

Fizikalni eksperimenti I

B. Golli, A. Kregar, PeF

Pedagoška fakulteta UL

Ljubljana 2014

Kazalo

1	Dinamika	3
1.1	Newtonov zakon – ultrazvok	3
1.2	Sila pri enakomernem kroženju	5
1.3	Izrek o gibalni količini	6
1.4	Balistično nihalo	8
1.5	Newtonov zakon za vrtenje	9
1.6	Ohranitev vrtilne količine	11
1.7	Ohranitev vrtilne količine – uteži	13
1.8	Precesija	15
2	Elastomehanika in termodinamika	18
2.1	Upogib palice	18
2.2	Zasuk palice	19
2.3	Gay-Lussacov zakon	21
2.4	Izoterma in adiabata	22
2.5	Toplotna prevodnost	24
2.6	Specifična toplota železa	26
2.7	Specifična talilna toplota ledu	27
2.8	Specifična izparilna toplota vode	28
2.9	Joulov poskus	29
3	Elektrika: frontalno	30
3.1	Notranji upor	30
3.2	Električno polje	32
3.3	Magnetno polje	36

4	Električno in magnetno polje	41
4.1	Magnetna sila	41
4.2	Magnetni navor	42
4.3	Indukcijski zakon	43
4.4	Energija električnega polja	44
4.5	Energija magnetnega polja	46
4.6	Elektroni v električnem polju	48
4.7	Elektroni v magnetnem polju	50

1 Dinamika

1.1 Newtonov zakon – ultrazvok

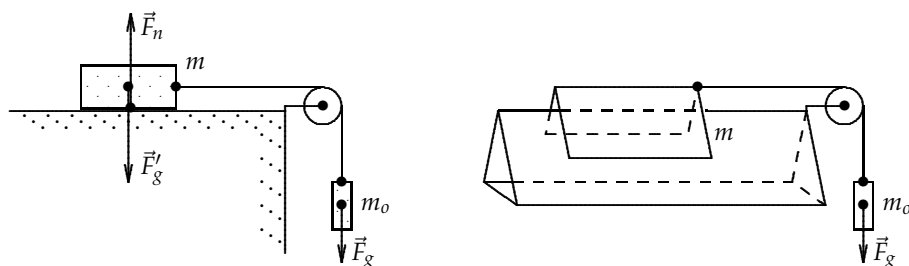
Stalna sila, ki deluje na telo, povzroča, da se telo giblje enakomerno pospešeno. Pospešek $\vec{a}$ ni odvisen zgolj od sile, ampak tudi od mase telesa m . Vse tri količine povežemo v *Newtonov zakon*

$$\vec{F} = m \vec{a}. \quad (1)$$

Dve ali več teles sestavlja sistem. Vpeljemo masno središče z enačbo $\vec{r}_o = \sum m_i \vec{r}_i / \sum m_i$. V Newtonovem zakonu

$$\vec{F} = m \vec{a}^* \quad (2)$$

pomeni $\vec{a}^*$ pospešek masnega središča, $\vec{F}$ pa je vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na sistem.



Slika 1: a) Enakomerno pospešeno gibanje. b) Poskus na zračni drči

Newtonov zakon preverimo, če ugotovimo ustrezne relacije med maso, silo in pospeškom. Eno od teh treh količin držimo konstantno in spreminjamo drugo, da se ob njej spreminja še tretja. Pri poskusu vleče vozilo z maso m stalna sila vrvice. Vrvica je speljana prek kolesca, na kateri visi masa m_o . Nanjo deluje navpično navzdol sila teže: $F_g = m_o g$, kjer je g težni pospešek. To je zunanja vlečna sila, ki pospešuje sistem, kateremu pripadata obe telesi z masama m in m_o . Newtonov zakon za ta primer zapišemo takole:

$$F_g = (m + m_o) a. \quad (3)$$

F_g ni edina zunanja sila, saj na telo deluje še teža vozila, ki pa jo uravnoveša nasprotno enaka sila podlage. Drugih sil v enačbi nismo upoštevali, kar pomeni, da silo trenja, zračnega upora in podobno ne upoštevamo. Takšne pogoje lahko do neke mere uresničimo z vozilom na zračni blazini. V tem primeru ni trenja, zračni upor pa je znatno manjši od vlečne sile.

Pri gibanju vozička, ki ni na zračni drči, moramo upoštevati še *silo trenja*. Ta sila je sorazmerna sili na podlagi. Pri vodoravni podlagi je premo sorazmerna teži telesa $F_g = m g$, kjer je g težni pospešek (pospešek prostega pada). Tudi pri kotalnem trenju je sila trenja sorazmerna teži. Velja:

$$F_{tr} = k_{tr} F_g. \quad (4)$$

Sorazmernostna konstanta k_{tr} je *koeficient (kotalnega) trenja*.

S spreminjanjem mase in vlečne sile ter računalniškim merjenjem pospeška lahko preverimo premo sorazmerje med vlečno silo in pospeškom ter obratno sorazmerje med maso sistema in pospeškom, kot to pove Newtonov zakon.

Mase vozička in uteži določi s tehtanjem.

Gibanje vozička spremljamo z ultrazvočnim slednikom. Računalnik pri tem beleži odmik vozička kot funkcijo časa. Pospešek določimo tako, da skozi izmerjene točke prilagodimo *parabolo*: $s(t) = At^2 + Bt + C = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$, pri čemer je $C = s_0$ odmik, $B = v_0$ pa hitrost ob času $t = 0$, in $a = 2A$ iskani pospešek.

Predno sprožiš meritev, preveri, če je voziček vsaj 40 cm oddaljen od ultrazvočnega slednika. (To je najmanjša razdalja, ki jo slednik še lahko meri.) Sproži meritev. Voziček spusti šele, ko zaslišiš signal. Na računalniškem zaslonu se izriše odmik vozička kot funkcija časa. Če so v grafu motnje, meritev ponovi. Z miško izberi področje, kjer je gibanje vozička *enakomerno pospešeno*. (Parabola preide v premico v področju, ko vlečna sila preneha, tj. ko se utež dotakne tal.) Lahko izbereš tudi nekoliko ožje področje. Odčitaj izmerjen pospešek ($2A$) in njegovo napako.

Meri z vsaj 5 različnimi vlečnimi silami. Nariši graf $a(F)$ pri konstantni masi sistema ter graf $a(m^{-1})$ pri izbrani vlečni sili. Iz grafa $a(F)$ določi silo trenja in koeficient kotalnega trenja.

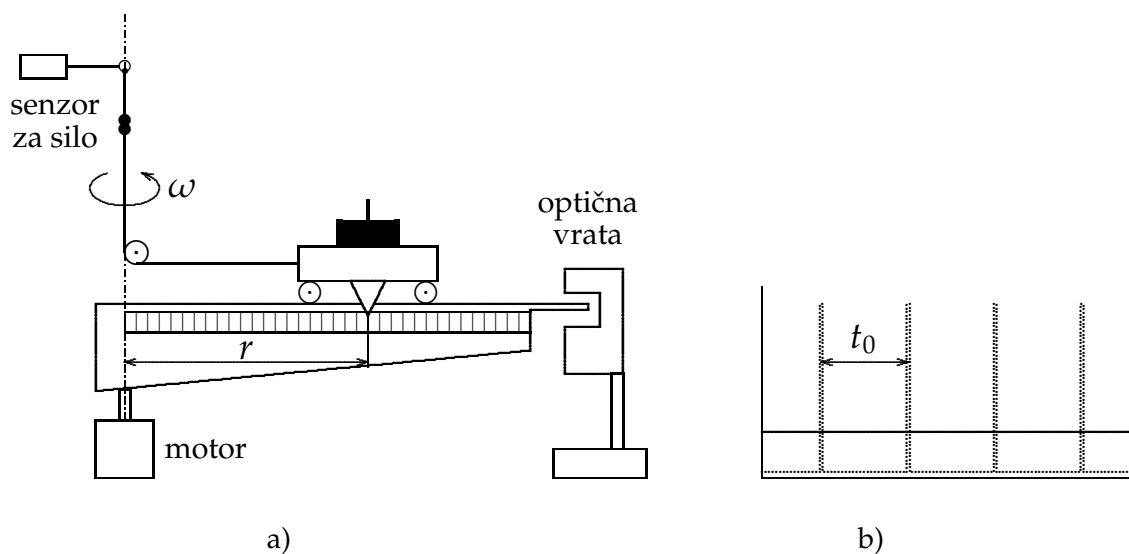
1.2 Sila pri enakomernem kroženju

Pri enakomernem kroženju na telo deluje centripetalna sila, ki kaže proti središču kroženja. Velja

$$F_{cp} = ma_{cp} = m \omega^2 r = m 4\pi^2 \nu^2 r, \quad (5)$$

pri čemer je m masa telesa, ω krožna frekvenca, ν frekvenca in r razdalja od osi do (težišča) telesa.

Z napravo na sliki 2 merimo silo in ugotavljamo zvezo med silo, maso telesa, krožno frekvenco in radijem kroženja.



Slika 2: a) Naprava za merjenje centripetalne sile. b) Računalniški prikaz: časovni potek sile (polna črta) in časovni potek signala iz optičnih vrat (črtkano).

Silo merimo s senzorjem, povezanim z računalnikom, tako kot je opisano pri sklopu *Merjenje sil in snovnih lastnosti* pri predmetu Osnove merenj. Senzor je potrebno ponovno umeriti z utežmi.

Maso spreminjamo tako, da na voziček dodajamo uteži.

Radij kroženja spreminjamo s pomikanjem senzorja za silo gor in dol.

Frekvenco računamo iz časa enega obrata, $\nu = 1/t_0$, ki ga merimo z optičnimi vrati. Prekinitve žarka računalnik prikaže kot zaporedje kratkih signalov in iz razmika med dvema sosednjima lahko določimo čas t_0 (glej sliko 2b).

1.3 Izrek o gibalni količini

Izrek o gibalni količini pove, da je sprememba gibalne količine enaka sunku sile:

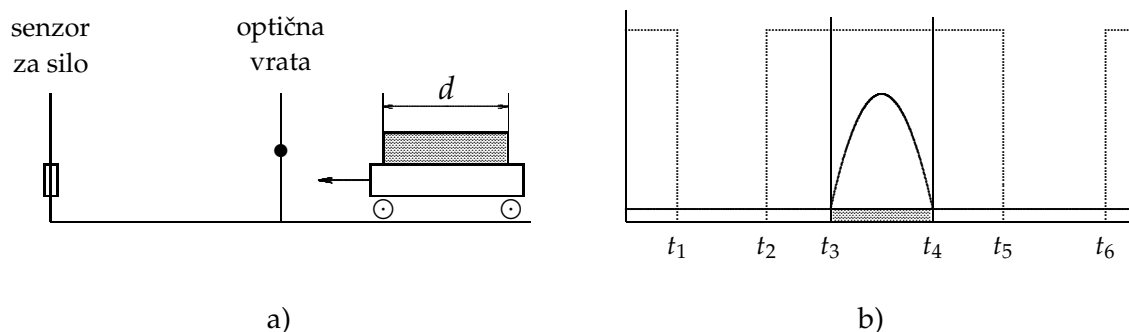
$$m\vec{v} - m\vec{v}' = \int \vec{F}(t) dt, \quad (6)$$

pri čemer je $\vec{v}$ končna in $\vec{v}'$ začetna hitrost telesa in m njegova masa.

Izrek preverimo s poskusom, pri katerem se voziček odbije od stene. Merimo začetno in končno hitrost vozička ter časovni potek sunka sile, s katero deluje stena na voziček. Iz znane mase vozička izračunamo spremembo gibalne količine, iz časovnega poteka sile, ki jo beleži računalnik, pa integral sile po času.

Senzor za silo daje na izhodu napetost, ki jo pretvorimo v silo s postopkom, opisanim pri vaji *Merjenje sil z računalnikom* pri Osnovah merenj. Zvezo med napetostjo in silo zapišemo v obliki $F = k(U - U_0)$, pri čemer je U_0 napetost, ki jo daje neobremenjen senzor.

Potek poskusa kaže slika 3a. Voziček poženemo proti senzorju. Ko potuje skozi optična vrata, ploščica z dolžino d na vozičku prekine signal v vratih. Računalnik zabeleži začetek prekinitve (čas t_1 na sliki 3b) in čas konca prekinitve (t_2). Iz razlike časov in podatka d izračunamo začetno hitrost vozička. Končno hitrost izračunamo ob drugi prekinitvi (med časoma t_5 in t_6); pri tem moramo upoštevati, da se sedaj voziček giblje v nasprotno smer glede na prvotno.



Slika 3: a) Naprava za preverjanje izreka o gibalni količini. b) Računalniški prikaz: časovni potek sile (polna črta) in časovni potek signala v optičnih vratih (črtkano).

Ob času t_3 se voziček zaleti v senzor za silo, ob času t_4 se voziček odlepi od senzorja. Računalnik beleži časovni potek napetosti na senzorju in lahko izračuna časovni integral napetosti med zelenim in vijoličnim kazalcem (navpično črto), ki ju z miško postavimo k časoma t_3 in t_4 . Tako določen integral je večji od prave vrednosti, zaradi premaknjene ničle senzorja (osenčeno področje na sliki 3b). Pomagamo si lahko tako, da od prikazane vrednosti odštejemo produkt $U_0(t_4 - t_3)$. Enostavneje pa to naredimo tako, da poskus ponovno sprožimo, vozička pa ne poženemo, temveč s prstom prekinemo signal v optičnih vratih. V tem primeru kaže računalnik le napetost U_0 . Če oba kazalca, ki določata

integracijski meji, pustimo pri časih t_3 in t_4 , nam sedaj računalnik prikaže integral napetosti U_0 , ki ga odštejemo od izračunanega integrala pri poskusu z vozičkom. Sunek sile je torej enak

$$\int F(t) dt = k \left(\int_{t_3}^{t_4} U(t) dt - \int_{t_3}^{t_4} U_0 dt \right), \quad (7)$$

kjer je k umeritvena konstanta senzorja za silo.

Poskus ponovi vsaj petkrat. Za vsako ponovitev izračunaj *relativno odstopanje* med levo in desno stranjo v (6).

1.4 Balistično nihalo

Hitrost izstrelka v_0 merimo z balističnim nihalom.

