Franc Hočevar in njegovo znanstveno delo

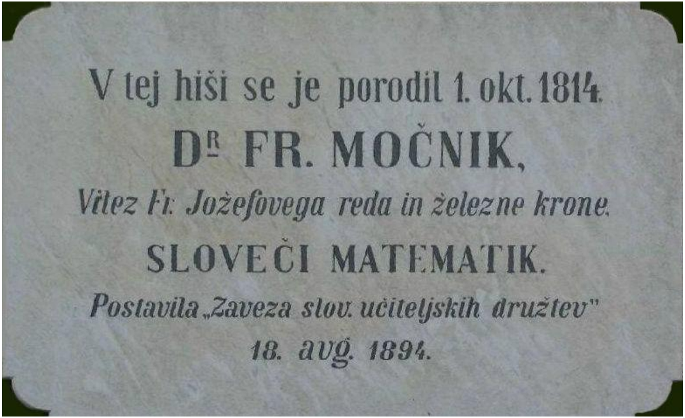
Seminar za zgodovino matematičnih znanosti

Marko Razpet

Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

Ljubljana, 22. februar 2010

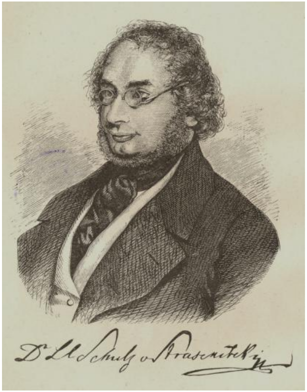
Cerkno — Kirchheim (nem.), Slovenija



Spominska plošča v čast Francu Močniku.

A.–L. Cauchy (1789–1857) v Gorici, Italija — Görz (nem.) — Gorizia (ita.) — Gurize (fur.)

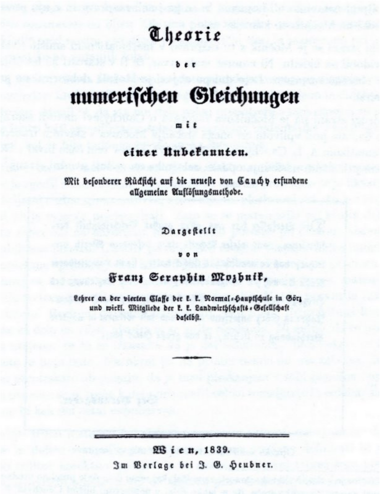
Spominska plošča v čast Cauchyju.
Palača Strassoldo, Trg sv. Antona, Gorica.



Strassnitzki je navdušil Močnika za študij matematike.

$$\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{2} + \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{5} + \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{8}$$

Edino Močnikovo znanstveno delo



Theorie

der

numerischen Gleichungen

mit

einer Unbekannten.

Mit besonderer Rücksicht auf die neueste von Cauchy erfundene allgemeine Auflösungsmethode.

Dargestellt

von

Franz Seraphin Mozhnik,

Lehrer an der vierten Classe der k. k. Normal-Hauptschule in Görz und wirkl. Mitgliede der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft daselbst.

Wien, 1839.

Im Verlage bei J. G. Heubner.

Močnik je predstavil Cauchyjeve matematične zamisli v nemščini.

Cerkno, Idrija, Gorica, Ljubljana — Kirchheim, Idria, Görz, Laibach

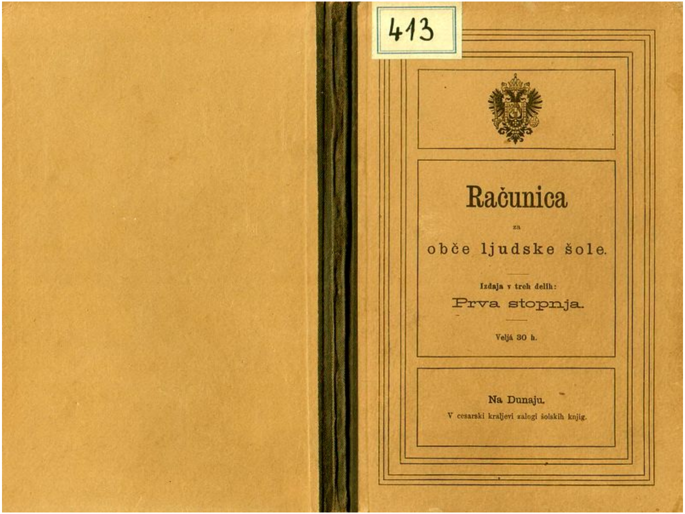
Nekatere Močnikove življenjske postaje.

