

NALOGE ZA 4.LETNIK - ZAPOREDJA

Naloge¹ so namenjene utrjevanju učne snovi in pripravi na preverjanje in ocenjevanje znanja.

ARITMETIČNO ZAPOREDJE

1. Določi x tako, da bo zaporedje aritmetično.

(a) $x, x + 3, 3x + 2$ [R: $x = 2$]

(b) $x + 1, 1, x^2 + 1$ [R: $x = 0, x = -1$]

(c) $\sqrt{x}, \sqrt{5x-4}, 3\sqrt{x}$ [R: $x = 4$]

(d) $\sqrt{x+1}, x+1, 9-x, \dots$ [R: $x_1 = 3, x_2 = \frac{16}{9}$]

(e) $\sqrt{x-1}, x, 5-x, \dots$ [R: $x_1 = 2, (x_2 = \frac{13}{9} \text{ ne ustreza})$]

2. Kateri člen aritmetičnega zaporedja, v katerem je prvi člen 28 in razlika -2 , je enak svojemu indeksu?

[R: $n = 10$]

3. Ali je v aritmetičnem zaporedju $-5, -2, 1, 4, 7 \dots$ člen z vrednostjo 122?

[R: ne, ker n ni naravno število]

4. Koliko števil med 50 in 250 je deljivih s:

(a) 7 [R: 28]

(b) 13 [R: 16]

(c) 19 [R: 11]

5. Vrini med števili 23 in -5 šest števil tako, da bodo tvorila aritmetično zaporedje.

[R: AZ : 23, 19, 15, 11, 7, 3, -1 , -5]

6. Poišči aritmetično zaporedje, če poznaš:

(a) $a_6 = 11$ in $a_3 + a_7 = 18$ [R: 1, 3, 5, 7, 9 ...]

(b) $a_3 + a_5 = 18$ in $a_1 \cdot a_5 = 33$ [R: 3, 5, 7, 9, 11 ...; 33, 25, 17, 9, 1 ...]

(c) $a_1 \cdot a_4 = 4$ in $a_2 \cdot a_3 = 6$ [R: $-4, -3, -2 \dots; 1, 2, 3 \dots; 4, 3, 2 \dots; -1, -2, -3 \dots$]

ARITMETIČNA VRSTA

7. V tabeli izberi tri podatke za aritmetično zaporedje in preveri pravilnost drugih dveh.

Predlog: izračunaj podatka, ki sta okvirjena.

	a_1	d	n	a_n	s_n
a)	3	$-\frac{2}{3}$	10	-3	0
b)	-21	2	11	-1	-121
c)	10	3	11	40	275
d)	8	$-0,5$	11	3	$60,5$
e)	15	-1	20	-4	110

8. Reši enačbi:

(a) $1 + 5 + 9 + \dots + x = 190$ [R: $x = a_{10} = 37$]

(b) $-1 + 2 + 5 + \dots + x = 186$ [R: $x = 32$]

¹Pripravila Vera Orešnik, prof.

9. Koliko členov aritmetičnega zaporedja 3, 5, 7, ... moramo sešteti, da bo njihova vsota večja od 143? [R: 12]
10. Kolikšna je vsota vseh lihih naravnih števil med 100 in 1000? [R: 247500]
11. Kolikšna je vsota vseh od 1000 manjših naravnih števil, ki so deljiva s 13? [R: 38038]
12. V aritmetičnem zaporedju z diferenco 4 je vsota petega in osmega člena 58. Poišči prvi člen in vsoto vseh osmih členov zaporedja. [R: 7, 168]
13. V aritmetičnem zaporedju s četrtim členom 21 je vsota prvih šestih členov 114. Poišči prvi in šesti člen. [R: 9, 29]
14. Tri števila so zaporedni členi aritmetičnega zaporedja. Njihova vsota je 33. Poišči ta števila, če je
- (a) njihov produkt 1287 [R: 9, 11, 13]
- (b) vsota njihovih kvadratov 371
15. Poišči vsoto prvih dvanajstih členov aritmetičnega zaporedja s prvim členom -3 , če je produkt tretjega in sedmega člena 24. [R: 129, -69]