Pri poskusu se izstrelak (kroglica) zapiči v leseno klado in obtiči v njej. Trk je zelo kratek, zato je vsota zunanjih sil med trkom enaka 0 in ohranja se *skupna* gibalna količina izstrelka in klade:

$$mv_0 = (m + M)v, \quad (8)$$

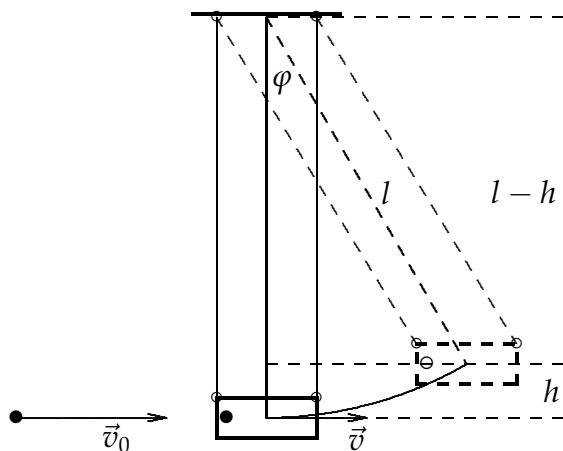
če je m masa izstrelka, M masa klade in v skupna hitrost klade in izstrelka takoj po trku.

Klada z izstrelkom se odkloni in pri tem dvigne za višinsko razliko h . V tem trenutku je njena hitrost enaka 0. Velja izrek o ohranitvi vsote kinetične in potencialne energije; začetna kinetična energija se pretvori v potencialno:

$$\frac{1}{2}(m + M)v^2 = (m + M)gh. \quad (9)$$

Višino h izrazimo s kotom φ , za katerega se je nihalo odmaknilo, in razdaljo l od osi do težišča sistema. Iz slike 4 razberemo $l - h = l \cos \varphi$ in od tod $h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos \varphi)$. Upoštevamo trigonometrijsko zvezo za polovične kote $\sin^2(\frac{1}{2}\varphi) = \frac{1}{2}(1 - \cos \varphi)$ in dobimo $h = 2l \sin^2(\frac{1}{2}\varphi)$. Če je kot dovolj majhen, lahko sinus kota nadomestimo s kotom (vadianih). Dobimo $h = \frac{1}{2} l \varphi^2$ in iz (9) sledi

$$v = \sqrt{gl} \varphi \quad \text{ter} \quad v_0 = \frac{m + M}{m} \sqrt{gl} \varphi. \quad (10)$$

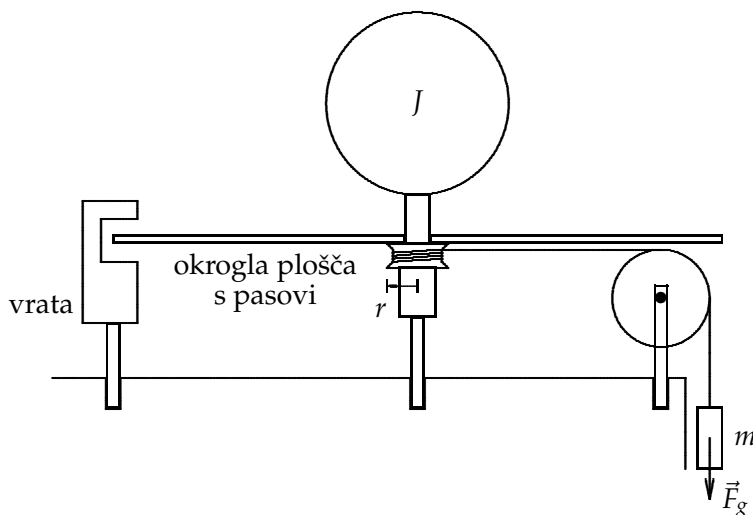


Slika 4: Merjenje hitrosti izstrelka z balističnim nihalom

1.5 Newtonov zakon za vrtenje

Merjenje vztrajnostnega momenta izvedemo z napravo na sliki 5, ki ima nosilček, vrtljiv okrog svoje osi skoraj brez trenja, za kar poskrbi kvaliteten ležaj, in obroč – kolesce z radijem r , okrog katerega navijemo nikjer pritrjeno vrvico, potegnjeno prek drugega kolesca (škripca). Na vrvico obesimo utež, ki povzroči stalno silo mg in stalen navor mgr , kjer je ročica r radij kolesca. Newtonov zakon za vrtenje togega telesa okrog stalne osi, ki ga poganja padajoča utež, pove, da stalen navor povzroči enakomerno pospešeno vrtenje s kotnim pospeškom α : $J\alpha = M$, kjer je J vztrajnostni moment telesa. Sila, ki povzroči navor, je nasprotno enaka sili vrvice na utež, na katero deluje tudi teža uteži mg . Ta sila pa se pojavi tudi v Newtonovem zakonu za padajočo utež: $ma = mg - F$ in $F = m(g - a)$. Zato je $J\alpha = m(g - a)r$. Obodni pospešek $a = r\alpha$ krožečega se telesa je enak pospešku mase uteži. Velja:

$$J\alpha = m(g - r\alpha)r \quad \text{in} \quad J = \frac{mgr}{\alpha} - mr^2. \quad (11)$$



Slika 5: Naprava za merjenje vztrajnostnega momenta.

Na kolescu je tudi prozorna okrogla plošča, na kateri so vrisani v obliki zvezde izmenjujoči se prozorni in neprozorni pasovi v razmaku 15° , ki kroži s celotno napravo vred. Ob robu omenjene plošče so svetlobna vrata, priključena na računalnik, ki registrirajo vsako prekinitev svetlobnega snopa ob prehodu iz prozornega v neprozorni pas. Računalnik beleži časovni potek kota zavrtitve. Merjenje kotnega pospeška poteka tako kot pri vaji *Enakomerno pospešeno vrtenje – optična vrata* pri Osnovah merjenj: kotno hitrost računamo kot $\omega(t_i) = \Delta\varphi / (t_{i+1} - t_{i-1})$ ($\Delta\varphi = 30^\circ$), kotni pospešek določimo iz naklona premice v grafu $\omega(t)$. Če beležimo vsako drugo prekinitev, za $\Delta\varphi$ vzamemo 60° .

Merimo najprej brez dodatne mase in vse ustrezne količine označimo z '. Kotni pospešek sistema brez dodatne mase je $\alpha' = \Delta\omega' / \Delta t'$. Utež m' enakomerno pospešuje celoten sistem z vztrajnostnim momentom J' : $J'\alpha' = m'(g - \alpha'r)r$. Enačba omogoča izračun J' .

Ko dodamo maso (npr. kroglo, ki ima vztrajnostni moment $J = 2MR^2/5$), valj ($J = MR^2/2$) ali obroč ($J = MR^2$)), pospešujemo z nekoliko večjo maso m . Vztrajnostni moment krogle ali drugega telesa izračunamo po enačbi $J = mgr/\alpha - J' - mr^2$. Primerjamo ga z izračunano vrednostjo iz njegove mase in radija.

1.6 Ohranitev vrtilne količine

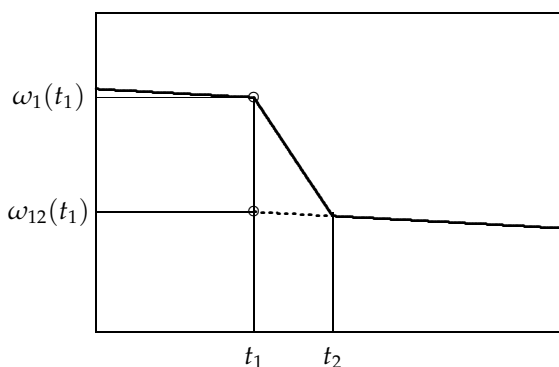
Trk obročev Eksperimentalno napravo sestavljata dva obroča (kolesi), ki se prosto vrtita okoli skupne osi. Spodnje kolo zavrtimo, zgornje kolo pa na začetku pridržimo in nato spustimo, da se sprime s spodnjim. Če je sunek navora trenja v ležaju zanemarljivo majhen, se pri trku ohrani vrtilna količina sistema:

$$J_1\omega_1 = (J_1 + J_2)\omega_{12} . \quad (12)$$

Pri tem z J_1 označimo vztrajnostni moment spodnjega kolesa, z J_2 zgornjega, z ω_1 kotno hitrost spodnjega kolesa in z ω_{12} skupno kotno hitrost obeh koles po trku. Z računalnikom, povezanim z optičnimi vrati, sledimo spreminjanju kotne hitrosti spodnjega kolesa.

Poskus pokaže, da pri nekoliko bolj natančni analizi ne smemo zanemariti trenja v ležaju. V tem primeru ohranitev vrtilne količine velja le v primeru, če je čas trka zanemarljivo kratek.

Potek merjene kotne hitrosti shematsko kaže slika 6. Čas trka ni zanemarljiv in je kotna hitrost v trenutku, ko se obroča sprimeta, manjša kot bi bila v primeru, če bi bil trk zelo kratek. Pri preverjanju izreka (12) zato skupno kotno hitrost ω_{12} *ekstrapoliramo* k času t_1 , ki ustreza začetku trka, tako kot je s črtkano daljico prikazano na sliki 6.



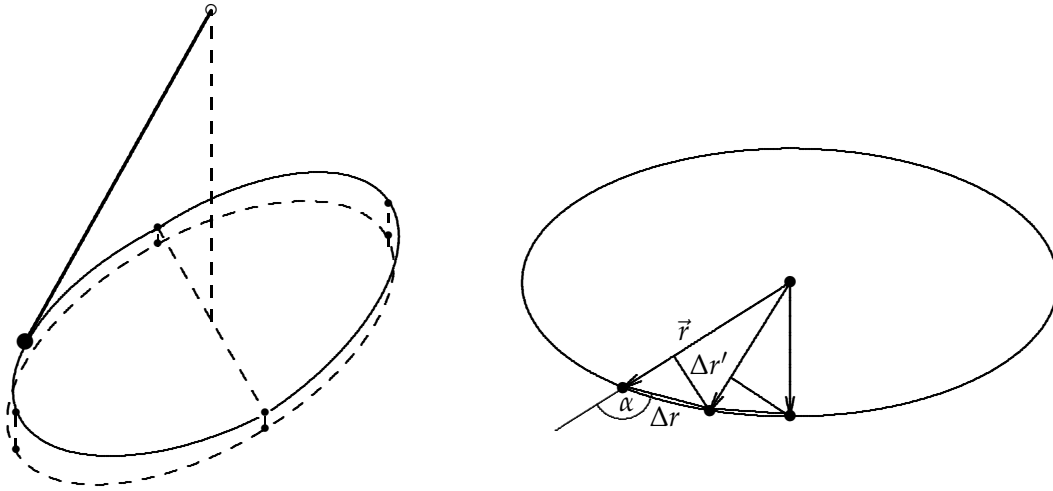
Slika 6: Časovni potek kotne hitrosti spodnjega obroča.

Meritev napravi tako, da z eno roko zavrtiš spodnje kolo, z drugo pa pridržiš zgornje kolo. Razdalja med kolesoma naj bo pri tem čim manjša. Na računalniku sprožimo začetek meritve, hitro preštejemo do tri in spustimo zgornje kolo, da se sprime s spodnjim. Na računalniku nastavimo prikaz hitrosti in dobljeni graf natisnemo.

Določi razmerje kotnih hitrosti in ugotovi, za koliko se razlikuje od teoretičnega. Kolesi imata enaka vztrajnostna momenta ($J_2 = J_1$), zato je teoretično razmerje kotnih hitrosti $\omega_1/\omega_{12} = 2$.

Gibanje po elipsi Posodico s kapljajočo obarvano tekočino suni tako, da se giblje projekcija njenega gibanja na vodoravno podlago po elipsi podobni krivulji. Če se telo giblje po elipsi, je sila, ki deluje nanj, centralna: usmerjena k središču. Zato je sunek navora ves čas 0 in vrtilna količina se ohranja. Z razdaljo masne točke do središča r se spreminja tudi obodna hitrost. Iz slike 7 razberemo, da je ploščina trikotniku podobnega eliptičnega izseka enaka $S = \frac{1}{2} r \Delta r' = \frac{1}{2} r \Delta r \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{2} r \Delta r \sin \alpha$. Za ploščinsko hitrost (spremembo ploščine trikotnika s časom) velja $\Delta S / \Delta t = \frac{1}{2} r (\Delta r / \Delta t) \sin \alpha = \frac{1}{2} r v \sin \alpha$. Iz zveze za vrtilno količino točkastega telesa $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$ sledi zveza med velikostjo vrtilne količine in ploščinsko hitrostjo: $\Gamma = mrv \sin \alpha = 2m \Delta S / \Delta t$. Ploščina, ki jo opiše $\vec{r}$ v času Δt , je torej premo sorazmerna z vrtilno količino $\Delta S = \frac{1}{2m} \Gamma \Delta t$. Če pokažemo, da so ploščine trikotnikov, ki pripadajo enakim časovnim intervalom, enake, dokažemo, da se vrtilna količina ohranja.

Na papirju označi središče elipse in ga poveži z odtisi kapljic, ki padajo v enakomernih časovnih intervalih. Izmeri stranico in višino v tako nastalih trikotnikih in izračunaj ploščino. Ugotovi, ali so te zares enake.



Slika 7: Ohranitev vrtilne količine pri gibanju po elipsi.

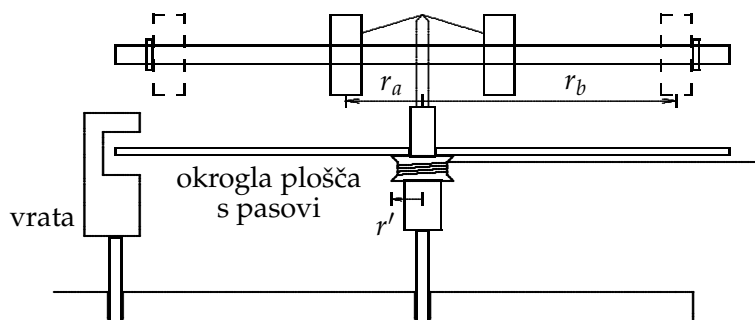
1.7 Ohranitev vrtilne količine – uteži

Izrek o ohranitvi vrtilne količine velja tudi v primeru, ko se je ob nekem dogodku spremenil položaj mas v vrtečem se sistemu in pri tem ni deloval zunanji navor:

$$J_2\omega_2 = J_1\omega_1. \quad (13)$$

Pri tem pomeni J_1 vztrajnostni moment telesa pred dogodkom, J_2 pa vztrajnostni moment telesa po dogodku. Če se poveča vztrajnostni moment sistema zaradi prerazporeditve njegovih delov, se kotna hitrost vrtečega se sistema zmanjša. Poskus, ki ga bomo napravili, je podoben primeru, ko drsalec na ledu pri izvedbi piruete, premakne roke iz priročnja v odročnje.

Poskus izvedemo z napravo na sliki 8. K napravi sodi tudi kovinska palica z dolžino okrog 50 cm. Pritrjena je simetrično in pravokotno na os vrtenja. Nanjo nasadimo simetrično na os dve enaki, debelemu kovancu podobni preluknjani valjasti telesi. Obe dodatni valjasti telesi, vsako z maso m , pritrdimo med seboj z nitjo tako, da ohranjata svoj položaj tudi med vrtenjem.



