

IZBIRNO TEKMOVANJE ZA OLIMPIJSKO EKIPO

Ljubljana, 22. 4. 2016

Na listu so 3 naloge, čas reševanja nalog je 120 minut.

- Curku elektronov pripišemo valovno dolžino $\lambda = h/G$, kjer je h Planckova konstanta in G gibalna količina delca v curku. Z elektroni lahko opazujemo enake valovne pojave kot s svetlobo. Elektrone v nalogi obravnavaj nerelativistično.

Curek elektronov, ki smo ga pospešili z napetostjo U_0 , vpada pod vpadnim kotom α na mejo področja, v katerem se potencial na zelo kratki razdalji spremeni za ΔU . Privzemi, da je bila na začetku pospeševanja potencialna energija elektronov enaka 0. (Upoštevaj, da je za $U > 0$ potencialna energija elektrona eU negativna.)

- Izrazi valovno dolžino elektronov v prvem in v drugem področju z napetostjo U_0 in s spremembo potenciala ΔU . [2 točki]
 - Izpelji lomni zakon za ta primer. Lomni kvocient izrazi z U_0 in ΔU . (Upoštevaj, da v našem primeru lomnega kvocienta ne moremo zapisati z razmerjem hitrosti delcev.) [2 točki]
 - Lom primerjaj s spremembo smeri gibanja delca z maso m , ki drsi po vodoravni ravnini in naleti na stopnico, ki se gladko nadaljuje v drugo vodoravno ravnino (privzemi, da delec tudi med gibanjem preko stopnice ves čas drsi po podlagi). Delec se po prvi ravnini giblje s hitrostjo, ki jo je dobil tako, da je bil spuščen z vrha klanca z višino h_0 nad prvo ravnino. Druga ravnina je za višinsko razliko Δh pod prvo ravnino. Če pridrsi delec do stopnice pod kotom, se smer gibanja po prehodu na drugo ravnino spremeni in zopet lahko govorimo o lomu. Zapiši razmerje sinusov kotov, merjenih glede na vpadno pravokotnico, in lomni kvocient izrazi z h_0 in Δh . Delec povsod drsi brez trenja. [2 točki]
 - S primerjanjem izrazov za lomni kvocient poišči količine pri c), ki ustrezajo pospeševalni napetosti U_0 in potencialu ΔU v primeru b). [1 točka]
 - V čem se opisana pojava razlikujeta od loma svetlobe? [1 točka]
- Telesi z masama m_1 in m_2 , ki krožita okoli skupnega težišča na medsebojni razdalji r , oddajata gravitacijske valove. Splošna teorija relativnosti podaja izraz za moč, ki jo sistem oddaja z gravitacijskimi valovi:

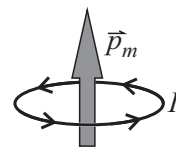
$$P = \frac{32G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{5c^5 r^5},$$

kjer je $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s hitrost svetlobe in $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg² gravitacijska konstanta.

- Izračunaj moč gravitacijskih valov, ki jo seva sistem Sonce-Zemlja, če je masa Sonca $2,0 \cdot 10^{30}$ kg, masa Zemlje $6,0 \cdot 10^{24}$ kg in razdalja med njima $1,5 \cdot 10^{11}$ m. [1 točka]
- Kolikšna je valovna dolžina valovanja? Frekvenca valovanja je enaka dvojni frekvenci kroženja, hitrost gravitacijskega valovanja pa hitrosti svetlobe. [1 točka]
- Detektor LIGO je zaznal gravitacijske valove sistema dveh črnih lukenj z masama po (približno) 30 mas Sonca. Frekvenca valovanja se je s časom spreminjala. Izračunaj razdaljo med telesoma v trenutku, ko je bila frekvenca valovanja 40 Hz. Kolikšna je bila tedaj izsevana moč? [Uporabi Newtonov zakon za kroženje.] [3 točke]
- Izračunaj skupno energijo (vsoto kinetične in gravitacijske potencialne energije) obeh teles v tem trenutku. [Računaj nerelativistično.] Skupno energijo izrazi kot funkcijo razdalje r med telesoma. [Gravitacijska potencialna energija dveh teles z masama m_1 in m_2 na razdalji r je $W(r) = -m_1 m_2 G/r$.] [2 točki]
- Za koliko se v času enega obrata spremeni razdalja med telesoma, če je bila na začetku enaka tisti pri c)? [3 točke]
- Za koliko se v tem času zmanjša skupna masa črnih lukenj? [1 točka]