GEOMETRIJSKO ZAPOREDJE

16. Določi x tako, da bo zaporedje geometrijsko:

- (a) $2^{1-x}, 4^{x+2}, 16^{2-x}$ [R: $x = \frac{1}{9}$]
- (b) $5^{2+x}, 25^{1-x}, 125^{3+2x}$ [R: $x = -\frac{7}{11}$]
- (c) $4^{3-x}, 4^{2+x}, 8^{3x+1}$ [R: $x = -\frac{1}{3}$]
- (d) $36^{1-x}, 36^{2+x}, 216^{3x+3}$ [R: $x = -1$]
- (e) $5^{2x-1}, 25^{1-x}, 125^{2+x}$ [R: $x = -\frac{1}{9}$]
- (f) $2^{2-x}, 4^{6+x}, 16^{2x+1}$ [R: $x = 6$]
- (g) $\frac{6}{x-4}, \frac{6}{x+8}, \frac{6}{2x+34}$ [R: $x_1 = 10, x_2 = -20$]
- (h) $\frac{5}{x-4}, \frac{5}{x+11}, \frac{5}{2x+62}$ [R: $x_1 = 9, x_2 = -41$]

17. Na katerem mestu v geometrijskem zaporedju $-\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \dots$ je člen z vrednostjo -6561 ? [R: $n = 11$]
18. Od katerega člena naprej so v geometrijskem zaporedju $1, \frac{1}{4}, \dots$ vsi členi manjši od 10^{-5} ? [R: Od vključno 10-tega člena]

19. Poišči geometrijsko zaporedje, če poznaš:

- (a) $a_1 + a_2 + a_3 = 14$ in $a_4 + a_5 + a_6 = 112$ [R: 2, 4, 8, 16 ...]
- (b) $a_5 - a_1 = 45$ in $a_3 - a_1 = 9$ [R: 3, 6, 12, 24, ...; 3, -6 , 12, -24 ...]
- (c) $a_1 + a_2 + a_3 = 13$ in $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 27$ [R: 1, 3, 9, 27, ...; 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$...]

GEOMETRIJSKA VRSTA

20. V tabeli izberi tri podatke za geometrijsko zaporedje in preveri pravilnost drugih dveh.

Predlog: izračunaj podatka, ki sta okvirjena.

	a_1	q	n	a_n	s_n
a)	128	$\frac{1}{2}$	8	1	255
b)	10	2	7	640	1270
c)	4	-3	5	324	244
d)	-1	3	5	-81	-121
e)	2	2	5	32	62

21. Razčleni število 728 na 6 členov tako, da bo vsak naslednji člen trikratnik prejšnjega.

[R: $a_1 = 2; 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$]

22. Končna geometrijska vrsta ima prvi člen 1, zadnji člen pa 16 in vsoto 11. Poišči jo.

[R: $1 - 2 + 4 - 8 + 16$]

23. Tri števila oblikujejo geometrijsko zaporedje z vsoto 62, vsota njihovih kvadratov pa je 2604. Poišči ta števila.

[R: 2, 10, 50; 50, 10, 2]

24. Tri števila oblikujejo geometrijsko zaporedje z vsoto 70, njihov produkt pa je 8000. Poišči ta števila.

[R: 10, 20, 40; 40, 20, 10]

25. Produkt treh zaporednih členov geometrijskega zaporedja je 1728, vsota drugega in tretjega člena pa 28. Poišči prvi člen.

[R: 9]

26. Izmed treh zaporednih členov geometrijskega zaporedja je srednji za 15 večji kot prvi in za 60 manjši kot tretji. Poišči člene tega zaporedja.

[R: 5, 20, 80]

27. Izračunaj vsoto končne geometrijske vrste s štirimi členi in količnikom 5, če je produkt prvega in zadnjega člena 6125.

[R: ± 1092]

28. V geometrijskem zaporedju s količnikom 2 je peti člen 16. Koliko členov je treba sešteti, da dobimo vsoto 255?

[R: 8]

29. Koliko členov geometrijskega zaporedja 4, 6, 9 ... je treba sešteti, da je njihova vsota večja od 100?

[R: 7]

30. Med števili 3 in 1536 vrini 8 števil tako, da nastane končno geometrijsko zaporedje. Kolikšna je vsota vrinjenih členov?

[R: $3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192 + 384$]

STRUKTURIRANE NALOGE

31. Dani sta enačbi $3 \cdot 2^{x+1} - 6 \cdot 2^{x-1} = 2^5 - 20$ in $\log_3(x - 5) = 2$.

a) Reši enačbi.