VIRTUTE ET OPERA — Z VRLINO IN DELOM


Zweites
Rechenbuch
für
Volksschulen.
Von
Dr. Fr. Močnik.
Das Rechnen im Zahlenraume bis 100 mit Preisberechnungen.
Preis, broschiert, 8 Nkr.
Wien.
Im k. k. Schulbücher-Verlage.
1870.
LJUBLJANI

v nemščini

Učbenik, ki ga je napisal Franc Močnik – prevod



v slovenščino

v italijanščino

Glavni življenjski mejniki Franca Močnika

- 1814 — rojen v Cerknem
- 1821–1824 — ljudska šola v Idriji
- 1824–1832 — gimnazija in licej v Ljubljani
- 1832–1836 — bogoslovje v Gorici
- 1836–1840 — univerza v Gradcu (poleg poučevanja v Gorici)
- 1840 — doktorat na univerzi v Gradcu
- 1836–1846 — učitelj na goriški normalki
- 1846–1849 — profesor elementarne matematike in trgovskega računstva na tehniški akademji v Lvovu — Lviv (ukr.) – Lwów (pol.) – Lemberg (nem.)
- 1849–1851 — profesor matematike na univerzi v Olomoucu (češ.) – Olmütz (nem.)

Glavni življenjski mejniki Franca Močnika

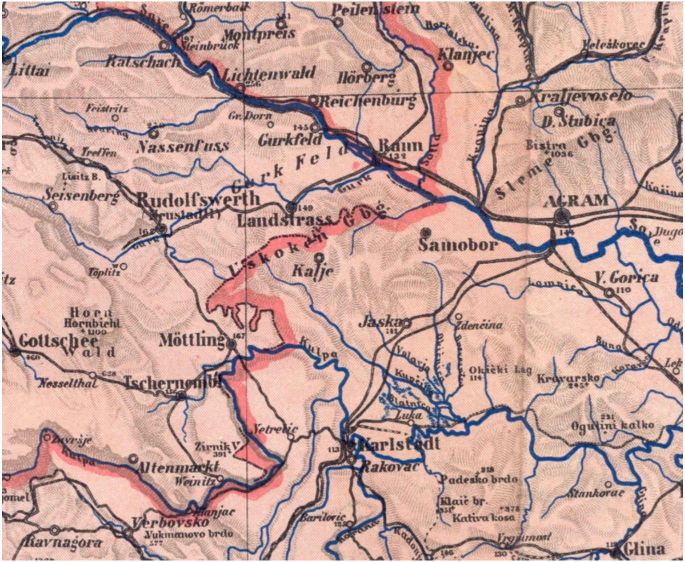
- 1851–1860 — šolski svetnik in nadzornik ljudskih šol v Ljubljani
- 1860–1869 — šolski svetnik in nadzornik ljudskih šol ter realk v Gradcu
- 1862 — Red Franca Jožefa

Glavni življenjski mejniki Franca Močnika

- 1869–1871 — deželni šolski nadzornik prve stopnje na Štajerskem
- 1871 — upokojen
- 1871 — Red železne krone tretjega razreda

