem težišče vseh treh atomov miruje. Molekula lahko niha na dva načina: pri prvem načinu ogljik miruje v izhodišču, kisika pa nihata drug proti drugemu; pri drugem načinu pa nihajo vsi trije vzdolž zveznice in sicer nihata kisika z enako amplitudo v isti smeri, ogljik pa v nasprotni smeri z enako frekvenco in s tolikšno amplitudo, da ostane težišče treh atomov ves čas pri miru. Atomska masa O je 16, C pa 12 osnovnih enot; osnovna enota je $1,660 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Planckova konstanta $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, Wienova konstanta $k_W = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, svetlobna hitrost $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- a) S koliko frekvenco niha kisikov atom pri prvem načinu nihanja? [2 točki]
- b) Kolikšna je amplituda nihanja ogljika pri drugem načinu nihanja, izražena z amplitudo nihanja enega od kisikov? [1 točka]
- c) Izrazi raztezek vzmeti pri drugem načinu nihanja z odmikom kisika iz ravnovesne lege. [1 točka]
- d) Določi frekvenco nihanja pri drugem načinu, tako da zapišeš silo, ki deluje na izbran kisikov atom, in jo povežeš s pospeškom pri nihanju istega kisikovega atoma. [3 točke]
- e) Zemlja seva kot črno telo pri 8°C . Katerega od obeh načinov nihanja vzbudi sevanje z Zemlje z večjo verjetnostjo? [1 točka]
- f) Izpelji izraz za energijo nihanja pri prvem in drugem načinu in pokaži, da se vsota kinetične in prožnostne energije ohranja. [3 točki]
- g) Molekula absorbira foton, ki ima frekvenco enako frekvenci drugega načina nihanja. S koliko amplitudo zaniha kisikov atom, če pred absorpcijo molekula ni nihala? [1 točka]

2. Žoga se brez podrsavanja kotali po vodoravni podlagi s hitrostjo 4 m/s naravnost proti steni. Vztrajnostni moment žoge okoli težišča je $J = \beta m R^2$, kjer je $m = 600 \text{ g}$ masa žoge, $R = 16 \text{ cm}$ polmer žoge in $\beta = 2/3$ koeficient, odvisen od porazdelitve mase v žogi. Trenje med navpično steno in žogo je dovolj veliko, da ima žoga po odboju tudi komponento hitrosti v navpični smeri. Tik preden se odlepi od stene se žoga kotali po steni navzgor brez podrsavanja.

Odboj žoge oziroma trk žoge s steno traja zelo kratek čas, zato sta za gibanje žoge po odboju pomembna le sunek pravokotne komponente sile stene in sunek sile trenja med steno in žogo. Odbita žoga se vrti okoli težišča v istem smislu kot pred odbojem, a z manjšo kotno hitrostjo.

- a) Z največ koliko navpično komponento hitrosti se odbije žoga? [3 točke]
- b) S koliko kotno hitrostjo se v primeru a) vrti žoga okoli težišča? [1 točka]
- c) Za izračun vodoravne komponente hitrosti, s katero se žoga odbije v primeru a), moraš oceniti zmanjšanje mehanske energije žoge med odbojem zaradi trenja. Oцени zmanjšanje mehanske energije žoge zaradi dela sile trenja v približku, da se žoga med odbojem zanemarljivo malo stisne (torej ostane enako velika krogla) in da je pravokotna komponenta sile stene na žogo med odbojem konstantna. Upoštevaj tudi, da zaradi gibanja težišča deluje sila trenja na krajši poti, kot če bi se žoga vrtela na mestu. [3 točke]
- d) S pomočjo odgovora c) oceni vodoravno komponento hitrosti, s katero se odbije žoga. Pod koliko kotom glede na vodoravnico se odbije žoga? [2 točki]