Slika 8: Naprava za preverjanje ohranitve vrtilne količine.

Vztrajnostni moment naprave brez valjastih teles označimo z J' . Ko dodamo valjasti telesi, se vztrajnostni moment poveča za $2mr_a^2$, kjer je r_a razdalja valjastega telesa z maso m od osi vrtenja. Če privzamemo, da valjasti telesi lahko obravnavamo kot točkasti telesi, ki sta za ročico r_a oddaljeni od osi kroženja, je skupni vztrajnostni moment naprave enak

$$J_a = J' + 2mr_a^2. \quad (14)$$

Z močnim potegom vrvice, ki po odvitju odpade, pospešimo napravo tako, da kroži z masama v položaju a s stalno kotno hitrostjo ω_a in vrtilno količino

$$\Gamma_a = J_a\omega_a. \quad (15)$$

Če nitko, ki povezuje obe valjasti telesi, prežgemo, obe telesi odletita v končni položaj b (da ne zletita iz palice, poskrbita dva vijaka na kovinski palici). Po dogodku se vztrajnostni moment zveča zaradi povečane ročice r_b in je sedaj $J_b = J' + mr_b^2$. Nova vrtilna

količina z masama v položaju b pa je

$$\Gamma_b = J_b \omega_b. \quad (16)$$

Izrek o ohranitvi vrtilne količine velja za sisteme, ko se je spremenil položaj dodanih mas po dogodku in pri tem ni deloval zunanji navor, zato

$$J_a \omega_a = J_b \omega_b \quad \text{ali} \quad \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{J_b}{J_a}. \quad (17)$$

Kotna hitrost se je zmanjšala na račun povečanega vztrajnostnega momenta sistema.

Računalnik omogoča, da zabeležimo časovno odvisnost kota. Iz grafa časovne odvisnosti kotne hitrosti, kjer je zabeležen pojav preskoka dodanih mas iz položaja a v položaj b, odčitamo obe kotni hitrosti (v grafu sta to dva platoja). Ker smo oba dodatna vztrajnostna momenta J_a in J_b izmerili ali izračunali, lahko preverimo veljavnost izreka o ohranitvi vrtilne količine, tako da izračunamo in primerjamo razmerji kotnih hitrosti in vztrajnostnih momentov v enačbi (17).

Vztrajnostna momenta J_a in J_b vrtečega sistema lahko določimo s postopkom, opisanim pri nalogi *Newtonov zakon za vrtenje*, in izračunamo z enačbo (11). (Začetni vztrajnostni moment seveda izmerimo predno prežgemo vrvico.)

Smiselno je, da izračunamo še rotacijski energiji sistema pred dogodkom $W_{ra} = J_a \omega_a^2 / 2$ in po dogodku $W_{rb} = J_b \omega_b^2 / 2$. S tem pokažemo, da se energija v nasprotju z vrtilno količino ne ohranja.

1.8 Precesija

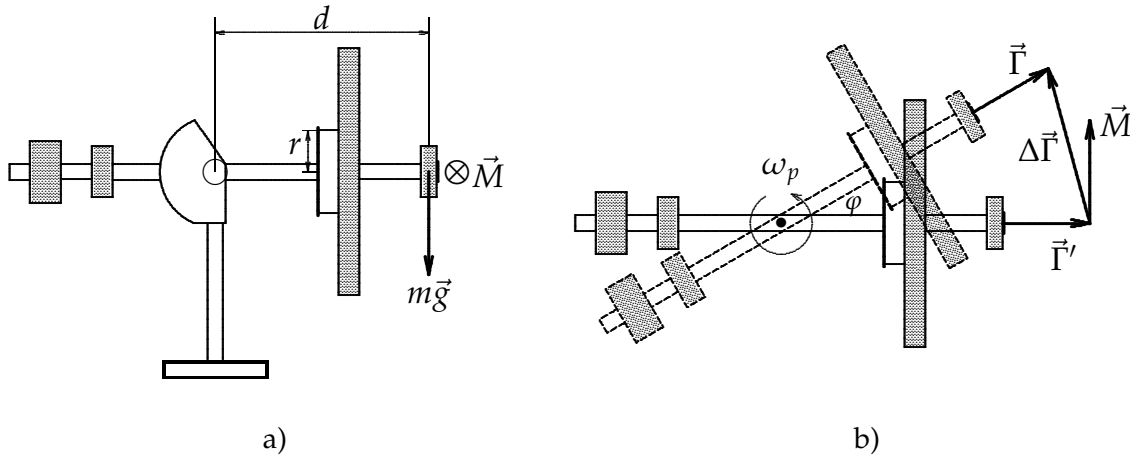
Na vodoravni gredi na sliki 9a) je na desni strani velika krožna plošča (valj), ki je z ležajem povezana z gredjo tako, da se lahko prosto vrti okoli gredi. Gred s ploščo je prosto vrtljiva okoli navpične osi in okoli vodoravne osi, pravokotne na gred. V vodoravnem položaju gred uravnovesimo z dvema utežema (na levi strani slike). Krožno ploščo zavrtimo s pomočjo vrvice, ovite okoli valja ob plošči. Plošča ima vrtilno količino z velikostjo $\Gamma = J\omega$, ki kaže v smeri osi vrtenja (slika 9b). Pri tem je J vztrajnostni moment plošče in ω njena kotna hitrost.

Na desno krajišče v razdalji d od vodoravne osi postavimo utež z maso m . Na sistem sedaj deluje navor z velikostjo mgd v smeri, pravokotni na ročico d in teži uteži (v list na sliki a). Poleg vrtenja velike krožne plošče s frekvenco ω okoli gredi, se celoten sistem sedaj vrti še s krožno frekvenco ω_p okoli *navpične osi*, kot kaže slika 9b. Pri tem se spreminja smer vrtilne količine, njena velikost pa ostaja konstantna. V času t se sistem zavrti za kot $\varphi = \omega_p t$. Če vzamemo dovolj kratek čas, je kot φ majhen in v trikotniku, ki ga tvorita vektorja $\vec{\Gamma}$ in $\vec{\Gamma}'$, velja $\Delta\Gamma = 2\Gamma \sin \frac{1}{2}\varphi \approx \Gamma\varphi$. Po Newtonovem zakonu je sprememba vrtilne količine enaka sunku navora:

$$\Delta\Gamma = Mt. \quad (18)$$

Na levi vstavimo $\Delta\Gamma = \Gamma\varphi = J\omega\omega_p t$, na desni pa $Mt = mgd t$ in dobimo

$$\omega_p = \frac{M}{\Gamma} = \frac{mgd}{J\omega}. \quad (19)$$



Slika 9: a) Pogled s strani b) Pogled od zgoraj

Kotno hitrost ω meri s stroboskopom, kotno hitrost precesije ω_p pa s štoparico, tako da meriš čas enega precesijskega obrata. (Podatki: masa uteži, ki povzroča navor, $m = 150$ g, ročica $d = (188 \pm 1)$ mm.)

Vztrajnostni moment J določi z merjenjem kotnega pospeška pri vrtenju z znanim navorom.

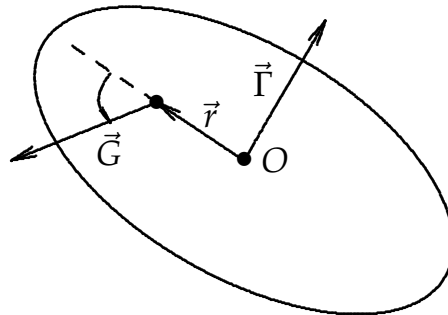
V tem delu vaje gred učvrsti s prižemo, okoli valja ob krožni plošči navij vrvico in napelji preko škripca na robu mize. Na prosto krajišče obesi utež z maso m' , tako da se začne plošča enakomerno pospešeno vrteti s kotnim pospeškom $\alpha = M'/J = m'(g - a)r/J$, pri čemer je r polmer valja, okoli katerega je navita vrvica. Kotni pospešek α je povezan s pospeškom a , s katerim se spušča utež, kot $a = r\alpha$. Pospešek a določimo tako, da izmerimo višino h , za katero se utež spusti v času t , merjenim od začetka gibanja uteži: $a = 2h/t^2$. Iskani vztrajnostni moment je potem enak

$$J = \frac{m'(g - a)r}{\alpha} = m'r^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (20)$$

Podobno kot ima masna točka z maso m pri premem gibanju gibalno količino $\vec{G} = m\vec{v}$, ima krožeča masna točka **vrtilno količino**:

$$\vec{I} = \vec{r} \times \vec{G} = \vec{r} \times m\vec{v} = m r^2 \omega \vec{e}_r \times \vec{e}_v = J \omega \vec{e}_z. \quad (21)$$

Pri kroženju deluje na masno točko navor $\vec{M} = J(d\omega/dt)\vec{e}_z = d\vec{I}/dt$. Tako izrazimo navor $\vec{M}$ z vektorskim produktom radij vektorja $\vec{r}$ in sile $\vec{F}$ in vrtilno količino $\vec{I}$ z vektorskim produktom radij vektorja $\vec{r}$ gibalne količine $\vec{G}$.



Slika 10: Zveza med gibalno in vrtilno količino.

če na točkasto telo z maso m , ki kroži okrog stalne osi na razdalji r od osi, deluje sila $\vec{F}$, deluje na masno točko tudi **navor**

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (22)$$

Vektor navora stoji pravokotno na ravnino kroženja v smeri enotskega vektorja $\vec{e}_z$, to je v smeri gibanja desnega vijaka. Navor je *vektorski produkt* radij vektorja in sile. Velikost navora izračunamo tako, da produkt sile F in razdalje r pomnožimo s sinusom kota med vektorjem sile $\vec{F}$ in vektorjem $\vec{r}$: $M = r F \sin\theta(\vec{r}, \vec{F})$.

Najkrajša razdalja med premico, na kateri je sila, in osjo, je **ročica sile**: $r' = r \sin \vartheta(\vec{r}, \vec{F})$. Tako je navor produkt sile F in ročice r' : $M = r' F$.

Sila povzroči po Newtonovem zakonu pospešek, $\vec{F} = m \vec{a}$, navor pa kotni pospešek:

$$\vec{M} = \vec{r} \times m \vec{a} = \vec{r} \times m r \alpha \vec{e}_v = m r^2 \alpha \vec{e}_r \times \vec{e}_v = J \alpha \vec{e}_z, \quad (23)$$

kjer je $J = m r^2$ **vztrajnostni moment** masne točke. Temu bi lahko rekli Newtonov zakon za kroženje.

Merjenje pospeškov pri zagonu sistema z enakim navorom (isto maso m') v obeh položajih uteži (na mestu r_a in r_b) omogoča sestaviti razmerje pospeškov, ki je zaradi enačbe $J\alpha = M$ enako razmerju inverznih vrednosti vztrajnostnih momentov. To razmerje pa je enako razmerju krožnih frekvenc po en. 17:

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{\alpha_b}{\alpha_a}. \quad (24)$$

Enakost obeh kvocientov dokazuje veljavnost izreka o ohranitvi vrtilne količine, ko ob preskoku obeh vrtečih se valjastih teles iz enega v drugi položaj izostane zunanji navor.

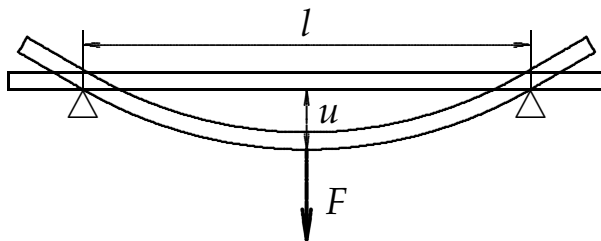
2 Elastomehanika in termodinamika

2.1 Upogib palice

Pri upogibu palice, vpete med dva nosilca v razmiku l (slika 11), se deli palice na notranji strani loka skrčijo, na zunanji pa raztegnejo. Velikost skrčka in raztega je odvisna od elastičnega modula E , geometrijskih razsežnosti palice in sile F , ki upogiba palico. Za odmik točke na sredini med nosilcema od prvotne lege lahko izpeljemo zvezo

$$u = \frac{Fl^3}{48EJ} \quad (25)$$

pri čemer je J odvisen od prečnega preseka palice. Za kvadraten profil velja $J = a^4/12$, pri čemer je a stranica kvadrata, za okrogel profil pa $J = \pi d^4/64$, d je premer palice.



Slika 11: Upogib palice

Potek Palico obremeni s predutežjo (200 g do 300 g) in merilno urico (skala je v stotinkah milimetra) nastavi na 0. Palico obremenjuj (in nato tudi razbremenjuj) z utežmi in odvisnost upogiba od sile vnosi v graf $u(F)$. Skozi izmerke potegni premico

$$u = kF, \quad k = \frac{l^3}{4Ea^4}. \quad (26)$$

in iz naklona izračunaj E .

2.2 Zasuk palice

Pri zasuku palice (slika 12b) so deli palice obremenjeni s strižno napetostjo. Strižna deformacija je prikazana na sliki 12a. Velikost deformacije meri kot ϑ :

$$\vartheta = \frac{1}{G} \tau, \quad \tau = \frac{F}{S}. \quad (27)$$

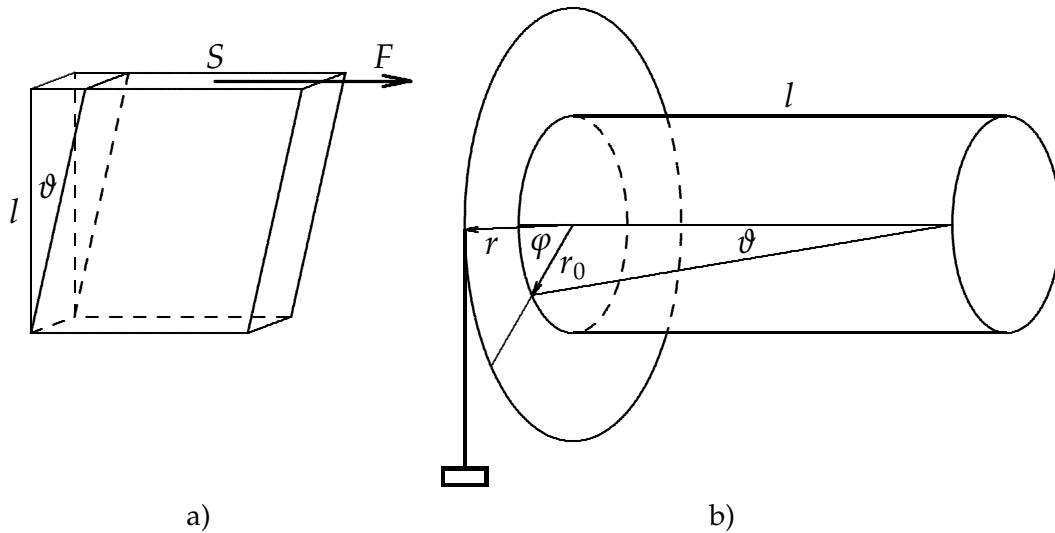
Tu je τ strižna napetost in G **strižni modul** snovi. Strižni modul je povezan s elastičnim modulom kot

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (28)$$

pri čemer je μ Poissonovo število. Pri obremenitvi palice na nateg je Poissonovo število določeno kot razmerje relativnega skrčka palice $\Delta a/a$ v prečni smeri in relativnega raztezka palice v vzdolžni smeri $\Delta l/l$:

$$\mu = \frac{\Delta a/a}{\Delta l/l} \quad (29)$$

in lahko zavzame vrednosti med 0 in 0,5.



