

1. a) Elektron dobi kinetično energijo na račun električnega dela izvira, od tod:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = e_0U_0, \quad mv_0 = \sqrt{2me_0U_0}, \quad \lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2me_0U_0}}.$$

Pri prehodu v področje s potencialom se ohrani vsota kinetične in potencialne energije:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - e_0\Delta U, \quad mv_1 = \sqrt{m^2v_0^2 + 2me_0\Delta U} = \sqrt{2me_0(U_0 + \Delta U)}$$

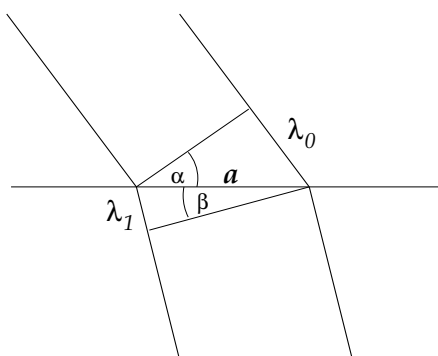
in

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2me_0(U_0 + \Delta U)}}.$$

Pri tem smo upoštevali, da je naboj elektrona $-e_0$.

[2 t.]

b)



Žarka na sliki interferirata, če za kote velja:

$$a = \frac{\lambda_0}{\sin \alpha} = \frac{\lambda_1}{\sin \beta}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{U_0 + \Delta U}{U_0}}.$$

Za $\Delta U > 0$ se curek lomi k vpadni pravokotnici, za $\Delta U < 0$ pa proč od vpadne pravokotnice.

[2 t.]

c)

Pri prehodu čez stopnico se ohranja vsota kinetične in potencialne energije ter komponenta gibalne količine, vzporedna s stopnico. Če postavimo ničlo potencialne energije na vrh klanca, je potencialna energija na prvi ravni enaka $-mgh_0$, na drugi pa $-mg(h_0 + \Delta h)$. Hitrosti označimo kot zgoraj. Za energijo velja:

$$0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgh_0 = \frac{1}{2}mv_1^2 - mg(h_0 + \Delta h),$$

torej

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}, \quad v_1 = \sqrt{2g(h_0 + \Delta h)}$$

in za komponento gibalne količine:

$$mv_0 \sin \alpha = mv_1 \sin \beta,$$

če kot merimo tako kot pri b), torej glede na vpadno pravokotnico. Dobimo

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{h_0 + \Delta h}{h_0}}$$

Za $\Delta h > 0$ se curek lomi k vpadni pravokotnici, za $\Delta h < 0$ pa proč.

[2 t.]

d) Pospeševalna napetost U_0 ustreza višini prvega klanca h_0 , sprememba električnega potenciala pa višinski razliki Δh oziroma spremembi potencialne energije delca.

[1 t.]

e) Če se hitrost delca zmanjša v drugem področju, se delec lomi proč od vpadne pravokotnice. Pri svetlobi je obratno: če se hitrost svetlobe v sredstvu zmanjša, se žarek lomi k vpadni pravokotnici.

[1 t.]

2. a) Izsevana moč je:

$$P = \frac{32G^4 m_z^2 m_s^2 (m_z + m_s)}{5c^5 r_{zs}^5} = 200 \text{ W},$$

[1 t.]

b) valovna dolžina pa

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ct_0}{2} = 4,7 \cdot 10^{15} \text{ m},$$

torej pol svetlobnega leta.

[1 t.]

c) $\nu_v = 40 \text{ Hz}$, $m = 30m_s = 6 \cdot 10^{31} \text{ kg}$.

Najprej izračunajmo razdaljo med telesoma r , če krožita okoli skupnega težišča s frekvenco $\nu = \frac{1}{2}\nu_v$. Newtonov zakon za gibanje telesa po krožnici s polmerom $r/2$:

$$m\omega^2 \frac{r}{2} = \frac{Gm^2}{r^2}, \quad r = \sqrt[3]{\frac{2Gm}{4\pi^2\nu^2}} = \sqrt[3]{\frac{2Gm}{\pi^2\nu_v^2}} = 798 \text{ km} = 8,0 \cdot 10^5 \text{ m}.$$

[2 t.]

Za izsevano moč dobimo

$$P = \frac{32G^4 m^5}{5c^5 r^5} = 2,5 \cdot 10^{47} \text{ W}.$$

[1 t.]

d) Newtonov zakon pri c) zapišemo z v in od tod dobimo takoj kinetično energijo enega telesa:

$$m \frac{2v^2}{r} = \frac{Gm^2}{r}, \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{Gm^2}{4r}.$$

[1 t.]

Skupno energijo dobimo tako, da kinetični energiji obeh teles prištejemo potencialno energijo:

$$W = 2 \frac{mv^2}{2} - \frac{Gm^2}{r} = \frac{Gm^2}{2r} - \frac{Gm^2}{r} = -\frac{Gm^2}{2r}.$$

Energija je negativna, ker je sistem vezan: telesoma moramo dovesti delo, da dobimo dve mirujoči telesi na zelo veliki medsebojni razdalji.

[1 t.]

e) Predpostavimo, da je v času enega obrata izsevana moč približno konstantna. Privzete bo upravičene, če se polmer pri tem ne bo bistveno spremenil.

Na začetku je skupna energija enaka

$$W = -\frac{Gm^2}{2r} = -1,51 \cdot 10^{47} \text{ J}$$

in se zmanjša za izsevano moč v času enega obhoda:

$$Pt_0 = \frac{P}{\nu} = 1,26 \cdot 10^{46} \text{ J},$$

$$W' = W - Pt_0 = -1,63 \cdot 10^{47} \text{ J}.$$

Končno

$$r' = \frac{Gm^2}{2|W'|} = \frac{W}{W'} r = 740 \text{ km}$$

in

$$\Delta r = r' - r = \left(\frac{W}{W - Pt_0} - 1 \right) r = \frac{Pt_0}{W - Pt_0} r = -60 \text{ km}.$$

[3 t.]

f) Polna energija sistema (ki vsebuje tudi mirovno energijo) se zmanjša na račun energije, ki jo odnese gravitacijsko valovanje. To pomeni, da se zmanjša masa sistema za

$$\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2} = \frac{Pt_0}{c^2} = 1,4 \cdot 10^{29} \text{ kg}.$$

[1 t.]