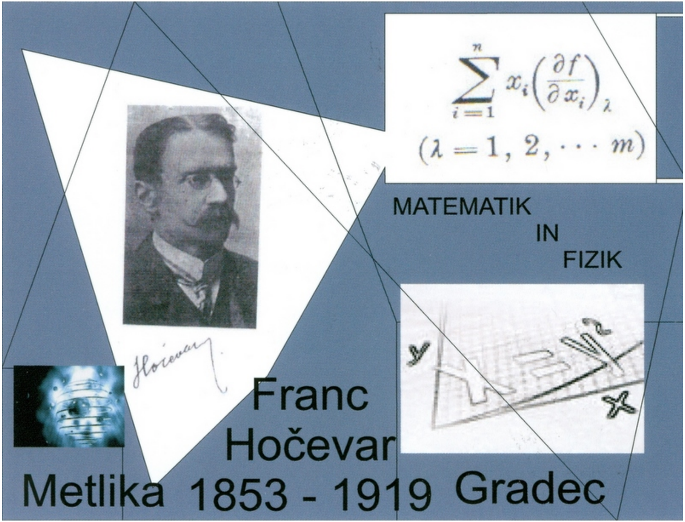
- 1892 — umrl v Gradcu

Metlika — Möttling (nem.)



Bela krajina — Weißkrain, Weiße Mark (nem.)

Spominska plošča v čast Francu Hočevarju.



Spominska dopisnica v čast Francu Hočevarju.

Spominska znamka in žig v čast Francu Hočevarju.

Znana profesorja med Hočevarjevim študijem na Dunaju

L. Boltzmann (1844–1906) in J. Petzval (1807–1891).

Znana profesorja med Hočevarjevim poučevanjem v Innsbrucku

L. Gegenbauer (1849–1903) in O. Stolz (1842–1905).

Glavni življenjski mejniki Franca Hočevarja

- 1853 — rojen v Metliki — Möttling (nem.)
- 1864–1871 — gimnazija v Ljubljani – prof. Josip Jan Nejedli
- 1871–1875 — univerza na Dunaju
- 1874–1879 — asistent, tehniška visoka šola na Dunaju
- 1875 — preskus za poučevanje matematike in fizike
- 1875 — doktorat na dunajski univerzi: *Über einige bestimmte Integrale – O nekaterih določenih integralih*, mentor L. Boltzmann
- 1875–1876 — poskusna doba za poučevanje na gimnaziji (Terezijanska akademija) na Dunaju
- 1879–1891 — učitelj na gimnaziji v Innsbrucku

Glavni življenjski mejniki Franca Hočevarja

- 1883 — privatni docent na univerzi v Innsbrucku
- 1891 — izredni profesor na nemški tehniški visoki šoli v Brnu – (nem. Brünn)
- 1894 — redni profesor na nemški tehniški visoki šoli v Brnu
- 1895 — tehniška visoka šola v Gradcu, dekan strojne in elektrotehniške fakultete
- 1919 — dvorni svetnik
- 1919 — umrl v Gradcu

Nejedli (Negedlý) Josip Jan, filozof, matematik in šolnik, r. 21. febr. 1821 v Pragi, u. 12. jul. 1919 v Lj. V Pragi je dovršil ljudsko šolo, piarist. gimn. (1832–36) in filozofijo ter bil 1849 prom. Ker se je večkrat brez uspeha udeležil konkurzov za prof. mesta, je 1849 šel za praktikanta na univ. knjižnico. Po reformi gimn. je naredil izpit iz matematike in filoz. propedevtike in postal 1851 suplent, 1853 pa pravi gimn. učitelj v Levoči (nem. Leutschau, madž. Lőcse) na Slovaškem. Z drugimi tujerodci je 1861 izgubil službo na Ogrskem, 1862 prišel na gimn. v Lj. in tu, spoštovan in priljubljen radi svojega znanja in svoje dobrohotne pravičnosti, deloval do upokojitve ob koncu zim. semestra 1884. Še v visoki starosti se je bavil z matem. in filoz. študijami in delal v nem. društvih, zlasti učiteljskem.