Slika 12: Zasuk palice

Pri zasuku je palica obremenjena z navorom $M = rF$, r je razdalja od osi do prijemališča sile uteži. Za zasuk palice φ (glej sliko 12b) velja

$$\varphi = M \frac{2l}{G\pi r_0^4} = F \frac{2lr}{G\pi r_0^4}, \quad (30)$$

kjer je l dolžina palice med točkama, v katerih je palica vpeta, in r_0 polmer palice.

Potek Podobno kot pri upogibu palice meri odvisnost zasuka od sile in iz grafa $\varphi(F)$ določi naklon premice skozi izmerjene točke in od tod izračunaj G .

Iz izmerjenih G in E (E si izmeril pri prejšnji nalogi) izračunaj še Poissonovo število (29) za različne snovi (jeklo, medenina, aluminij ...).

2.3 Gay-Lussacov zakon

Za izobarne spremembe idealnega plina velja *Gay-Lussacova enačba*:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \quad \text{pri } p = \text{konst.} \quad (31)$$

Po logaritmiranju in diferenciranju dobimo $dV/V = dT/T$. Iz te zveze najdemo temperaturni razteznosti koeficient za pline:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{1}{V} \left(\frac{V}{T} \right) = \frac{1}{T}. \quad (32)$$

Enačbo (31) preverjamo z napravo na sliki 13. Merjenec je zrak z dolžino l , zaprt v cevi s presekom S z živosrebrnim stebričkom z dolžino h . Cev in termometer sta vtaknjena v posodo z vodo, ki jo segrevamo. Merjenec ima pri temperaturi T prostornino $V = Sl$ in tlak $p = p_0 + p_h$, kjer je p_0 zunanji zračni tlak in $p_h = \rho g h$. Med merjenjem se tlak ne spreminja. Enačbo (31) lahko zapišemo kot

$$\frac{Sl}{T} = \frac{Sl_0}{T_0} \quad \text{ali} \quad \frac{l}{T} = \frac{l_0}{T_0}, \quad (33)$$

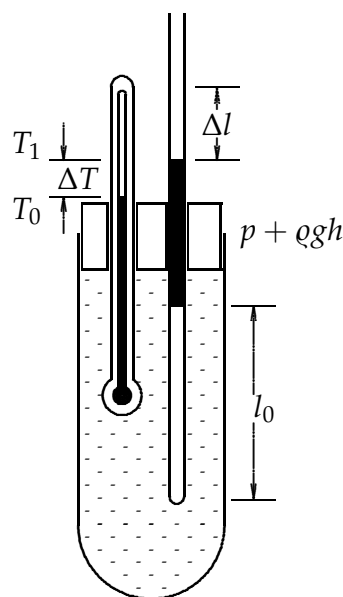
pri čemer je l_0 dolžina stolpca zraka pri začetni temperaturi T_0 .

Potek Pri segrevanju zapisuj temperature v korakih $\Delta T \approx 3 - 5$ K in meri dolžino stolpca l (ne pozabi prišteti l_0). Najprej preveri, če je razmerje l/T res konstantno, tako da narišeš graf $l(T)$ in skozi točke potegneš premico.

V tabeli pri vsaki spremembi temperature ΔT zapiši spremembo raztezka Δl in izračunaj temperaturni koeficient prostorninskega raztezka β pri tej temperaturi:

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T} \quad (34)$$

in ga primerjaj s teoretično vrednostjo $1/T$. Pri tem za l in T vzemi (srednjo) vrednost obeh količin v računanim intervalu.



Slika 13: Merjenje razteznosti plinov

2.4 Izoterma in adiabatna

Pri **izotermni spremembi** velja Boylova enačba ali *Boyllov izrek*: produkt tlaka idealnega plina in njegove prostornine se pri nespremenjeni temperaturi ohranja:

$$p V = p_o V_o \quad \text{pri } T = \text{konst.} \quad (35)$$

Iz te enačbe pridemo do enačbe za izotermno stisljivost plina, če enačbo najprej logaritmiramo: $\ln p + \ln V = \text{konst}$, nato pa še diferenciramo: $dp/p + dV/V = 0$. Od tod je **izotermna stisljivost**

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_T = \frac{1}{p}. \quad (36)$$

Indeks T pri $(dV/dp)_T$ pomeni, da odvajamo prostornino V po tlaku p pri stalni temperaturi.

Pri hitrih sprememba plin z okolico ne izmenja toplote. Sprememba je **adiabatna** in velja

$$p V^\kappa = p_o V_o^\kappa \quad \text{pri } Q = 0, \quad (37)$$

pri čemer je κ razmerje specifičnih toplot, $\kappa = c_p/c_V$, in je enako 5/3 za enoatomne in 7/5 za dvoatomne pline.

Koeficient κ izrazimo iz (37) tako, da enačbo logaritmiramo: $\ln p + \kappa \ln V = \ln(p_o V_o^\kappa) = \text{konst}$, oziroma:

$$\ln p = -\kappa \ln V + \text{konst.} \quad (38)$$

Če narišemo graf, pri katerem na absciso nanašamo $\ln V$, na ordinato pa $\ln p$, dobimo premico za naklonom $-\kappa$.

Opis postopka Eksperimentalna naprava je sestavljena iz valja, v katerem je zrak, in bata, povezanega s senzorjem, ki meri relativno prostornino plina. Relativna prostornina je razmerje med prostornino in največjo možno prostornino, ko je bat v zgornji legi. V valju je tudi senzor, ki meri tlak. Oba senzorja sta povezana z računalnikom, ki vrednosti obeh parametrov kaže na zaslonu.

Z ventilom uravnaj količino zraka v valju, tako da je pri zunanjem zračnem tlaku bat približno na sredi. Ventil zapri in bat dvigni v zgornji položaj, ko je tlak približno polovico zunanjega. Zabeleži vrednosti tlaka in relativne prostornine.

Pri **izotermni spremembi** začni bat počasi potiskati navzdol, tako da se v vsakem koraku relativna prostornina zmanjša za 0,05. Pri vsakem koraku počakaj, da tlak doseže konstantno vrednost, in zabeleži vrednosti tlaka in (relativne) prostornine. Postopek nadaljuj, dokler tlak ne doseže največje možne vrednosti, ki jo senzor še zmore izmeriti.

Določi stisljivost zraka χ pri različnih tlakih. Zvezo med tlakom in (relativno) prostornino prikaži grafično, tako da na ordinato nanašaš prostornino, na absciso pa *recipročni* tlak. Iz grafa določi razliko med dejansko in izmerjeno (relativno) prostornino (tj. odsek na ordinatni osi ΔV ; če premica seka ordinato pri negativnih vrednostih, je $\Delta V < 0$). Tako določeni popravek upoštevaj pri analizi adiabatne spremembe.

Pri **adiabatni spremembi** bat zelo hitro potisni navzdol. Računalnik prikaže odvisnost tlaka od prostornine in podatke shrani v tekstovno datoteko. Izmerke relativne prostornine popravi s popravkom, določenim pri izotermni spremembi $V = V_{\text{izmerjen}} - \Delta V$. (Pazi na predznak ΔV .) Nariši graf $\ln p(\ln V)$ in iz naklona določi κ .

2.5 Toplotna prevodnost

Toplota prehaja med dvema telesoma, ki imata različni temperaturi, če se telesi dotikata. Toplotni stik lahko naredimo s tretjim telesom, ki toploto prevaja. Kako prevaja, pa je odvisno od vrste telesa.

Prehajanje toplote opredelimo s **toplotnim tokom**, ki pove, koliko toplote preide skozi prevodno telo v časovni enoti,

$$P = \frac{dQ}{dt}. \quad (39)$$

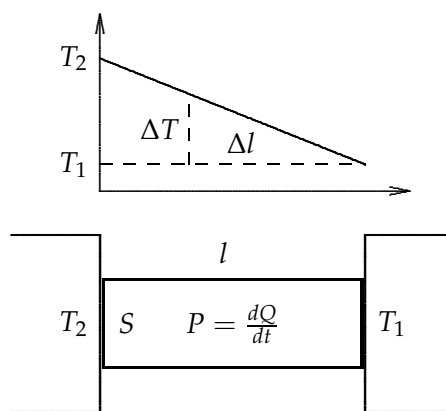
Če se toplota ne izgublja v okolico in če je vzpostavljeno stacionarno stanje, to je stanje, ko se razmere v prevodnem telesu s časom ne spreminjajo, je toplotni tok, ki vstopa v prevodno telo enak toplotnem toku, ki iz njega izstopa.

V stacionarnem stanju pričakujemo, da temperatura v prevodnem homogenem telesu paličaste oblike z dolžino l enakomerno narašča od mesta z nižjo temperaturo T_1 do mesta z višjo temperaturo T_2 (glej sliko 14). Tedaj določa **temperaturni gradient** dT/dl kar $(T_2 - T_1)/l$.

V palici teče toplotni tok

$$P = \lambda \frac{S(T_2 - T_1)}{l} \quad (40)$$

Tu je S presek, l pa dolžina palice; sorazmernostni koeficient λ imenujemo **koeficient toplotne prevodnosti** (z enoto: W/m^2K).



Slika 14: Prevajanje toplote v palici.

Poskus poteka tako, da eno krajišče kovinske palice vtaknemo v vrelo vodo s temperaturo $T_2 = 100^\circ C$, drugo krajišče pa v kalorimetrsko posodico, v kateri je na začetku taleči se led s temperaturo $T_1 = 0^\circ C$. Z digitalnim termometrom izmerimo temperature v luknjicah, ki so izvrtane v palici. Izmerimo tudi oddaljenosti luknjic (x) od gladine vrele vode in narišemo graf $T(x)$. Preverimo, če je temperaturni gradient konstanten, tj. če je odvisnost $T(x)$ res linearna.

Za določitev koeficienta λ moramo izmeriti še toplotni tok v palici. Počakamo, da se ves led v kalorimetrski posodici stali. Temperatura vode v posodici po tem narašča. Toplotni, ki prihaja v vodo po palici, izračunamo kot

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = mc_v \frac{\Delta T'}{\Delta t} \quad (41)$$

kjer je m masa vode, $\Delta T'$ temperaturna sprememba vode v času Δt in c_v specifična toplota

vode. Tako dobimo koeficient toplotne prevodnosti v odvisnosti od časa:

$$\lambda = \frac{mc_v \Delta T' l}{St(T_2 - \bar{T}_1)} . \quad (42)$$

Čas naj bo nekaj minut, tako da je sprememba temperature $\Delta T' = T_k - T_z$, vsaj nekaj stopinj. Pri tem je T_z začetna temperatura in T_k končna temperatura vode v kalorimetrski posodici. Za izračun temperaturnega gradienta vzemi razliko temperatur vrele vode $T_2 = 100^\circ\text{C}$ in povprečne temperature hladne vode $\bar{T}_1 = (T_z + T_k)/2$.

2.6 Specifična toplota železa

Postopamo tako, da segreto železo ($m_{\text{Fe}}, T_{\text{Fe}}$) spustimo v mrzlo vodo (m_v, T_v) v kalorimetru. Temperaturi se kmalu izenačita na zmesno temperaturo T . Tedaj je železo oddala toploto $Q_{\rightarrow} = m_{\text{Fe}}\bar{c}(T_{\text{Fe}} - T)$, ki sta jo sprejela voda in kalorimeter: $Q_{\leftarrow} = (m_v c_v + C_k)(T - T_v)$. Ker je $Q_{\rightarrow}$ enaka $Q_{\leftarrow}$, velja

$$\bar{c} = \frac{(m_v c_v + C_k)(T - T_v)}{m_{\text{Fe}}(T_{\text{Fe}} - T)}. \quad (43)$$

Po tej metodi lahko merimo in računamo specifično toploto trdnin in kapljev, ki z vodo ne reagirajo in ko ne pride do faznih sprememb.

Kalorimeter je posoda, kjer naj bi bil sistem izoliran od okolice. Pri tem poskušamo uresničiti zahtevo, da ni prehajanja toplote iz sistema v okolico ali obratno ali pa je takšno prehajanje neznatno. Kalorimeter je lahko izoliran z brezzračno plastjo (termovka) ali s plastjo iz dobrega toplotnega izolatorja (npr. s stiroporom). Laboratorijska izvedba kalorimetra pa ima tudi tekočinsko plast, katere temperaturo skrbno nadzorujemo.

Postopek V kalorimeter vlij npr. okrog 200 g vode (m_v) in ji izmeri temperaturo T_v . Z grelnikom segrevaj vodo skupaj z epruveto z železnimi opilki do vrelišča. Ko oceniš, da se je temperatura opilkov T_{Fe} ustalila blizu 100 °C, jo izmeri, opilke pa hitro in previdno stresi v kalorimeter. Določi zmesno temperaturo T_z . Izračunaj specifično toploto železa in upoštevaj toplotno kapaciteto kalorimetra po enačbi (43)

Toplotno kapaciteto kalorimetra določimo tako, da najprej v kalorimeter zlijemo toplo vodo in počakamo, da se temperatura vode v kalorimetru ustali. V drug kalorimeter zlijemo mrzlo vodo z maso m in počakamo, da se temperatura ustali. Mrzlo vodo zlijemo v segreti kalorimeter in ponovno počakamo, da se temperatura ustali. Segreti kalorimeter preda toploto vodi: $C_k(T_k - T_z) = mc_v(T_z - T_v)$ in od tod dobimo

$$C_k = \frac{mc_v(T_z - T_v)}{T_k - T_z}, \quad (44)$$

pri čemer smo s T_k označili začetno temperaturo kalorimetra, s T_v začetno temperaturo mrzle vode in s T_z končno temperaturo.

