

IZBIRNO TEKMOVANJE ZA OLIMPIJSKO EKIPO

Ljubljana, 06. 05. 2011

Rešiteve:

1. a) Oprema osi, predvsem y : v_x razpon od okoli 8,99 do okoli 9,13 in v_y razpon od okoli $-4,01$ do okoli $-3,81$.

Pravilno vnešene točke

Pravilno potegnjena premica skozi točke.

Določena pospeška $a_x \sim (-12,8 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$ in $a_y \sim (-17,0 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$.

- b) Hitrost kaže desno navzdol, vrtenje je v smeri urinih kazalcev.

Sila upora F_u kaže v smer nasprotno hitrosti, Magnusova sila F_m kaže levo navzdol in je pravokotna na smer hitrosti

- c) $\tan \varphi = -\frac{v_y}{v_x} = \frac{4}{9}$, torej dobimo $\varphi = 23,96^\circ = 24^\circ$.

Pospeška sta

$$a_x = \frac{-F_u \cos \varphi - F_m \sin \varphi}{m} \quad \text{in} \quad a_y = \frac{F_u \sin \varphi - F_m \cos \varphi}{m} - g ,$$

kjer težni pospešek vzamemo pozitiven $g = +9,8 \text{ m/s}^2$.

Od tu dobimo

$$\frac{F_m}{m} = -a_x \sin \varphi - (g + a_y) \cos \varphi \quad \text{in} \quad \frac{F_u}{m} = -a_x \cos \varphi + (g + a_y) \sin \varphi .$$

- d) Dobimo

$$c_u = \frac{2m(-a_x \cos \varphi + (g + a_y) \sin \varphi)}{\rho v^2 \pi r^2} = 0,299 = 0,3$$

in

$$c_m = -\frac{a_x \sin \varphi + (g + a_y) \cos \varphi}{\omega v} = 0,00199 = 0,002 .$$

- e) Obodna hitrost $\omega r = 12 \text{ m/s}$ je večja od vodoravne komponente hitrosti $v_x = 9 \text{ m/s}$, zato žogica *zakoplje*. Sila trenja na žogico torej deluje v smeri naprej in pospešuje težišče v vodoravni smeri.

- f) Sunka sile v smereh x in y sta po vrsti

$$\Delta G_x = k_t \int N dt \quad \text{in} \quad \Delta G_y = \int N dt ,$$

kjer je N pravokotna komponenta sile podlage.

Od tu dobimo koeficient trenja $k_t = \frac{\Delta G_x}{\Delta G_y} = 0,13$.

- g) Podobno kot pri f) je sunek navora povezan s sunkom sile trenja, le da trenje vrtenje zavira, zato je dodan negativen predznak

$$\Delta \Gamma = -r \int F_t dt = -r \Delta G_x .$$

Od tu izrazimo končno kotno hitrost s pomočjo znanega vztrajnostnega momenta žogice

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{3(v_{x2} - v_{x1})}{2r} = 525 \text{ s}^{-1} .$$

2. a) V električnem krogu (zanki) se inducira napetost

$$U_i = S \frac{\Delta B}{\Delta t} = 1,2 \text{ V},$$

ki požene tok

$$I_a = \frac{U_i}{R_1 + R_2} = 10 \text{ mA}.$$

Smer toka je določena z Lenzovim pravilom: tok skozi R_2 teče *navzgor*, tako da kaže inducirano polje v nasprotni smeri kot zunanje polje in tako zavira naraščanje zunanjega polja.

- b) Vsota padcev napetosti v zanki (krogu) je enaka inducirani napetosti, ki se pojavi kot posledica časovno spremenljivega polja skozi to zanko.

V primeru na sliki 2b izberemo zanko enkrat čez R_1 in R_2 in drugič čez R_1 in R_3 . Obakrat objamemo isto polje in velja

$$U_i = R_1 I_1 + R_2 I_2 = R_1 I_1 + R_3 I_3, \quad I_1 = I_2 + I_3.$$

Ugotovimo $R_2 I_2 = R_3 I_3$. Situacija je torej enaka kot v primeru, ko je na izvir z gonilno napetostjo U_i priključen R_1 , zaporedno vezan z vzporedno vezanima R_2 in R_3 . V tem primeru velja

$$I_b = \frac{U_i}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 12 \text{ mA}, \quad I_{3b} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_b = 3 \text{ mA}.$$

V primeru na sliki 2c pa dobimo

$$I_c = \frac{U_i}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = 10 \text{ mA}, \quad I_{3c} = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I_c = 1 \text{ mA}.$$

- c) Na podlagi razmisleka pri vprašanju b) ugotovimo, da kaže voltmetr napetost, ki je enaka padcu napetosti na R_2 v primerih na slikah 2d in 2e, in padcu napetosti na R_1 v primeru na sliki 2f:

$$U_V(2d) = U_V(2e) = I_a R_2 = 0,9 \text{ V}, \quad U_V(2f) = I_a R_1 = 0,3 \text{ V}.$$

Pri tem smo vstavili tok iz primera a), saj je tok skozi voltmeter zanemarljiv. Voltmeter ne kaže enake napetosti v vseh primerih.

3. a) Totalno se odbijejo vsi žarki, ki iz svetila izhajajo pod kotom α , merjenim glede na vodoravno os, za katerega velja

$$\alpha_T \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_T,$$

pri čemer je kot totalnega odboja, $\alpha_T = \arcsin n^{-1}$. Delež svetlobe, ki se totalno odbije, je enak

$$\eta = 1 - 2 \left(\frac{2\pi R(R - R \cos \alpha_T)}{4\pi R^2} \right) = \cos \alpha_T = 74,5 \%,$$

pri čemer smo z R označili razdaljo od svetila do točke, kjer se žarek ravno še totalno odbije.

- b) Če kot proti vodoravnici označimo z β , velja

$$\frac{\sin \beta}{r} = \frac{\sin \alpha_T}{d}.$$

Mejni primer je pri $\sin \beta = 1$:

$$d = r \sin \alpha_T = \frac{r}{n} = 5,3 \text{ cm}.$$