1. *Über Eulers Auflösungsmethode unbestimmter Gleichungen des ersten Grades* (1863)
2. *Elementäre Ableitung der Budan-Horner'schen Auflösungsmethode höherer Zahlengleichungen* (1865)
3. *Beitrag zur Zerlegung gebrochener rationaler Funktionen in Partialbrüche* (1868)
4. *Note über die mehrfachen und willkürlichen Werte einiger bestimmter Integrale* (1870)
5. *Ein Beitrag zur Auflösung unbestimmter quadratischer Gleichungen von der Form $ax^2 = 2bxy + cy^2 + k$ mit positiver nicht quadratischer Determinante in ganzen Zahlen* (1874)
6. *Auflösungen der Aufgaben aus der Arithmetik und Geometrie* (1912).

7. *Die Philosophie in verschiedenen Schulen* (1871)
8. *Über philosophische Propädeutik* (1873)
9. *Die Erfahrung als Problem der Philosophie* (1875)
10. *Zur Theorie der Sinneswahrnehmung* (1882)

Drž. knjižnica v Lj. ima veliko za tisk pripravljenih Nejedlijevih matematičnih (34 zvezkov) in modroslovnih razprav (podaril Msg. Tomo Zupan). Svojo znanstveno knjižnico je zapustil lj. licejki.

Propedevtika – pripravljalni, uvodni nauk ali znanje, potrebno kot uvod v kako umetnost ali znanost (gr. pro + paideuein).

Piaristi – katoliški redovniki, ki poučujejo mladino (lat. Ordo Clericorum Regularium Pauperum Matris Dei Scholarum Piarum)

Članki in razprave Franca Hočevarja

1. *Über die unvollständige Gammafunktion* (1876)
   O nepopolni funkciji gama
2. *Über die Ermittelung des Wertes einiger bestimmter Integrale* (1876)
   O računanju vrednosti nekaterih določenih integralov

Über die Ermittlung des Werthes einiger bestimmter Integrale.

Von Dr. **Franz Hočevar**,
Assistent an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

Zweck des vorliegenden Aufsatzes ist die Ableitung einiger Integralformeln, welche unter dem Zeichen eine im Allgemeinen willkürliche Function eines gegebenen Argumentes enthalten, und sich entweder auf ähnliche Integrale mit einfacheren Argumenten zurückführen oder vollständig berechnen lassen. Ist auch die hier benützte Methode der Reihenentwicklung längst bekannt und vielleicht auch die Art, in welcher sie im Folgenden angewendet wird, nicht neu, so habe ich doch auf ihre Begründung die sonst nicht immer ersichtliche Sorgfalt verwendet, und scheinen die erzielten Resultate einige Beachtung zu verdienen. In letzterer Hinsicht bemerke ich, dass aus jedem einzelnen Integrale von der erwähnten Beschaffenheit beliebig viele neue Integralformeln durch Specialisirung jener willkürlichen Function unter dem Integralzeichen gefunden werden können und dass die Zusammenfassung vieler Integrale in wenigen Formeln immerhin von Werth ist

3. *Über eine partielle Differentialgleichung erster Ordnung* (1887)
   O neki parcialni diferencialni enačbi prvega reda
4. *Über die Integration eines Systems simultaner Differentialgleichungen* (1878)
   O integraciji nekega sistema simultanih diferencialnih enačb

Članki in razprave Franca Hočevarja

5. *Über die Lösung von dynamischen Problemen mittels der Hamiltonschen partiellen Differentialgleichung* (1879)
   O reševanju dinamičnih problemov s Hamiltonovo parcialno diferencialno enačbo
6. *Über die Erweiterung eines geometrischen Lehrsatzes von Varingnon* (1881)
   O razširitvi nekega Varignonovega geometrijskega izreka
7. *Über einige Versuche mit einer Holtzschen Influenzmaschine* (1881)
   O nekaterih poskusih s Holtzovim influenčnim strojem
8. *Über das Kombinieren zu einer bestimmten Summe* (1881)
   O kombiniranju k določeni vsoti

9. *Zur Lehre von der Teilbarkeit der ganzen Zahlen* (1881)
   K teoriji o deljivosti celih števil
10. *Zur Integration der Jacobischen Differentialgleichung*
   $Ldx + Mdy + N(xdy - ydx) = 0$ (1882)
   K integraciji Jacobijeve diferencialne enačbe
   $Ldx + Mdy + N(xdy - ydx) = 0$

Zur Integration der Jacobi'schen Differentialgleichung $Ldx + Mdy + N(xdy - ydx) = 0$.