2.7 Specifična talilna toplota ledu

Toplota, ki jo potrebuje kilogram ledu pri 0° , da se stali, se imenuje **specifična talilna toplota** (ledu). Postopamo takole: v kalorimeter z vročo vodo (m_v , T_v) spustimo kos ledu. Njegova temperatura T_l naj bo blizu 0°C . (Če je za kakšno stopinjo nižja, se pri eksperimentu ne bo bistveno poznalo.) Izmerimo zmesno temperaturo T in na koncu tudi skupno maso vode m . Razlika mas je masa ledu $m_l = m - m_v$. Toplota, ki sta jo oddala vroča voda in kalorimeter $Q_{\rightarrow} = (m_v c_v + C_k)(T_v - T)$, je enaka toploti, ki jo prejme led za taljenje in nastala voda, da se segreje do zmesne temperature: $Q_{\leftarrow} = m_l(q_t + c_v(T - T_o))$. Pri tem je T_o temperatura ledeno mrzle vode (0°C). Tako je specifična talilna toplota

$$q_t = \frac{(m_v c_v + C_k)(T_v - T) - m_l c_v(T - T_o)}{m_l}. \quad (45)$$

Tudi v tem primeru štejemo, da je toplotna kapaciteta kalorimetra znana količina.

Stehtaj približno 300 g vode in jo segrej do približno 50°C ter nalij v kalorimeter. Izmeri temperaturo vode. Iz posode z ledom od vzemi kose ledu, ki so se že začeli taliti. S pivnikom odstrani vodo z ledu. Kose ledu vrzi v vodo in zasleduj časovni potek temperature in določi zmesno temperaturo. Stehtaj skupno maso, da določiš maso ledu. Pri izračunu specifične talilne toplote ledu upoštevaj toplotno kapaciteto kalorimetra.

Toplotno kapaciteto kalorimetra določimo tako kot pri nalogi *Specifična toplota železa*.

2.8 Specifična izparilna toplota vode

Specifično izparilno toploto izmerimo tako, da merimo električno delo z joulemetrom in množino izparele na vrelišče segrete vode. Najbolje je, da uporabimo kar električno tehniko, s katero odčitavamo primanjkljaj mase vode, ki izpari.

Izparilno toploto vode izmerimo tako, da vreli vodi (z maso okrog 250 g) dovajamo električno delo, ki ga izmerimo z joulemetrom (ali wattmetrom in štoparico). S tehtanjem izparele vode (razlike mas vode pred izparevanjem m_1 in na koncu poskusa m_2) lahko izračunamo specifično izparilno toploto vode: $q_i = A_e / (m_1 - m_2)$. Če je na voljo elektronska tehtnica, ta tekoče odmerja maso izparele vode. Izparevanje naj traja največ 10 minut.

2.9 Joulov poskus

Joulovo vreteno Joulov poskus nas prepriča, da lahko neposredno z mehaničnim delom spreminjamo notranjo energijo sistema. Potrebujemo Joulovo vreteno s termometrom. Z vrtenjem vretena lahko dosežemo, da na vrvi obešena utež z maso m_u lebdi na istem mestu.

Zasukajmo vreteno N -krat. Tedaj opravimo delo $A = M \varphi$, kjer je kot, za katerega se zasučje vreteno, enak $2\pi N$. Ročica sile r je radij vretena. Delo

$$A = m_u g r 2\pi N \quad (46)$$

se porabi za spremembo notranje energije sistema (vretena z maso m , ki se greje), $\Delta W_n = mc \Delta T$, del pa gre v okolico v obliki toplote. Izračunajmo, kolikšen del dela se je pretvoril v notranjo energijo:

$$\eta = \frac{\Delta W_n}{A} = \frac{mc\Delta T}{2\pi N m_u g r}. \quad (47)$$

Postopek Vpni na mizo Joulovo vreteno, vanj vstavi termometer in na vrv pripni pet kilogramsko utež. Vreteno suči s primerno hitrostjo, da utež lebdi nad tlemi. Izmeri temperaturo vretena na začetku in po 100 vrtljajih, stehtaj vreteno, izmeri premer vretena, in izračunaj razmerje (47). Specifična toplota medenine je $c = 377 \text{ J/kgK}$.

Šibre V valj vsuj znano maso $m = 0,40 \text{ kg}$ šiber, ki si jim izmeril začetno temperaturo. Izmeri dolžino papirnate cevi. Cev obrni, npr. 100 krat, stresi šibre v papirnati kozarček in ponovno izmeri temperaturo.

S prevračanjem šiber v papirnati cevi opravimo delo, ko dvignemo šibre za dolžino cevi h . Mehansko delo A_m lahko izrazimo s pridobljeno potencialno energijo šiber $\Delta W_p = m g \Delta h N$, če smo napravili N prekucev. Po N padcih na dno se to delo pretvori v notranjo energijo $\Delta W_n = mc\Delta T$. Vendar je pridelek notranje energije manjši kot je vložek mehanskega dela. Zato je tudi v tem primeru smiselno izračunati izkoristek našega početja $\eta = \Delta W_n / A_m = c\Delta T / g\Delta h N$. Specifična toplota svinca je $c = 130 \text{ J/kgK}$.

3 Električna: frontalno

3.1 Notranji upor

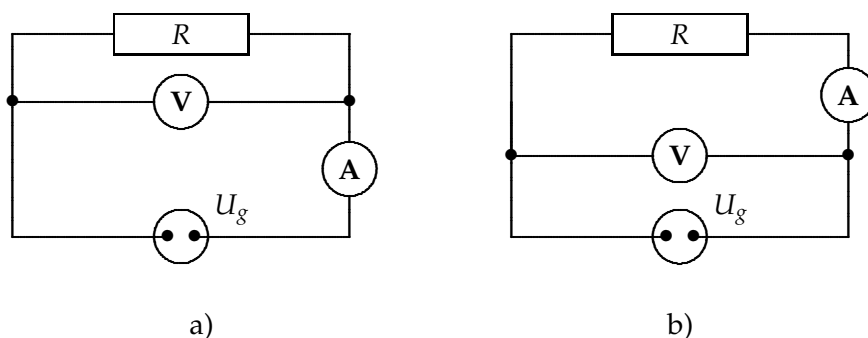
Notranji upor voltmetra in ampermetra Pri merjenju napetosti in toka na porabniku v vezju na sliki 15a potrebujemo voltmetr s kar največjim uporom, da teče skozenj zanemarljivo majhen tok, in ampermetr s kar se da majhnim uporom, da je na njem zanemarljivo majhna napetost. To je v splošnem prevelika idealizacija. V praksi – na primer pri merjenju upora – raje izberemo vezje, ki je prirejeno danim okoliščinam in gornji zahtevi glede instrumentov bistveno omili.

Analiza vezja s slike 15a kaže, da moramo upoštevati v računu upora tok I_A , ki ga kaže ampermetr, zmanjšan za tok skozi voltmetr $I_V = U_V / R_V$. Zato velja

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V} = \frac{R'}{1 - R' / R_V}, \quad (48)$$

kjer je napetost na uporu U enaka napetosti, ki jo kaže voltmetr U_V . Z $R' = U_V / I_A$ smo označili vrednost upora, ki bi ga izračunali brez upoštevavanja notranjega upora instrumenta. Pri tej vezavi moramo upoštevati upor voltmetra R_V , razen v primeru, ko je $R_V \gg R'$ (tedaj je tudi $R_V \gg R$) in lahko tok skozi voltmetr zanemarimo. Tedaj je

$$R = R' = \frac{U_V}{I_A}. \quad (49)$$



Slika 15: Vezava voltmetra in ampermetra pri merjenju napetosti in toka na porabniku.

Podobno analizo lahko naredimo za vezje s slike 15b. V enačbi za izračun upora R je sedaj tok I že tisti tok, ki ga kaže ampermetr I_A . Napetost na uporu U pa je napetost na voltmetru U_V , zmanjšana za napetost na ampermetru $U_A = R_A I_A$,

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_V - R_A I_A}{I_A} = R' - R_A \quad (50)$$

in pri pogoju $R_A \ll R$:

$$R = R' = \frac{U_V}{I_A}. \quad (51)$$

Potek meritve Zveži električni krog po shemi s slike 15 in vstavi vanj najprej $R = 100 \text{ k}\Omega$ in nato $R = 2 \text{ k}\Omega$. Iz vsake dvojice meritev napetost-tok določi po Ohmovem zakonu vrednost upora in nato popravljene vrednosti, ko upošteváš upore obeh instrumentov. V tabelo vnesi vse izračunane vrednosti in velikost popravkov pri obeh primerih.

Notranji upor vira Napetost vira, skozi katerega ne teče tok, je *gonilna napetost*. V električnih krogih pogosto predpostavljamo, da je napetost vira neodvisna od tega, kolikšen tok teče po krogu. V resnici pa se napetostnim virom napetost zmanjša, ko skozi njega teče tok, kar je zlasti opazno, če teče skozi vir večji tok. Vzrok za to je njihov notranji upor R_n . Napetost na priključkih vira U , ki jo lahko izmerimo, je gonilna napetost, zmanjšana za napetost na **notranjem uporu** R_n :

$$U = U_g - R_n I. \quad (52)$$

Odvisnost napetosti od toka ponazorimo s premico z naklonom $-R_n$, ki seka ordinatno os v točki U_g .

Za moč, ki se troši na porabniku, velja $P = UI$. Izrazimo I iz enačbe (52) in dobimo

$$P = UI = \frac{1}{R_n} U(U_g - U). \quad (53)$$

Iz pogoja za ekstrem $dP/dU = (U_g - 2U)/R_n = 0$ sledi, da je moč na porabniku največja, ko je $U = \frac{1}{2}U_g$, in enaka $P_{\max} = U_g^2/4R_n$. Odvisnost $P(U)$ v enačbi (53) ponazorimo s parabolo, ki ima teme v točki $U = \frac{1}{2}U_g$ in seka abscisno os v točkah $U = 0$ in $U = U_g$.

Potek meritve Notranji upor in gonilno napetost izmeri tako, da pri različnih obremenitvah vira meriš napetost in tok (shema za vezavo je na sliki 15a). Meritve vnesi v graf $U(I)$ in iz naklona premice skozi točke odčitaj notranji upor, iz presečišča z ordinato pa gonilno napetost.

Pri vsaki meritvi napetosti in toka izračunaj še moč, ki se troši na uporniku, in jo vnesi v graf $P(U)$. Za primerjavo nariši še teoretično odvisnost (parabolo) (53).

3.2 Električno polje

Gaussov zakon Za vsako poljubno oblikovano ploskev velja *Gaussov zakon*:

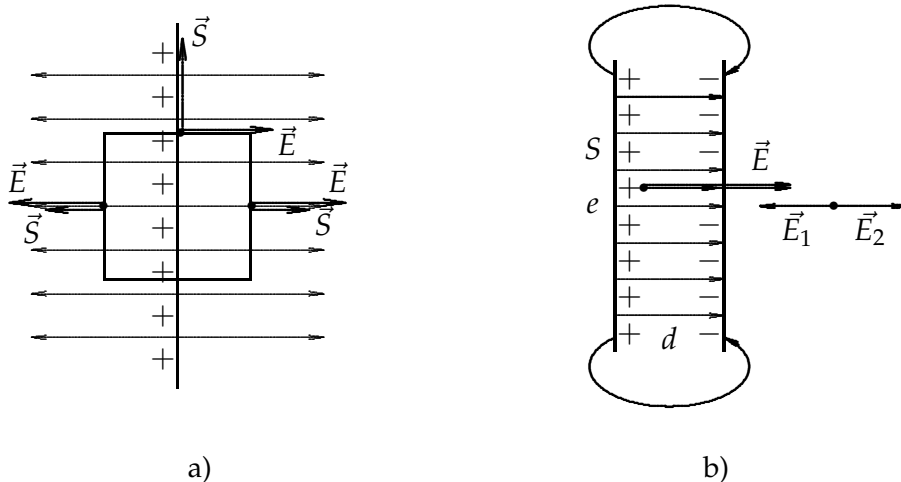
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{e}{\epsilon_0}, \quad (54)$$

pri čemer je e naboj znotraj ploskve. Uporabimo ga za računanje jakosti električnega polja neskončno velike ravne ploskve, po kateri je naboj enakomerno porazdeljen. Znana naj bo **ploskovna gostota naboja** $\sigma = e/S$, ki pove, koliko naboja je na ploskovni enoti. Iz simetrije problema pri enakomerno porazdeljenem naboju sklepamo, da je polje okrog ploskve homogeno in pri prehodu plošče samo menja predznak oz. smer.

Najprej izberemo *Gaussovo ploskev* (glej sliko 16a), ki naj bo v tem primeru pokončna prizma z osnovnima ploskvama, vzporednima z ravnino z nabojem. Pri tem integral $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ razpade v tri ploskovne integrale: integrala po osnovnih ploskvah in integral po plašču. Integral $\int \vec{E} \cdot d\vec{S}$ po plašču prizme je nič, saj je normala na to ploskev pravokotna na vektor polja $\vec{E}$, integrala po osnovnih ploskvah pa sta 2 krat $E S$ (glej sliko 16a). Iz Gaussovega zakona (54) sledi

$$E = \frac{e}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (55)$$

Iz enačbe razberemo, da je jakost električnega polja odvisna le od gostote naboje.



Slika 16: a) Gaussova ploskev, b) polje kondenzatorja.

Na podlagi tega lahko izračunamo tudi jakost električnega polja med dvema vzporednima neskončno velikima ploskvama s konstantno ploskovno gostoto naboja nasprotnih predznakov na obeh ploskvah (slika 16b). Polje med ploščama sestavljata prispevka obeh plošč $E_1 + E_2 = e/2\epsilon_0 S + e/2\epsilon_0 S$ ali

$$E = \frac{e}{\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (56)$$

Zunaj obeh plosč se prispevka izničita. Polja ni. Enačba velja tudi, če plošči nista neskončno veliki, če je le majhna razdalja med ploščama v primerjavi z dimenzijami plošč in v točkah ne prav blizu robov. Tedaj pomeni e celoten naboj na eni plošči, S pa velikost plošče. Takšen par plošč imenujemo ploščati **kondenzator**.