3. Magnetno polje Zemlje je podobno polju močnega trajnega magneta, ki bi se nahajal v središču Zemlje in bi bila njegova fizična velikost (dolžina, širina in višina) veliko manjša od velikosti Zemlje. Takemu magnetu zato rečemo točkast magnetni dipol in ga opišemo z vektorjem $\vec{p}_m$. Smer vektorja $\vec{p}_m$ kaže od južnega do severnega pola trajnega magneta, njegovo velikost imenujemo magnetni moment p_m . Magnetni moment merimo v enotah Am^2 in pove, kako veliko magnetno polje je v okolici trajnega magneta. Gostota magnetnega polja točkastega magnetnega dipola $\vec{p}_m$, ki se nahaja v koordinatnem izhodišču, je v točki $\vec{r}$ enaka

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}_m}{r^5} \right),$$

kjer je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ influenčna konstanta. Zemljo obravnavamo kot sfero s polmerom $R = 6371 \text{ km}$.

Gostota magnetnega polja Zemlje $\vec{B}(\lambda, \varphi)$ v kraju z zemljepisno širino λ in zemljepisno dolžino φ se spreminja od kraja do kraja na Zemlji tako po velikosti kot po smeri. Kot med vektorjem $\vec{B}$ in površjem Zemlje imenujemo inklinacija I . Inklinacija je definirana tako, da je pozitivna, kadar je navpična komponenta $\vec{B}$ usmerjena proti središču Zemlje. Po drugi strani meri kompas le smer in usmerjenost vodoravne komponente gostote magnetnega polja, ker je kompas vrtljiv le okoli navpične osi. Kot med smerjo kompasove igle in smerjo proti severu imenujemo deklinacija D in je definirana tako, da je pozitivna v smeri od severa proti vzhodu, torej v smeri urinih kazalcev. Deklinacija $D = 45^\circ$ pomeni, da je vodoravna komponenta gostote magnetnega polja v tistem kraju usmerjena natančno proti severovzhodu, $D = -45^\circ$ pomeni, da je usmerjena proti severozahodu, $D = 135^\circ$ pomeni, da je usmerjena proti jugovzhodu.

V prvem delu naloge predpostavimo, da je magnetni dipol Zemlje točno v središču Zemlje, je orientiran vzporedno z osjo vrtenja Zemlje in ima magnetni moment $p_m = 8 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$. V tem modelu ima magnetno polje Zemlje na ekvatorju smer natančno proti severu in enako velikost na vseh zemljepisnih dolžinah φ .

- a) Kolikšne so gostota magnetnega polja, inklinacija in deklinacija na ekvatorju ($\lambda = 0^\circ$), na severnem polu ($\lambda = 90^\circ$) in na severni zemljepisni širini $\lambda = 45^\circ$. [3 točke]

V resnici je magnetni dipol Zemlje glede na os vrtenja nagnjen za kot γ ($|\gamma| < 30^\circ$) in velikost dipola ni $8 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$. Iz natančnih meritev na severni zemljepisni širini $\lambda = 45^\circ$ dobimo naslednje podatke:

Najmanjša vrednost vodoravne komponente magnetnega polja Zemlje je v kraju z zemljepisno dolžino $\varphi = 180^\circ$; vodoravna komponenta gostote magnetnega polja kaže natančno proti severu in ima velikost $B_1 = 16,95 \mu\text{T}$. Največja vrednost vodoravne komponente magnetnega polja Zemlje je v kraju z zemljepisno dolžino $\varphi = 0^\circ$; vodoravna komponenta gostote magnetnega polja kaže natančno proti severu in ima velikost $B_2 = 24,95 \mu\text{T}$.

- b) Izračunaj kot γ , za katerega je nagnjen $\vec{p}_m$ glede na os vrtenja Zemlje. Nedvoumno označi oziroma napiši tudi, kam je dipol usmerjen: pomagaj si z opisi smeri "proti jugu", "proti severu", "proti $\varphi = 0^\circ$ " in "proti $\varphi = 180^\circ$ ". [3 točke]
- c) Izračunaj magnetni moment p_m magnetnega dipola Zemlje. [1 točka]
- d) Izračunaj deklinacijo na severni polobli v kraju z zemljepisno širino in dolžino $\lambda = 45^\circ$ in $\varphi = 90^\circ$. [2 točki]