Von Dr. **Franz Hočevar** in Innsbruck.

Die oben bezeichnete Differentialgleichung, welche bekanntlich zuerst von Jacobi[1] integrirt worden ist, führt auf eine cubische Gleichung (Gleichung (5) in diesem Aufsatze), deren Wurzeln zur Bildung des allgemeinen Integrals verwendet werden. Trotz der reichen Literatur, welche diese Differentialgleichung und mit ihr verwandte allgemeinere Probleme aufweisen können,[2] ist in der Regel nur der Fall beachtet worden, dass die drei Wurzeln jener cubischen Gleichung reell und von einander verschieden sind. Erst Serret[3] und nach ihm Mansion[4] haben sich mit dem Falle zweier oder dreier gleicher Wurzeln beschäftigt.

Ersterer begnügt sich mit der Ableitung des allgemeinen Integrals, letzterer verificirt das Integral, wie es bei derartigen Ausnahmsfällen in der Regel erforderlich ist, indem er auf einem ziemlich langwierigen Wege die Differentialgleichung aus dem erhaltenen Integrale wieder ableitet.

In der vorliegenden Arbeit wird nun vor Allem der Beweis erbracht, dass die drei Systeme von linearen Gleichungen,[5] zu denen man bei der Ableitung des allgemeinen Integrals nach der hier befolgten Methode gelangt, stets endliche Wurzeln besitzen. Dieser Beweis scheint durch die Arbeit Mansion's nicht über-

[1] Crelle's Journal, Band XXIV.

[2] Eine ziemlich vollständige Übersicht der einschlägigen Arbeiten hat Mansion in den Bull. de l'Acad. royale de Belg., 2ème série, T. 44 geliefert.

[3] Serret, Cours de calcul integral, num. 666, pag. 431—433.

[4] „Note sur une équation etc." am sub [2] angeführten Orte.

[5] Für den Fall dreier gleicher Wurzeln der cubischen Gleichung (5) sind es die Systeme (10), (11), (12) dieser Arbeit.

Članki in razprave Franca Hočevarja

11. *Über die Wheatstonesche Brücke* (1882)
    O Wheatstonovem mostičku
12. *Über die Anwendung von exakten Methoden auf die analytische Geometrie der Ebene und zur Ableitung der goniometrischen Grundformeln* (1884)
    O uporabi eksaktnih metod v ravninski analitični geometriji in izpeljavi osnovnih formul goniometrije

13. *Bemerkungen zur Simpsonschen Methode der mechanischen Quadratur* (1884)
    Pripombe k Simpsonovi metodi mehanske kvadrature
14. *Über einige elementare Aufgaben der Approximationsrechnung* (1890)
    O nekaterih elementarnih nalogah približnega računanja
15. *Über die Konvergenz bestimmter Integrale mit unendlichen Grenzen* (1893)
    O konvergenci določenih integralov z neskončnimi mejami
16. *Das Associationsgesetz der unendlichen Reihen und Produkte* (1895)
    Asociativnostni zakon pri neskončnih vrstah in produktih

17. *Über den arithmetischen Unterricht im Obergymnasium* (1901)
    O pouku aritmetike na višjih gimnazijah
18. *Sur les formes décomposables en facteur linéaires — Über die Zerlegbarkeit algebraischer Formen in lineare Faktoren* (1904)
    O razcepnosti algebraičnih form na linearne faktorje
19. *Sind die Elemente der Infinitesimalrechnung an den Mittelschulen einzuführen oder nicht?* (1906)
    Ali prvine infinitezimalnega računa uvajati v srednje šole ali ne?