Zapišimo napetost med ploščama. Ker je polje med ploščama homogeno, da integriranje jakosti električnega polja po poti med ploščama v razdalji d

$$U = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = E d, \quad (57)$$

če je za četrta točka na negativni, končna pa na pozitivni plošči. S kombiniranjem te enačbe in enačbe (56) najdemo odvisnost naboja e od napetosti U na kondenzatorju

$$e = \frac{\epsilon_0 S}{d} U = C U. \quad (58)$$

Sorazmernostna konstanta je **kapaciteta** kondenzatorja

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (59)$$

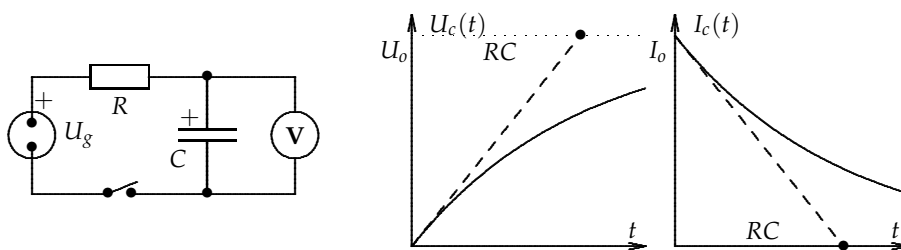
Potek meritve Pri merjenju naboja v odvisnosti od napetosti na kondenzatorju poskrbi, da ne pride napetost, s katero napajamo kondenzator, direktno na vhod merilnika. Zato z eno žico za hip pritisni na kondenzator napetost npr. 30 V, z drugo žico sprazni kondenzator prek merilnika in odčitaj naboj. Na enak način opravi še drugo meritev, pri kateri ugotovi odvisnost naboja na kondenzatorskih ploščah od razdalje med njima pri izbrani napetosti (npr. 30 V).

Polnjenje in praznjenje kondenzatorja Če kondenzator s kapaciteto C priključimo na vir napetosti U_g prek upornika R (glej sliko 17a), teče najprej velik tok, nato pa vse manjši. Z napetostjo na kondenzatorju pa je prav obratno, s časom se ta povečuje in doseže napetost vira. Časovni potek toka in napetosti dobimo iz enačbe, ki pove, da je skupna napetost vira U_g enaka vsoti napetosti na upor in kondenzatorju:

$$U_g = U_R(t) + U_C(t) = R I(t) + \frac{e(t)}{C}. \quad (60)$$

Če enačbo odvajamo po času in upoštevamo, da je električni tok v časovni enoti pretečeni naboj, $I = de/dt$, dobimo $dI/dt + I/RC = 0$ ali

$$\frac{dI}{I} = -\frac{dt}{RC}. \quad (61)$$



Slika 17: a) Vezje pri polnjenju kondenzatorja. b) Grafa $U(t)$ in $I(t)$.

Po integraciji leve strani te enačbe od I_0 do I in desne strani v časovnem intervalu od 0 do t dobimo $\ln(I/I_0) = -t/RC$, kar lahko preuredimo v

$$I(t) = I_0 e^{-t/RC}. \quad (62)$$

Tok v kondenzatorju pojema eksponentno (slika 17b). Hitrost pojemanja je odvisna od **časovne konstante** RC . Čim večji je ta produkt, tem daljši je čas, v katerem tok pade e -krat (osnova naravnih logaritmov $e = 2,71 \dots$, ne zamenjaj z nabojem e !).

Napetost na kondenzatorju s časom postopno narašča: iz enačbe (60) in z upoštevanjem zveze $RI_0 = U_g$ namreč dobimo

$$U_C(t) = U_g - U_R = U_g - I(t)R = U_g(1 - e^{-t/RC}). \quad (63)$$

Podobno obravnavamo tudi **praznjenje kondenzatorja** skozi upornik. V tem primeru v enačbi (60) ni napetosti U_g , odvod enačbe je enak, kot v prejšnjem primeru, to je enačba (61). Rešitev te enačbe je enačba (62). Tudi v tem primeru se tok s časom eksponentno zmanjšuje. Na enak način se zmanjšujeta tudi obe napetosti, napetost na

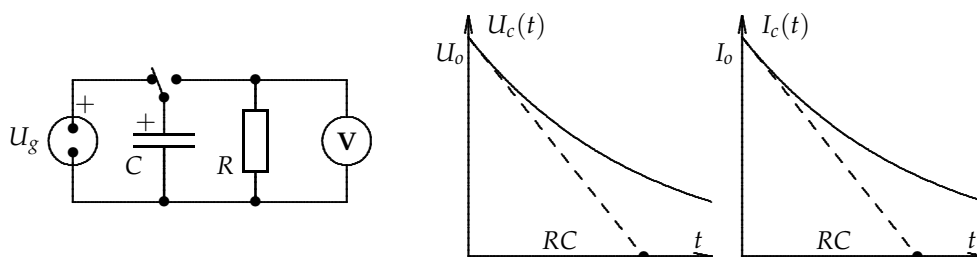
uporniku je $U_R(t) = -R I(t) = -R I_0 e^{-t/RC}$ (tok teče v obratni smeri kot pri polnjenju) in na kondenzatorju je $U_C(t) = -U_R(t)$ ali

$$U_C(t) = U_g e^{-t/RC}. \quad (64)$$

O poteku praznjenja odloča produkt RC , to je časovna konstanta, ki smo jo uvedli pri polnjenju. Časovni odvod napetosti pri $t = 0$ je enak

$$\frac{dU(0)}{dt} = -\frac{U_0}{RC}. \quad (65)$$

To pomeni, da tangenta na eksponentno krivuljo v točki $t = 0$ seka abscisno os pri $t = RC$. Tako lahko iz grafa približno odčitamo časovno konstanto.



Slika 18: a) Vezje pri praznjenju kondenzatorja. b) Časovni grafi $U(t)$ in $I(t)$.

Zvezo (63) preuredimo $U_g - U_C(t) = U_g e^{-t/RC}$ in logaritmiramo

$$\ln(U_g - U_C(t)) = -\frac{1}{RC} t + \ln U_g, \quad (66)$$

ter podobno enačbo (64):

$$\ln U_C(t) = -\frac{1}{RC} t + \ln U_g. \quad (67)$$

Ugotovimo, da obe enačbi predstavljata premico z naklonom $-1/RC$. Pri natančnejšem določanju časovne konstante meritve napetosti na kondenzatorju vnesemo v graf, pri katerem na absciso nanašamo čas, na ordinato pa v primeru polnjenja kondenzatorja $\ln(U_g - U_C(t))$, v primeru praznjenja pa $\ln U_C(t)$.

Potek meritve Kondenzator in uporovno dekada priključi na napetostni vir po shemi s slike 17a. Izberi takšno kombinacijo RC , da lahko zasleduješ polnjenje s štoparico in iz podatkov narišeš časovni graf $\ln(U_g - U_C(t))$ ter določiš časovno konstanto. Spremeni vezavo po shemi s slike 18a in na podoben način meri praznjenje kondenzatorja.

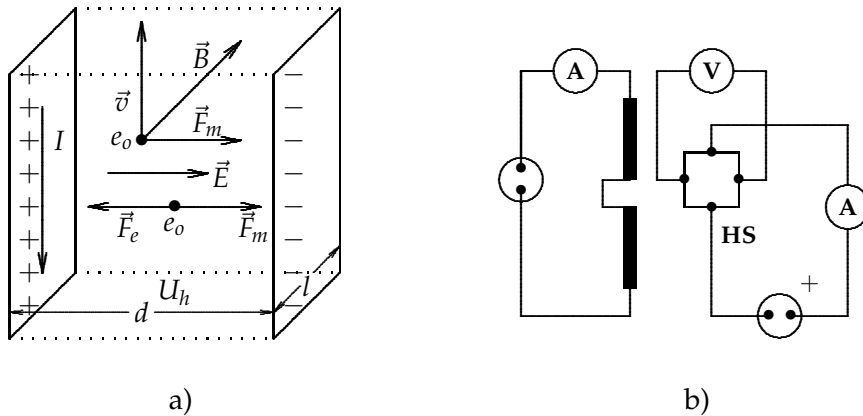
3.3 Magnetno polje

Hallova sonda Hallova sonda je vodnik (polprevodnik), v katerem je električni tok. Ko vstavimo sondo v magnetno polje tako, da stoji Hallov vodnik pravokotno na magnetno polje (glej sliko 19a), deluje na nosilce električnega toka (elektrone) magnetna sila, ki jih izriva na rob vodnika. Sila, ki deluje na elektron z nabojem $-e_0$, je $\vec{F}_m = -e_0 \vec{v} \times \vec{B}$, kjer za hitrost vzamemo kar povprečno hitrost elektronov v kovini, ki jo določa električni tok. Na robu zbrani elektroni s predznakom minus in primanjkljaj elektronov na drugem robu s predznakom + s svojim električnim poljem v prečni smeri na smer električnega toka preprečujejo prečno gibanje elektronov. To gibanje preneha, ko se vzpostavi ravnovesje med električno silo $-e_0 \vec{E}$ in magnetno silo $-e_0 \vec{v} \times \vec{B}$. Tako dobimo zvezo $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$.

Nasprotnoimenski naboji, zbrani na nasprotnih ploskvah ob robu vodnika v razdalji d , spominjajo na razmere v kondenzatorju. Napetost med ploskvama imenujemo **Hallova napetost** in je enaka $U_H = E d = v d B$, ki se da izmeriti. Hitrost elektronov lahko izrazimo s tokom $I = e_0 n_e v S$, kjer je $S = l d$ presek vodnika, n_e pa gostota elektronov. Tako je **Hallova napetost**

$$U_H = \frac{I B}{e_0 n_e l} = K_H I B. \quad (68)$$

V enačbi je $K_H = 1/e_0 n_e l$ **konstanta Hallove sonde**, ki jo lahko določimo eksperimentalno, tako da sondo umerimo z znanim magnetnim poljem.



Slika 19: a) Hallov pojav, b) Hallova sonda in tuljava z režo.

Potek meritve Po sliki 19b priključi Hallovo sondo na vir stabilizirane enosmerne napetosti. Dve enaki tuljavi, med katerima je reža, veži zaporedno. Tok skozi njiju lahko spreminjaš. Podatki o tuljavi so zapisani na tuljavi, z njimi in z izmerjenim tokom izračunaj gostoto magnetnega polja. Magnetno polje na sredini reže je enako

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I}{\sqrt{I_1^2 + R^2}}, \quad (69)$$

pri čemer je N_1 število ovojev in l_1 dolžina ene tuljave. Izmeri še polmer R navitja na tuljavi.

Spreminjaj magnetno polje pri stalnem Hallovem toku 25 mA, nato pri najmočnejšem polju v tuljavi spremeni Hallov tok in izmeri Hallovo napetost. Iz naklona premice v grafu $U_h(B)$ in enačbe (68) izračunaj konstanto Hallove sonde.

Z umerjeno sondo izmeri tudi krajevno odvisnost gostote magnetnega polja v bližini tuljave, trajnih magnetov in feromagnetne ploščice.

Indukcijski zakon Če skozi zanko spreminjamo gostoto magnetnega polja tako, da je odvod $d\vec{B}/dt$ različen od nič, se v zanki inducira napetost. Tako zapišemo *indukcijski zakon*:

$$U_i = -\frac{d}{dt} (\vec{S} \cdot \vec{B}) = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (70)$$

Če se magnetni pretok $\Phi_m = \vec{S} \cdot \vec{B}$ skozi zanko spreminja, bodisi zaradi spreminjanja gostote magnetnega polja, bodisi zaradi spreminjanja velikosti zanke ali orientacije zanke glede na gostoto magnetnega polja, se v zanki inducira napetost. Pove, da je inducirana napetost tem večja, čim večja je hitrost te spremembe.

Merjenje B z galvanometrom Indukcijski zakon $U_i = -d\Phi_m/dt$ lahko zapišemo tudi v integralni obliki:

$$\int U_i dt = -\Delta\Phi_m. \quad (71)$$

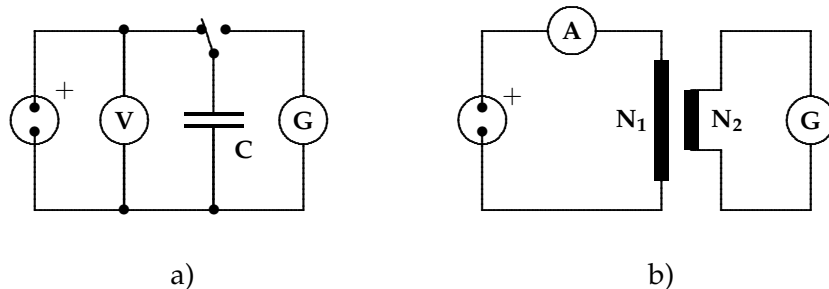
Če se spremeni magnetni pretok skozi zanko za $\Delta\Phi_m$, se v zanki inducira napetostni sunek $\int U_i dt$

Pri poskusu imamo na skupnem jedru dve tuljavi. V prvi tuljavi ustvarja tok I_1 magnetno polje B_1 tako, da je drugi tuljavi (število navojev N_2 , presek S_2) magnetni pretok $\Phi_m = N_2 S_2 B_1$. Prekinimo tok v prvi tuljavi! Tedaj se v drugi tuljavi inducira *napetostni sunek*, ki ga določa enačba (71). Če izrazimo napetost po Ohmovem zakonu s tokom, dobimo *tokovni sunek* $\int I_i dt$, ki predstavlja inducirani naboj e , ki steče v drugi tuljavi (če je seveda tokokrog sklenjen): $\int U_i dt = R \int I_i dt = R e$. Desna stran enačbe (71) je sprememba magnetnega pretoka, to je razlika med končnim magnetnim pretokom Φ_k in prvotnim magnetnim pretokom Φ_z : $\Delta\Phi_m = N_2 S_2 B_1$, saj je $\Phi_k = 0$. Če to povežemo, najdemo enačbo za gostoto magnetnega polja

$$B_1 = \frac{R e}{N_2 S}. \quad (72)$$

Inducira naboj v drugi tuljavi merimo z galvanometrom, ki ga moramo z znanim nabojem umeriti.

Potek meritve Galvanometer najprej umeri z znanim nabojem, ki ga dobiš s praznjenjem kondenzatorja s kapaciteto C , priključenega na napetost U (slika 20b). Naboj na kondenzatorju je odvisen od napetosti na kondenzatorju in kapacitete kondenzatorja,



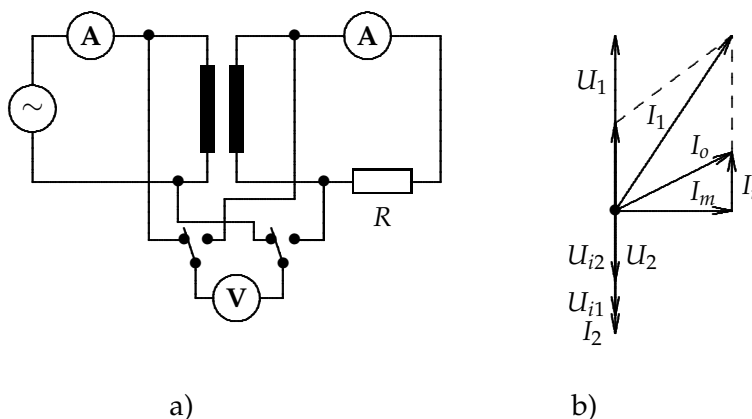
Slika 20: a) Umerjanje galvanometra z znanim nabojem, b) merjenje inducirane naboja.

