

SEMANTIČNA DREVESA

Semantična drevesa so pripomoček za ugotavljanje **konsistentnosti množic stavkov in dokazovanje veljavnosti argumentov**.

Ugotavljanje konsistentnosti množice stavkov

Dana množica stavkov je **konsistentna**, ko v njej ni protislovnih stavkov oziroma, ko obstaja takšna logična situacija, v kateri so vsi stavki te množice resnični. Ko uporabljamo metodo semantičnih dreves najprej dane sestavljene stavke iz množice razstavimo na elementarne stavke po pravilih za gradnjo semantičnih dreves. Vsaka veja drevesa v diagramu predstavlja možno situacijo. Če so v drevesu vse veje zaprte (tj. če smo našli protislovje), potem je izbrana množica stavkov nekonsistentna. Če vsaj ena veja ostane odprta, potem je izbrana množica stavkov konsistentna.

Pravila semantičnih dreves	
NERAZVEJANA PRAVILA	RAZVEJANA PRAVILA
<p><i>dvojna negacija</i></p> $\neg\neg P$ P	<p><i>implikacija</i></p> $(P \supset Q)$ $\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ \neg P \quad Q \end{array}$
<p><i>konjunkcija</i></p> $P \wedge Q$ P Q	<p><i>negacija konjunkcije</i></p> $\neg(P \wedge Q)$ $\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ \neg P \quad \neg Q \end{array}$
<p><i>negacija implikacije</i></p> $\neg(P \supset Q)$ P $\neg Q$	<p><i>disjunkcija</i></p> $P \vee Q$ $\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ P \quad Q \end{array}$
<p><i>negacija disjunkcije</i></p> $\neg(P \vee Q)$ $\neg P$ $\neg Q$	<p><i>ekvivalenca</i></p> $(P \equiv Q)$ $\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ P \quad \neg P \\ Q \quad \neg Q \end{array}$
	<p><i>negacija ekvivalence</i></p> $\neg(P \equiv Q)$ $\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ \neg P \quad P \\ Q \quad \neg Q \end{array}$

Vaja A: Z metodo semantičnih dreves preveri konsistentnost dane množice stavkov.

<1> $\{p \wedge \neg q, \neg \neg p, r \wedge \neg p\}$

rešitev: 1. $\sqrt{p \wedge \neg q}$

2. $\sqrt{\neg \neg p}$

3. $\sqrt{r \wedge \neg p}$

4. p

5. $\neg q$

6. p

7. r

8. $\neg p$ X (protislovje 6,8), množica je nekonsistentna

<2> $\{(p \supset q), \neg q, r \wedge p\}$

<3> $\{p \supset q, r \supset q, \neg(p \vee \neg r)\}$

<4> $\{p \wedge \neg q, q, p \equiv q\}$

<5> $\{p \vee (q \equiv r), \neg(r \supset \neg p)\}$

<6> $\{q \wedge p, \neg r, p \supset r\}$

<7> $\{\neg(p \equiv q), p \wedge q\}$

<8> $\{\neg(p \wedge q), q \supset p\}$

<9> $\{q \vee r, \neg \neg r, p \supset r\}$

<10> $\{p \vee r, \neg q, p \wedge q\}$

<11> $\{p \vee r, \neg p \wedge q, p \vee q\}$

<12> $\{\neg(p \wedge r), \neg q, \neg p\}$

<13> $\{\neg p \wedge r, \neg q, p \vee q\}$

<14> $\{p \vee \neg r, q, \neg(p \equiv q)\}$

<15> $\{p \vee r, \neg q, \neg p \equiv q\}$

Preverjanje veljavnosti argumentov

Za dokazovanje argumenta s pomočjo semantičnih dreves uporabimo posredni dokaz. Premisam argumenta dodamo zanikan sklep in preverimo ali je ta množica stavkov konsistentna. Če se izkaže, da je nekonsistentna, potem je argument veljaven.

Vaja B: Z metodo semantičnih dreves preveri veljavnost argumenta.

<16> $(\neg p \supset q), p, \therefore \neg q$

rešitev:

1. $\sqrt{\neg p \supset q}$
2. p
3. q (zanikan sklep)
- / \
4. $p \quad q$ (1, \supset)

obe veji ostaneta odprti, množica je konsistentna, torej argument **ni veljaven**

<17> $p, q \supset r, p \supset q, \therefore r$

1. p
2. $\sqrt{q \supset r}$
3. $\sqrt{p \supset q}$
4. $\neg r$ (zanikan sklep)
- / \
5. $\neg q \quad r$ (2, \supset)
- / \ x(4,5)
6. $\neg p \quad q$ (3, \supset)

x(1,6) x(5,6) vse veje so zaprte, množica je nekonsistentna, argument je **veljaven**

<18> $p \equiv q, p, \therefore p \wedge q$

<19> $p, p \supset q, q \vee r, \therefore r$

<20> $\neg\neg p, p \supset q, q \vee r, \therefore \neg r$

<21> $q \wedge p, p \supset r, r \supset s, \therefore r \wedge s$

<22> $p \supset (q \vee r), \neg q \wedge p, \therefore r$

<23> Če bomo točno prispeli na postajo in bo avtobus še tam, ga ne bomo zamudili. Točno bomo prispeli na postajo, torej ne bomo zamudili avtobusa.

Vaja C: Z metodo primerjalnih resničnostnih tabel in z metodo semantičnih dreves preveri veljavnost argumenta.

$$\langle 24 \rangle p \equiv q, p, \therefore p \wedge \neg q$$

$$\langle 25 \rangle p \supset (q \wedge r), \neg q \wedge p, \therefore \neg r$$

$$\langle 26 \rangle p \supset (q \vee r), \neg q \wedge p, \therefore r$$

$$\langle 27 \rangle p \equiv q, p, \therefore p \vee \neg q$$

<28> Če te zanimajo stari kovanci ali če te zanimajo stare razglednice, potem ti bo vseč nedeljski boljši sejem. Zanimajo te tako kovanci kot stare razglednice. Torej ti bo vseč nedeljski boljši sejem.

<29> Če sta ti vseč Jaka ali Tanja, potem ti Marko in Urša ne bosta. Tanja ti je vseč. Torej ti Marko ni vseč.

<30> Če te do desetih ne bo doma, bodo vrata zaklenjena. Če te do desetih ne bo doma in bodo vrata zaklenjena, potem boš moral zvoniti. Ne boš zvonil, torej boš do desetih že doma.

<31> Če dovolimo odprtje kriznega centra za mlade, potem bo ali poln ali prazen. Če bo prazen, bo šlo le za potrato denarja. Če pa bo poln, bomo soočeni z več težavami, kot pa jih naše okolje lahko prenese. Torej, nima smisla razmišljati o odprtju.

$$\langle 32 \rangle p, p \uparrow q, q \vee r, \therefore \neg r \text{ (* samo z resn. tabelami)}$$

$$\langle 33 \rangle p, p \downarrow q, \therefore \neg q \text{ (* samo z resn. tabelami)}$$

$$\langle 34 \rangle (p \vee q) \supset \neg s, \therefore s \supset \neg (p \vee q)$$

$$\langle 35 \rangle \neg p \supset q, r \supset s, \neg p \vee r, \neg q, \therefore s$$

$$\langle 36 \rangle (\neg p \wedge q) \supset \neg r, r, q, \therefore p$$

$$\langle 37 \rangle p \equiv q, \therefore \neg((p \supset q) \supset \neg(q \supset p))$$