Članki in razprave Franca Hočevarja

20. *Über die Bestimmung der linearen Teiler einer algebraischen Form* (1907)
    O določanju linearnih deliteljev algebraične forme
21. *Über die Bestimmung der quadratischen Teiler algebraischer Formen* (1907)
    O določanju kvadratnih deliteljev algebraične forme
22. *Über den Zusammenhang zwischen den irreduziblen Teilern einer Form und einem linearen System ihrer Nullstellen* (1913)
    O relaciji med ireducibilnimi delitelji forme in linearnem sestavu njenih ničel.

1. V članku *Über die unvollständige Gammafunktion (K nepopolni funkciji gama)* je Hočevar našel razvoj nepopolne funkcije gama v vrsto. Ta je za pozitivni realni spremenljivki a in x definirana z integralom:

$$\gamma(a,x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t}\, dt. \tag{1}$$

Podintegralske funkcije pa ne integriramo po celotnem poltraku $(0,\infty)$ kot pri funkciji gama, ki je dana z integralom

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t}\, dt,$$

zato ji pravimo *nepopolna*. Integrala (1) se lotimo z metodo per partes:

$$\gamma(a,x) = \frac{1}{a} t^a e^{-t}\Big|_0^x + \frac{1}{a}\int_0^x t^a e^{-t}\, dt = \frac{1}{a} x^a e^{-x} + \frac{1}{a}\gamma(a+1,x).$$

Tako smo našli rekurzijo

$$\gamma(a,x) = \frac{1}{a}x^a e^{-x} + \frac{1}{a}\gamma(a+1,x).$$

Če jo uporabimo večkrat, najdemo razvoj v vrsto

$$\gamma(a,x) = \frac{1}{a}x^a e^{-x}\left(1 + \frac{x}{a+1} + \frac{x^2}{(a+1)(a+2)} + \dots\right),$$

ki je uporabna za majhne x in velike a.

2. Znano je, da je naravno število, ki je zapisano v desetiškem sistemu, deljivo z 11, če je alternirajoča vsota njegovih števk deljiva z 11. Hočevar je to pravilo v članku *Zur Lehre von der Teilbarkeit der ganzen Zahlen (K teoriji deljivosti celih števil)* posplošil na naravno število n, ki je zapisano v številskem sistemu s poljubno osnovo b:

$$n = a_r a_{r-1} \ldots a_2 a_1 a_0(b) = a_r b^r + a_{r-1} b^{r-1} + \ldots + a_1 b + a_0. \quad (2)$$

Pri tem so $a_r, a_{r-1}, \ldots, a_1, a_0$ števke števila n v številskem sistemu z osnovo b. Velja $0 \leq a_k < b$. V zapisu (2) razdelimo števke od desne proti levi v skupine po q števk:

$$\ldots |a_{3q-1} \ldots a_{2q+1} a_{2q}|a_{2q-1} \ldots a_{q+1} a_q|a_{q-1} \ldots a_1 a_0|.$$

Nato definiramo cela števila

$$m_0 = a_{q-1} \dots a_1 a_0(b),$$

$$m_1 = a_{2q-1} \dots a_{q+1} a_q(b), \quad m_2 = a_{3q-1} \dots a_{2q+1} a_{2q}(b), \dots$$

in alternirajočo vsoto

$$m = m_0 - m_1 + m_2 \pm \dots = \sum_{r \geq 0} (-1)^r m_r,$$

ki je tudi celo število.
Velja trditev: če število $b^q + 1$ deli m, potem $b^q + 1$ deli tudi n.