$e = CU$. Nariši umeritveno krivuljo galvanometra, to je graf odvisnosti $e(\varphi)$, kjer je φ odčitek na galvanometru (kar v delcih).

S tako umerjenim galvanometrom izmeri tudi naboj, ki steče skozi galvanometer ob prekinitvi sklenjenega železnega jedra, v katerem je remanentni magnetizem kot ostanek prej ustvarjenega magnetnega polja (glej sliko 20b). Tokovni sunek (naboj) preberi na galvanometru kot število delcev, naboj pa ugotovi iz umeritvene krivulje. Za upor v krogu moramo upoštevati upor tuljave in galvanometra.

Z umerjenim galvanometrom za merjenje inducirane naboja lahko izmerimo tudi gostoto magnetnega polja v prvi tuljavi, ko prekinemo v njej tok in se v manjši tuljavi inducira napetostni sunek.

Transformator Dvoje tuljav, nasajenih na feromagnetno jedro (slika 21a), sestavlja *transformator*. Na primarno tuljavo priključimo vir izmenične napetosti. V sekundarni tuljavi se zaradi spremembe magnetnega polja v jedru inducira napetost, ki je tudi izmenična. Zaradi lastne indukcije se pojavi napetost tudi v primarni tuljavi. Najprej naj bo sekundarna tuljava nesklenjena. Tedaj teče v primarni tuljavi *magnetilni tok* I_m , ki prehiteva napetost za 90° . Teče še dodatni tok zaradi izgub v transformatorskem jedru. Označimo ga z I_i , ki pa je v fazi z napetostjo U_1 . Zato je *skupni tok* $I_o = \sqrt{I_m^2 + I_i^2}$ (glej sliko 21b).



Slika 21: a) Transformatorski tuljavi z jedrom. b) Kazalčni diagram tokov in napetosti.

Izračunajmo še obe inducirani napetosti. V sekundarni tuljavi se inducira napetost $U_{i2} = N_2 U_o$, pri čemer je N_2 število navojev te veje in U_o napetost, ki se inducira v enem navoju. Tolikšna napetost se inducira tudi v vsakem navoju primarne tuljave, zato je inducirana napetost na primarni strani $U_{i1} = N_1 U_o$. Ta napetost je enaka in nasprotna pritisnjeni napetosti na primarni tuljavi: $U_{i1} = -U_1$. Razmerje obeh napetosti predstavlja *transformatorsko enačbo za napetosti*,

$$\frac{U_{i2}}{U_{i1}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (73)$$

V enačbi smo inducirano napetost na sekundarni tuljavi U_{i2} zamenjali kar s simbolom U_2 , saj je to na tej tuljavi edina napetost (predznak smo opustili).

Transformator obremenimo s tem, da na sekundarno tuljavo priključimo upornik. V sekundarni tuljavi se pojavi tok I_2 . Moč, ki jo dovedemo primarni tuljavi, mora biti vsaj tolikšna, kot je moč, ki se troši na sekundarni strani. Če so izgube majhne (kar pa slabo velja za majhne transformatorje), je $P_1 = U_1 I_1' = P_2 = U_2 I_2$. To da *transformatorsko enačbo za tokove*:

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (74)$$

Kjer je več navojev, je manjši tok in večja napetost in obratno. (Gl. kazalčni diagram tokov in napetosti na sliki 21b).

Potek meritve Sestavi transformator z merilniki po shemi na sliki 21a, v kateri je napetostni vir izmeničen. Najprej izmeri obe napetosti in tok v primarni tuljavi I_0 pri neobremenjenem transformatorju. Preveri transformatorsko enačbo za napetosti. Nato na sekundarno tuljavo priključi upornik (npr. za $100\ \Omega$), izmeri obe napetosti in oba tokova I'_1 in I_2 . Tok I_1 , ki ga izračunaš iz transformatorske enačbe za tokove, se ne bo ujemal z izmerjenim tokom I'_1 . Zato ugotovi razliko med izmerjeno in izračunano vrednostjo. Upoštevati bi morali še fazne kote med tokovi v kazalčnem diagramu (I_m , I_o in I'_1), ker niso v fazi. Spreminjaj upor na izhodu in ugotovi, kako se spreminja z obremenitvijo tok v primarni in sekundarni tuljavi!

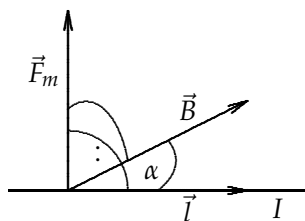
4 Električno in magnetno polje

4.1 Magnetna sila

Vzemimo vodnik dolžine l , po katerem teče tok I . Sila na raven vodnik, ki je v celoti v homogenem magnetnem polju, je

$$\vec{F}_m = I \vec{l} \times \vec{B}. \quad (75)$$

Pri tem smo dolžino vodnika, po katerem teče tok v izbrani smeri, zapisali kot vektorsko količino.



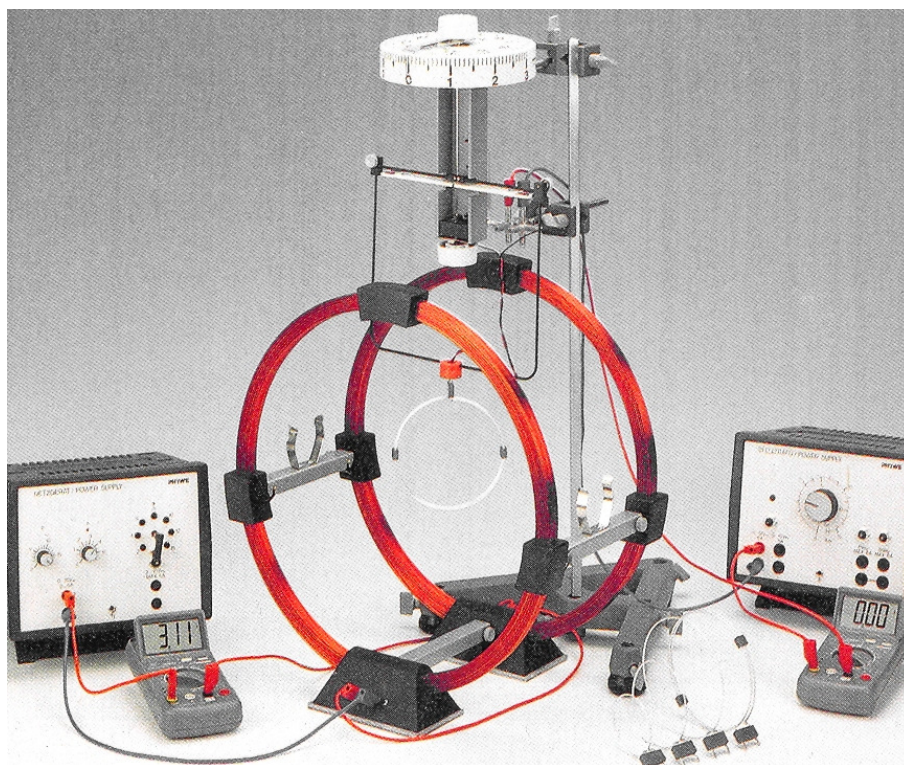
Slika 22: Sila na vodnik v magnetnem polju.

Potek meritve Pri poskusu je vodnik pravokoten na smer magnetnega polja, zato silo na vodnik zapišemo kot $F = IlB$, kjer je l dolžina vodnika. Vodnik deluje z nasprotno enako silo na magnet, ki stoji na tehtnici. Ko skozi vodnik ne teče tok, naravnoma tehtnico tako, da kaže 0. Ko skozi vodnik teče tok, odčitamo spremembe mase, ki jo kaže tehtnica, in od tod določimo velikost magnetne sile.

4.2 Magnetni navor

Navor na zanko v magnetnem polju zapišemo kot $M = ISB \sin \varphi$, pri čemer je I tok v zanki, S ploščina zanke, B gostota magnetnega polja in φ kot med vektorjem ploskve zanke in gostoto magnetnega polja.

Magnetno polje ustvarjata dve tuljavi. Magnetno polje kaže v smeri (skupne) osi tuljav. Za gostoto magnetnega polja v središču tuljave velja $B = kI'$, $k = 0,7 (1 \pm 0,05)$ mT/A, pri čemer je I' tok skozi tuljavi. Med tuljavi preko torzijske tehtnice obesimo kovinsko zanko, kot kaže slika 23, tako da središče zanke na sredini med tuljavama. Kot φ je v tem primeru enak kotu med osjo tuljav in simetralo zanke, pravokotne na zanko.



Slika 23: Navor na zanko v magnetnem polju.

Potek meritve Navor merimo s torzijsko tehtnico, na kateri odčitamo silo, ki je potrebna, da zanko zasučemo v prvotni položaj (ko v njej ni bilo toka). Za ročico pri računanju navora vzemi $r = 115,0 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$.

4.3 Indukcijski zakon

V časovno spremenljivem magnetnem polju se v tuljavi inducira napetost

$$U_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (76)$$

pri čemer je Φ_m magnetni pretok skozi tuljavo in N število ovojev v tuljavi.

Magnetni pretok skozi poljubno oblikovano ploskev $\vec{S}$ definiramo kot

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (77)$$

Če je ploskev ravna in po njej gostota magnetnega polja konstantna, se integral za magnetni pretok poenostavi: $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \alpha$, kjer je α kot med gostoto magnetnega polja $\vec{B}$ in normalo na ploskev $\vec{S}$. V tuljavi z N' navoji je magnetni pretok tolikokrat večji, kolikor zank ima tuljava, to je $N' B S$.

Pri poskusu magnetno polje ustvarimo s veliko tuljavo. Gostota magnetnega polja dolge ravne tuljave je

$$B = \frac{\mu_0 N' I}{l}. \quad (78)$$

Tu je N' število navojev velike tuljave in l njena dolžina. Tok v tuljavi se spreminja sinusno $I = I_0 \sin \omega t$. V tuljavo postavimo manjšo tuljavo s prečnim presekom S N ovoji. V njej se inducira napetost

$$U_i = -N S \frac{dB}{dt} = \frac{\mu_0 N N' S}{l} \frac{dI}{dt} = -\omega \frac{\mu_0 N N' S}{l} I_0 \cos \omega t. \quad (79)$$

Za efektivne vrednosti napetosti in toka velja

$$U = \omega \frac{\mu_0 N N' S}{l} I \equiv \omega M_{12} I. \quad (80)$$

Tu je M_{12} **medsebojna induktivnost** tuljav.

Potek meritve Veliko tuljavo preko ampermetra priključi na vir izmenične napetosti. V veliko tuljavo vstavlja male tuljave z različnimi prečnimi preseki in različnim številom ovojev in z voltmetrom meri inducirano napetost na njih.

Veliko tuljavo priključi še na funkcijski generator (sinusni signal). Spreminja frekvenco izmenične napetosti in meri inducirano napetost. Pri vsaki frekvenci zabeleži tudi efektivno vrednost toka v veliki tuljavi.

4.4 Energija električnega polja

Pri polnjenju kondenzatorja z nabojem opravlja napetostni vir električno delo. Ko napetostni vir iz negativne kondenzatorske plošče prenese naboj de' na pozitivno ploščo, je opravljeno delo $dA = U de'$. Celotno delo, ko se kondenzator nabije z nabojem e , je enako

$$A = \int_0^e U de' = \int_0^e \frac{e'}{C} de' = \frac{e^2}{2C}, \quad (81)$$

kjer smo v integral za napetost U vstavili e'/C . Integrali smo od vrednosti $e = 0$ do končnega naboja e , ki je na kondenzatorju. Kondenzatorju se je povečala energija za $A = \Delta W_c$. Energija W_c je električna energija kondenzatorja. V enačbi za energijo kondenzatorja lahko naboj e izrazimo s $C U$,

$$W_e = \frac{e^2}{2C} = \frac{C U^2}{2}. \quad (82)$$

Z upoštevanjem zveze $C = \epsilon_0 S/l$ in formule za prostornino kondenzatorja $V = Sl$, enačbo predelamo v obliko $W_e = \epsilon_0 E^2 V/2$. Govorimo o *energiji električnega polja* v kondenzatorju, ki je odvisna od jakosti električnega polja.

Pri praznjenju kondenzatorja teče skozi upornik tok

$$I = I_0 e^{-t/RC} = \frac{U_0}{R} e^{-t/RC}. \quad (83)$$

Delo, ki ga dobi upornik izračunamo tako, da integriramo moč na uporniku:

$$A = \int_0^\infty I^2 R dt = \frac{U_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{U_0^2}{R} \frac{RC}{2} = \frac{1}{2} C U_0^2, \quad (84)$$

kar predstavlja kar energijo kondenzatorja, nabitega na napetost U_0 .

Izračunajmo še delo, ki ga odda napetostni vir pri polnjenju kondenzatorja. V tem primeru je tok enak kot pri praznjenju: $I = (U_0/R) e^{-t/RC}$, pri računu moči, ki jo vir oddaja, pa moramo upoštevati, da je napetost na viru ves čas konstantna in enaka U_0 . Dobimo

$$A = \int_0^\infty U_0 I dt = \frac{U_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-t/RC} dt = \frac{U_0^2}{R} RC = C U_0^2. \quad (85)$$

Delo je dva krat večje od energije kondenzatorja. To pomeni, da se polovica dela potroši za segrevanje upornika.

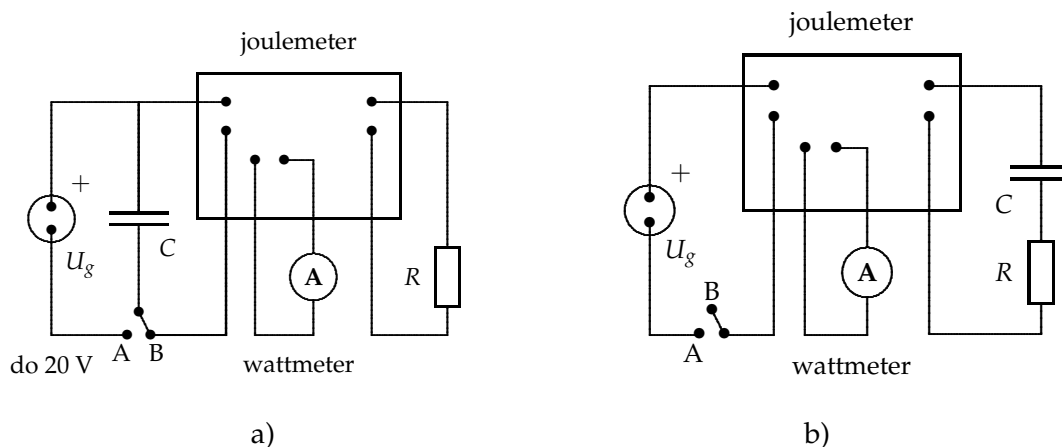
Potek meritve Joulemeter je naprava za merjenje električnega dela, ki ga opravi vir na priključenem uporniku na izhodu merilnika, ko ta potisne skozi upornik določen naboj.

