

Dokazovanje veljavnosti argumentov z metodo naravne dedukcije

Pri metodi naravne dedukcije gre za sintaktično in formalno metodo dokazovanja veljavnosti argumentov, pri kateri s pomočjo formalnih pravil sklepanja sklep logično izpeljemo iz premis. Dokaz (ali sklepanje) tako sestavljajo trditve, ki so ali premise argumenta ali pa iz teh premis logično sledijo, pri čemer je zadnja trditev sklep, ki ga želimo izpeljati.

Primer

Argument: Če je Janez kandidiral za župana, potem je odšel v Celje. Če je odšel v Celje, je tam gotovo izvajal svojo volilno kampanjo. Če je v Celju izvajal svojo kampanjo, je zagotovo srečal Jožeta. Janez ni srečal Jožeta. Bodisi je kandidiral Janez ali pa je njegova stranka izbrala primernejšega kandidata. Torej je stranka izbrala primernejšega kandidata.

P1: (p) Če je Janez kandidiral za župana, (q) potem je odšel v Celje. P2: (q) Če je odšel v Celje, (r) potem je tam gotovo izvajal svojo volilno kampanjo. P3: (r) Če je v Celju izvajal svojo kampanjo, (s) je zagotovo srečal Jožeta. P4: ($\neg s$) Janez ni srečal Jožeta. P5: (p) Kandidiral je Janez ali (t) pa je njegova stranka izbrala primernejšega kandidata. SKLEP: (t) Torej je stranka izbrala primernejšega kandidata.	1. $p \supset q$ 2. $q \supset r$ 3. $r \supset s$ 4. $\neg s$ 5. $p \vee t$ $\therefore t$
Če je Janez kandidiral za župana, potem je v Celju izvajal svojo volilno kampanjo. Če je Janez kandidiral za župana, je srečal Jožeta. Ker ni srečal Jožeta tudi ni kandidiral za župana. Torej je stranka izbrala primernejšega kandidata.	1. $p \supset q$ 2. $q \supset r$ 3. $r \supset s$ 4. $\neg s$ 5. $p \vee t$ $\therefore t$ 6. $p \supset r$ (1, 2) 7. $p \supset s$ (6, 3) 8. $\neg p$ (7, 4) 9. t (5, 8)

Primarna pravila

$(\supset \text{IZ})$ ali (MP) - Pravilo izključitve implikacije ali *modus ponens*:

Iz pogojnika $P \supset Q$ in njegovega antecedensa P izpeljemo njegov konsekvens Q .

$$\begin{array}{l} P \supset Q \\ P \\ \therefore Q \end{array}$$

$(\wedge \text{IZ})$ - Pravilo izključitve konjunkcije:

Iz konjunkcije $P \wedge Q$ izpeljemo kateregakoli od konjunktov, P ali Q .

$$\begin{array}{l} P \wedge Q \\ \therefore P, \therefore Q \end{array}$$

$(\wedge \text{V})$ - Pravilo vključitve konjunkcije:

Iz P in Q izpeljemo $P \wedge Q$.

$$\begin{array}{l} P \\ Q \\ \therefore P \wedge Q \end{array}$$

$(\neg\neg \text{IZ})$ - Pravilo izključitve negacije ali »opustitev« dvojne negacije:

Iz $\neg\neg P$ izpeljemo P .

$$\begin{array}{l} \neg\neg P \\ \therefore P \end{array}$$

$(\vee \text{IZ}_{\supset})$ ali (DS) - Pravilo izključitve disjunkcije ali "disjunktivni silogizem":

Iz $P \vee Q$ in $\neg P$ izpeljemo Q ; iz $P \vee Q$ in $\neg Q$ izpeljemo P .

$P \vee Q$	$P \vee Q$
$\neg P$	$\neg Q$
$\therefore Q$	$\therefore P$

($\vee$ V) - Pravilo vključitve disjunkcije:

Iz P izpeljemo disjunkcijo $P \vee Q$ ali $Q \vee P$.

P
$\therefore P \vee Q$

($\equiv$ V) - Pravilo vključitve ekvivalence:

Iz $P \supset Q$ in $Q \supset R$ izpeljemo $P \equiv R$.

$P \supset Q$
$Q \supset R$
$\therefore P \equiv R$

($\equiv$ IZ) - Pravilo izključitve ekvivalence:

Iz $P \equiv Q$ izpeljemo $P \supset Q$ ali $Q \supset P$.

$P \equiv Q$
$\therefore P \supset Q, \therefore Q \supset P$

($\supset$ V) ali (KN) - Pravilo vključitve implikacije ali *kondicionalizacija*:

Če izpeljemo Q iz hipoteze P, potem razbremenimo hipotezo P in sklepamo na $P \supset Q$.

($\neg$ V) ali (RA) - Pravilo vključitve negacije ali *reductio ad absurdum*:

Če izpeljemo protislovje iz hipoteze P, potem razbremenimo to hipotezo in sklepamo na $\neg P$.

Vaja: Z naravno dedukcijo dokaži veljavnost argumenta.

$$<1> (p \vee r) \supset q, r, \therefore q$$

$$<2> (p \vee q) \supset r, p, \therefore r \vee s$$

<3> Če zmagata Janko ali Marta, potem izgubita Maja in Tadej. Zmagal je Janko. Torej je Maja izgubila.

$$<4> p \wedge \neg p, \therefore q$$

$$<5> (p \vee q) \wedge (r \vee s), \neg r, \therefore s$$

$$<6> \neg p \supset \neg \neg q, \neg \neg \neg p, \therefore q$$

$$<7> p \supset (q \wedge r), \neg \neg p, \therefore p \wedge q$$

$$<8> (p \wedge q) \supset (r \wedge s), q, \neg \neg p, \therefore s$$

$$<9> p, \therefore (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$<10> p \equiv (q \vee r), r, \therefore p$$

$$<11> p \supset r, r \supset q, \therefore p \supset q$$

$$<12> p \wedge q, \therefore p \equiv q$$

$$<13> p \supset q, \neg q, \therefore \neg p$$

$$<14> (p \wedge q) \supset r, p \wedge \neg r, \therefore \neg q$$

$$<15> (p \vee \neg q) \supset \neg s, \therefore \neg \neg s \supset \neg (p \vee \neg q)$$

$$<16> (\neg p \vee s) \supset (q \vee \neg \neg r), \neg q \wedge \neg p, \therefore r$$