[R: $x = 2, x = 14$]

b) Rešitev eksponentne enačbe je drugi člen, rešitev logaritemske enačbe pa šesti člen neskončnega aritmetičnega zaporedja. Izračunaj diferenco in prvi člen tega zaporedja.

[R: $d = 3, a_1 = -1$]

c) Izračunaj vsoto prvih 40 členov zaporedja iz prejšnje točke.

[R: $s_{40} = 2300$]

32. Ničla funkcije $f(x) = \log_3(3^x - 2 \cdot 3^{x-1} - 8)$ je prvi člen geometrijskega zaporedja, produkt drugega in tretjega člena tega zaporedja je 72.
- a) Zapiši prvih pet členov tega zaporedja. [R: $x = a_1 = 3, q = 2$]
 b) Koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota 98301? [R: $n = 15$]
 c) Kateri člen zaporedja je šestnajstkrat večji od sedmega člena? [R: a_{11}]
33. Dani sta enačbi $2 \cdot 5^{x-5} - 6 \cdot 5^{x-6} = 5^2 - 5$ in $\log_4(x + 1) = 2$.
- a) Reši enačbi. [R: $x = 7, x = 15$]
 b) Rešitev eksponentne enačbe je peti člen, rešitev logaritemske enačbe pa tretji člen neskončnega aritmetičnega zaporedja. Izračunaj diferenco in prvi člen tega zaporedja. [R: $a_1 = 23, d = -4$]
 c) Izračunaj vsoto prvih 30 členov zaporedja iz prejšnje točke. [R: $s_{30} = -1050$]
34. Ničla funkcije $f(x) = \log_4(5^x - 3 \cdot 5^{x-1} - 9)$ je prvi člen neskončnega geometrijskega zaporedja, produkt tretjega in šestega člena tega zaporedja pa 8748.
- a) Zapiši prvih pet členov tega zaporedja. [R: 2, 6, 18, 54, 162]
 b) Koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota 59048? [R: $n = 10$]
 c) Kateri člen tega zaporedja je sedemindvajsetkrat večji od devetega člena? [R: a_{12}]
35. Prvi trije členi naraščajočega zaporedja so 2, x , 50.
- a) Določi x , če veš, da je zaporedje geometrijsko in nato izračunaj četrti člen. [R: $x = 10, a_4 = 250$]
 b) Koliko členov zaporedja iz točke (a) je manjših od 10^8 ? [R: $n = 12$]
 c) Določi število x , če veš, da je zaporedje aritmetično in izračunaj, koliko začetnih členov tega zaporedja je treba sešteti, da bo vsota 1608? [R: $x = 26, n = 12$]
36. Dano je zaporedje $2 + x, 18 - x, 2x + 39, \dots$
- a) Določi x tako, da bo zaporedje aritmetično in izračunaj vsoto prvih osmih členov. [R: $x = -1$]
 b) Določi x tako, da bo zaporedje geometrijsko. [R: $x_1 = 3, x_2 = -82$]
 c) Za $x = 3$ izračunaj, koliko začetnih členov geometrijskega zaporedja je treba sešteti, da bo vsota 49205? [R: $n = 9$]
37. V zaporedju $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \dots$ izračunaj tretji člen zaporedja, če je zaporedje
- a) Aritmetično. [R: $x = \frac{23}{12}$]
 b) Geometrijsko. [R: $x = \frac{64}{27}$]
38. V zaporedju $\frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \dots$ izračunaj tretji člen zaporedja, če je zaporedje
- a) Aritmetično. [R: $x = \frac{41}{15}$]
 b) Geometrijsko. [R: $x = \frac{125}{27}$]
39. Prvi trije členi naraščajočega zaporedja so 4, x , 36.
- a) Določi x , če veš, da je zaporedje geometrijsko in nato izračunaj šesti člen. [R: $x = 12, a_6 = 972$]
 b) Koliko členov zaporedja iz točke (a) je manjših od 10^5 ? [R: $n \leq 10$]
 c) Določi število x , če veš, da je zaporedje aritmetično in izračunaj, koliko začetnih členov tega zaporedja je treba sešteti, da bo vsota 1740? [R: $n = 15$]