Najprej sestavi vezje po shemi na sliki 24a. Ko je stikalo v položaju A, se kondenzator napolni na napetost vira. Napetost odčitamo na voltmetru (ni prikazan na sliki.) Nato stikalo preklapimo v položaj B, joulemeter meri delo, ki ga kondenzator odda uporniku

v izhodni veji; to delo je kar enako energiji kondenzatorja. Stikalo ponovno preklopimo v položaj A in ponovimo meritev pri drugi napetosti.

Za merjenje časovnega poteka moči pri praznjenju uporabimo ampermeter; ko je nastavljen na obseg $100\ \mu\text{A}$, ustreza celoten odklon $10\ \text{mW}$.

Za merjenje dela pri polnjenju kondenzatorja sestavi vezje po shemi na sliki 24b. Ko preklopimo stikalo s položaja B na A, se kondenzator na izhodni veji joulemetra prične polniti preko upornika. Joulmeter v tem primeru pokaže celotno delo, ki ga napetostni vir porabi pri polnjenju kondenzatorja. Meritev ponovimo še pri drugih napetostih vira. Stikalo preklopimo v položaj B in spremenimo napetost vira. Predno preklopimo stikalo v položaj A, moramo vsakič še izprazniti kondenzator.



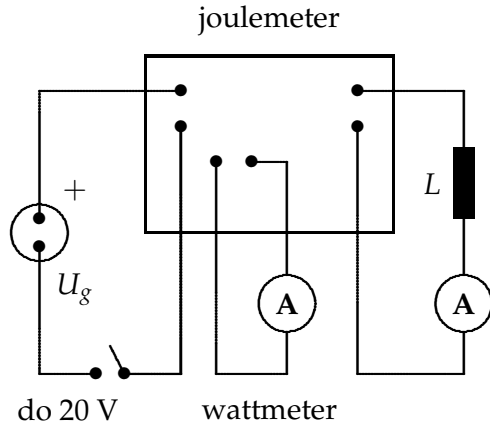
Slika 24: Merjenje dela a) pri praznjenju kondenzatorja in b) pri polnjenju kondenzatorja.

4.5 Energija magnetnega polja

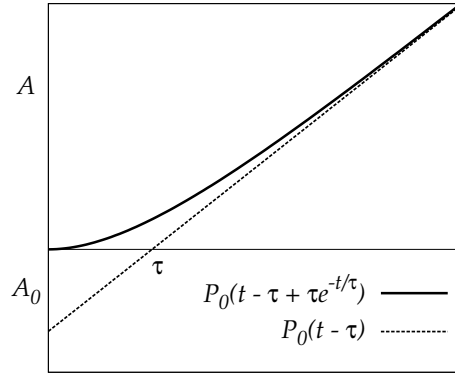
V tuljavi, skozi katero teče tok I_0 , nastane magnetno polje. Energija polja (tuljave) je odvisna od toka in *induktivnosti* tuljave; velja

$$W_L = \frac{1}{2} L I_0^2. \quad (86)$$

Energijo magnetnega polja v tuljavi bomo merili z joulmetrom v vezju, prikazanem na sliki 25a. Ko s stikalom priklopimo vir z gonilno napetostjo U_g , velja $U_g = U_L + U_R =$



a)



b)

Slika 25: a) Merjenje energije tuljave. b) Časovna odvisnost dela na tuljavi.

$LdI/dt + RI$, pri čemer je $U_L = LdI/dt$ padec napetosti zaradi induktivnosti tuljave in $U_R = RI$ padec napetosti, zaradi ohmskega upora žic tuljave. (Ta upor je mnogo večji od upora ampermetra v vezju zato upor ampermetra lahko zanemarimo.) Enačbo preuredimo

$$L \frac{dI}{dt} = U_g - RI = R \left(I - \frac{U_g}{R} \right) = -R(I - I_0), \quad (87)$$

pri čemer smo vpeljali $I_0 = U_g/R$. V enačbi (87) prenesemo tokove na levo, čas pa na desno stran

$$\frac{dI}{(I - I_0)} = -\frac{R}{L} dt. \quad (88)$$

Enačbo sedaj lahko integriramo, na desni od 0 do poljubnega časa t , na levi pa od začetnega toka 0 do toka I ob času t . Dobimo

$$\ln \left(\frac{I - I_0}{-I_0} \right) = -\frac{R}{L} t$$

in po antilogaritmiranju

$$I = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right), \quad \tau = \frac{L}{R}. \quad (89)$$

Vidimo, da je $I_0 = U_g/R$ končni tok skozi tuljavo.

Delo, ki ga porabi vir pri poganjanju toka skozi tuljavo, dobimo z integracijo moči, ki se troši na tuljavi:

$$A = \int_0^t P dt = \int_0^t U_g I dt = U_g I_0 \int_0^t (1 - e^{-t/\tau}) dt. \quad (90)$$

Enačbo integriramo in dobimo

$$A(t) = U_g I_0 (t - \tau + \tau e^{-t/\tau}) = P_0 (t - \tau + \tau e^{-t/\tau}). \quad (91)$$

Po dovolj dolgem času ($t \gg \tau$) lahko člen z $e^{-t/\tau}$ zanemarimo in (91) predstavlja premico, ki seka časovno os v točki $t = \tau$, ordinato pa v točki $A_0 = -U_g I_0 \tau$ (glej sliko 25b). Velja

$$A_0 = -U_g I_0 \tau = -R I_0^2 \frac{L}{R} = -L I_0^2 = -2W_L, \quad (92)$$

pri čemer je W_L energija tuljave (86).

Potek meritve Iz slike 25b razberemo postopek za določitev energije tuljave. Z joulemetrom merimo delo, ki ga prejme tuljava v odvisnosti od časa, in izmerke vnesemo v graf $A(t)$. Teoretično odvisnost kaže polna črta na sliki. Narišemo tangento (črtkana premica na sliki) in poiščemo presečišči premice z absciso in ordinato. Dobimo vrednost karakterističnega časa τ in vrednost A_0 , od koder lahko takoj odčitamo energijo tuljave W_L .

Na drug način lahko energijo določimo s pomočjo programa *Gnuplot* s prilagajanjem funkcije (91) izmerjenim točkam. Pri tem sta prosta prametra P_0 in τ , in velja $W_L = \frac{1}{2} P_0 \tau$.

Meritev ponovimo pri drugih napetostih, pri vsaki meritvi poleg energije W_L zabeležimo tudi končni tok I_0 . Rezultate vnesemo v graf $W_L(I_0^2)$. Pričakovana odvisnost je premica z naklonom $\frac{1}{2}L$. Tako dobljeno vrednost induktivnosti tuljave L primerjamo z vrednostjo, ki jo dobimo iz zveze $\tau = L/R$. Upor žic (tuljave) R izmerimo z digitalnim ohmmetrom.

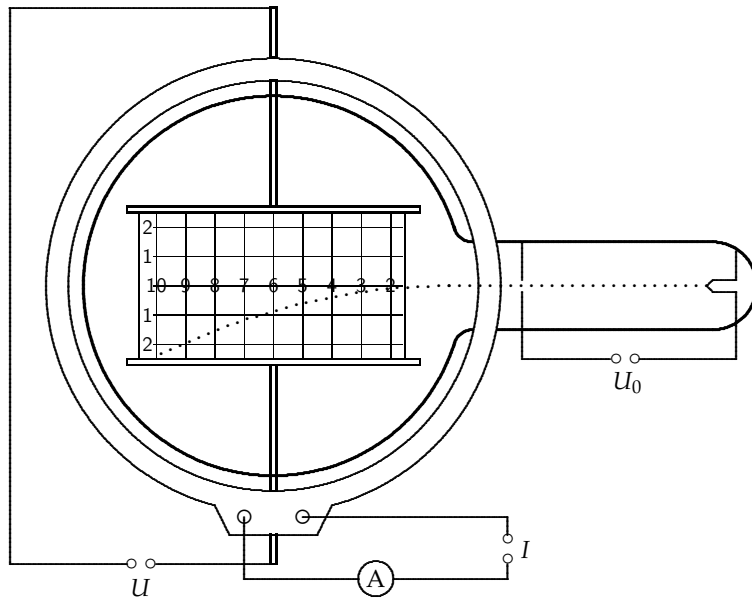
Izmeri še časovni potek moči in iz grafa $\ln(P_0 - P)(t)$ določi časovno konstanto τ . Napetost na izviri nastavi tako, da bo odklon ampermetra, ki meri moč, pri končnem toku skozi tuljavo enak 1 mA. Vrednost 1 mA ustreza moči 100 mW.

4.6 Elektroni v električnem polju

V katodni cevi, v kateri je vakuum, iz vroče katode (na sliki 26 povsem desno) izhajajo elektroni, ki jih napetost U_0 med katodo in anodo pospeši do hitrosti v_0 . Pri tem je električno delo $U_0 e_0$ enako končni kinetični energiji elektronov $\frac{1}{2} m_0 v_0^2$, od koder dobimo njihovo hitrost

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e_0 U_0}{m_0}}. \quad (93)$$

Ko elektroni zapustijo luknjico v anodi, v vzdolžni smeri ni več električnega polja in se njihova hitrost ohranja.



Slika 26: Uklon elektronov v magnetnem in električnem polju.

Ko vstopijo v kondenzator z vodoravnima ploščama, na elektrone deluje navpična sila $F_y = e_0 E_y = e_0 (U/l)$. V navpični smeri se zato gibljejo pospešeno s pospeškom

$$a_y = \frac{F_y}{m_0} = \frac{e_0 U}{m_0 l}, \quad (94)$$

tako kot telo pri vodoravnem metu v težnostnem polju Zemlje. V vodoravni smeri opravijo pot $x = v_0 t$ v navpični pa $y = \frac{1}{2} a_y t^2$. Iz prve enačbe izrazimo $t = x/v_0$ in vstavimo v drugo:

$$y = \frac{a_y x^2}{2v_0^2} = \frac{U x^2}{4U_0 l^2}. \quad (95)$$

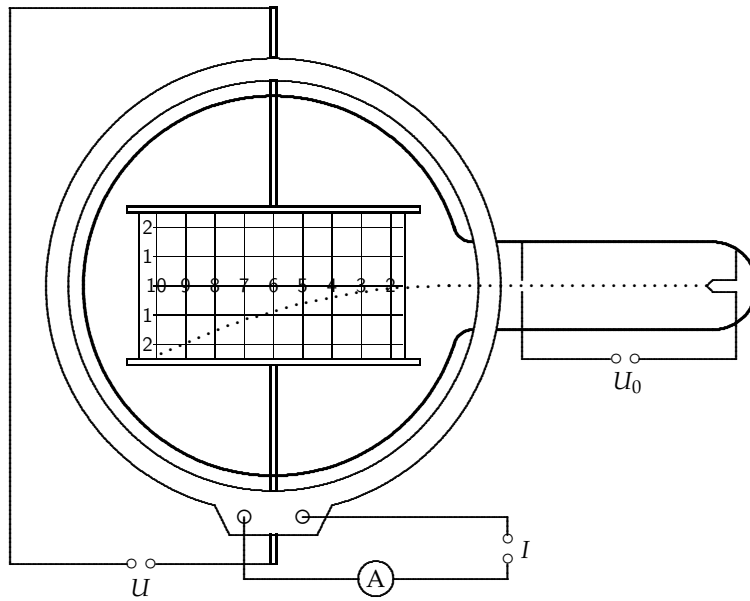
Potek meritve Izberi primerni vrednosti U_0 in U , tako da lahko odčitaš vsaj 6 koordinat curka (x, y) . Izmerjene točke vnesi v graf $y(x^2)$. Meritev ponovi še za nekaj izbir U_0 in U .

4.7 Elektroni v magnetnem polju

V katodni cevi, v kateri je vakuum, iz vroče katode (na sliki 27 povsem desno) izhajajo elektroni, ki jih napetost U_0 med katodo in anodo pospeši do hitrosti v_0 . Pri tem je električno delo $U_0 e_0$ enako končni kinetični energiji elektronov $\frac{1}{2} m_0 v_0^2$, od koder dobimo njihovo hitrost

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e_0 U_0}{m_0}}. \quad (96)$$

Ko elektroni zapustijo luknjico v anodi, v vzdolžni smeri ni več električnega polja in se njihova hitrost ohranja.



Slika 27: Uklon elektronov v magnetnem in električnem polju.

Magnetno polje $\vec{B}$ v katodni cevi ustvarjata dve tuljavi, v katerih teče tok I . Na elektrone sedaj deluje magnetna sila $\vec{F} = -e_0 \vec{v} \times \vec{B}$. Smer sile je pravokotna na hitrost, torej elektron kroži. Iz Newtonovega zakona dobimo $m_0 v^2 / r = e_0 v B$, pri čemer je r polmer kroženja:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \quad (97)$$

Tu smo za velikost hitrosti elektrona vstavili kar hitrost (96), saj se hitrost elektrona pri kroženju v magnetnem polju ohranja.

Med plošči kondenzatorja priključimo napetost U , tako da električna sila odklanja elektrone v nasprotno smer kot magnetna. S spreminjanjem obeh polj lahko dosežemo, da se elektronski curek ne odkloni. Tedaj je električna sila nasprotno enaka magnetni in

velja

$$e_0 E = e_0 v B. \quad (98)$$

S hkratnim merjenjem E in B lahko izmerimo hitrost elektronov:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{U}{lB}. \quad (99)$$

Potek meritve Pri kroženju v magnetnem polju določi polmer krožnice z merjenjem koordinat curka x, y . Enačba krožnice je $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, pri čemer sta x_0 in y_0 koordinati središča krožnice. V našem primeru je izhodišče koordinatnega sistema postavljeno v točko, v kateri curek elektronov vstopi v magnetno polje, koordinati središča krožnice pa sta $x_0 = 0$ in $y_0 = -r$. Iz enačbe za krožnico potem hitro dobiš

$$r = \frac{x^2 + y^2}{2y}. \quad (100)$$

Polmer izračunaj za nekaj parov (x, y) in določi povprečno vrednost.

Pri poskusu s hkratnim odklonom curka v električnem in magnetnem polju najprej izberi primerni U_0 in U . Nato spreminjaj tok v tuljavah tako, da dobiš čim bolj raven curek.