3. V nalogi obravnavamo situacijo, podobno dogajanju v magnetnem polju Zemlje, ko vanjo priletijo nabiti delci (elektroni ali protoni) s Sonca. Magnetno polje Zemlje je podobno polju paličastega magneta, a v relativno velikih oddaljenostih od magneta, tako da je polje na posameznem mestu precej dobro opisano kot homogeno, torej skoraj konstantno tako po velikosti kot po smeri. Počasno spreminjanje polja v nalogi modeliramo s preprostim modelom in opazujemo gibanje nabitega delca v takem polju.

Podobno kot lahko krožni zanki s ploščino S , po kateri teče električni tok I , pripišemo magnetni moment $\vec{p}_m = I\vec{S}$, lahko magnetni moment pripišemo nabitemu delcu, ki se giblje v magnetnem polju B . Smer magnetnega momenta $\vec{p}_m$ je določena s pravilom desnega vijaka, kot kaže slika: smer je pravokotna na ravnino zanke in kaže v smer, v katero bi se gibal desni (običajni) vijak, ki bi se vrtel v smeri, v kateri teče tok po zanki.



- a) Izrazi magnetni moment nabitega delca z nabojem e , ki enakomerno kroži s hitrostjo v po krožnici s polmerom r . [1 točka]

Ko nabit delec z maso m pod kotom prileti v homogeno magnetno polje, se giblje po vijačnici. Hitrost delca razdelimo na komponento v smeri (vzdolž) magnetnega polja $v_{\parallel}$ in komponento hitrosti pravokotno na magnetno polje $v_{\perp}$. Gibanje po vijačnici je sestavljeno iz kroženja v ravnini pravokotno na polje in enakomernega gibanja vzdolž magnetnega polja.

- b) Pokaži, da je magnetni moment nabitega delca v magnetnem polju enak $p_m = \frac{1}{2}(mv_{\perp}^2)/B$ in da kaže vektor $\vec{p}_m$ v nasprotni smeri od vektorja magnetnega polja $\vec{B}$. [2 točki]

Izkaže se, da je v primeru, ko se gostota magnetnega polja po prostoru le malo spreminja, magnetni moment gibajočega se nabitega delca konstanten. Prav tako vemo, da magnetno polje ne opravlja dela na gibajočem se nabitem delcu, ker je magnetna sila na delec ves čas pravokotna na trenutno hitrost delca. Recimo, da se prej homogeno magnetno polje od neke točke naprej linearno spreminja vzdolž smeri magnetnega polja, ki jo označimo kot smer z . Velja $B(z) = B_0 + kz$, kjer je $B_0 = 3,0 \cdot 10^{-5}$ T in $k = 1,0 \cdot 10^{-8}$ T/km. Koordinatno izhodišče $z = 0$ postavimo na mejo, kjer se polje začne spreminjati.

Elektron z maso $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg in z nabojem $-1,6 \cdot 10^{-19}$ As prileti s hitrostjo 100 km/s pod kotom 60° glede na smer magnetnega polja $\vec{B}_0$.

- c) S kolikšno hitrostjo $v_{\parallel}$ se giblje v smeri osi z , ko je v homogenem magnetnem polju B_0 ? [1 točka]
- d) Kolikšen je takrat polmer krožnice, po kateri se giblje? [1 točka]
- e) Kolikšno največjo višino doseže v linearno naraščajočem magnetnem polju $B(z) = B_0 + kz$? [3 točke]
- f) Kolikšen je polmer kroženja na tej višini? [1 točka]
- g) Oцени pospešek (v smeri magnetnega polja $\vec{B}$), s katerim se giblje središče krožnice, ki jo v ravnini xy opisuje elektron med gibanjem po vijačnici. Predpostavi, da je pospešek ves čas konstanten. [2 točki]