Dokažemo jo pa tako. Najprej je:

$$n = \sum_{k\geq 0} a_k b^k = \sum_{r\geq 0} \sum_{s=0}^{q-1} a_{qr+s} b^{qr+s} =$$

$$= \sum_{r\geq 0} b^{rq} \sum_{s=0}^{q-1} a_{qr+s} b^s = \sum_{r\geq 0} b^{rq} m_r.$$

Oglejmo si razliko:

$$n - m = \sum_{r\geq 1} m_r (b^{qr} - (-1)^r).$$

Za lihe indekse r, denimo $r = 2j + 1$, dobimo v členih zgornje vsote na desni strani faktorje $(b^q)^{2j+1} + 1$, ki se dajo razstaviti:

$$(b^q)^{2j+1} + 1 = (b^q + 1)P(b, q, j),$$

kjer je $P(b, q, j)$ celo število.
Za sode indekse r, denimo $r = 2j$, pa dobimo v členih vsote na desni strani faktorje $(b^q)^{2j} - 1$, ki se tudi dajo razstaviti:

$$(b^q)^{2j} - 1 = (b^{2q})^j - 1 = (b^{2q} - 1)Q(b, q, j) =$$

$$= (b^q + 1)(b^q - 1)Q(b, q, j),$$

kjer je $Q(b, q, j)$ neko celo število.

Torej je celo število $n - m$ deljivo z $b^q + 1$. Sedaj takoj spoznamo: če $b^q + 1$ deli m, potem deli tudi n.
Očitno za $b = 10$ in $q = 1$ dobimo kriterij deljivosti naravnega števila n z 11.

3. Franc Hočevar se je ukvarjal, kot smo že zapisali, tudi z diferencialnimi enačbami in sistemi diferencialnih enačb. V svojem prispevku *Zur Integration der Jacobi'schen Differentialgleichung* $L\,dx + M\,dy + N(x\,dy - y\,dx) = 0$ *(K integraciji Jacobijeve diferencialne enačbe* $L\,dx + M\,dy + N(x\,dy - y\,dx) = 0$*)* je podal eleganten zapis rešitve diferencialne enačbe

$$\frac{dx}{a_1x + b_1y + c_1 - x(a_3x + b_3y + c_3)} =$$

$$= \frac{dy}{a_2x + b_2y + c_2 - y(a_3x + b_3y + c_3)},$$

ki ima same realne koeficiente.

Uporabimo nekoliko modernejšo obravnavo. Avtor si je pomagal z matriko A, ki jo je priredil zgornji enačbi:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}.$$

V primeru, ko ima matrika A različne lastne vrednosti $\lambda_k, (k = 1, 2, 3)$, obstajajo linearno neodvisni lastni vektorji $v_k = [\alpha_k, \beta_k, \gamma_k]^t, (k = 1, 2, 3)$, in rešitev dane diferencialne enačbe v implicitni obliki, to se pravi njen integral, je

$$(\alpha_1 x+\beta_1 y+\gamma_1)^{\lambda_2-\lambda_3}(\alpha_2 x+\beta_2 y+\gamma_2)^{\lambda_3-\lambda_1}(\alpha_3 x+\beta_3 y+\gamma_3)^{\lambda_1-\lambda_2} = konst.$$

Avtor se ni izognil obravnavi primera, ko sta dve lastni vrednosti matrike A konjugirano kompleksni, in primerov, ko imamo dve ali vse tri lastne vrednosti matrike A med seboj enake. Ugotovil je tudi, da je integral obravnavane diferencialne enačbe algebraičen, če so realni deli vseh treh lastnih vrednosti matrike A med seboj enaki.

Tako obravnava Jacobijevo diferencialno enačbo Vjačeslav Vasiljevič Stepanov (1889–1950) (nemški prevod iz ruščine) s pripombo, da jo tako predava tudi Dmitrij Fjodorovič Egorov (1869–1931) na univerzi v Moskvi.

4. V članku *Über die Integration eines Systems simultaner Differentialgleichungen (O integraciji nekega sistema simultanih diferencialnih enačb)* se je Hočevar lotil sistema diferencialnih enačb

$$\frac{dx_1}{X_1 - x_1 X} = \ldots = \frac{dx_n}{X_n - x_n X} = \frac{dz}{X_{n+1} - zX},$$

kjer je X homogena funkcija poljubne stopnje h in $X_1, \ldots, X_{n+1}$ linearne homogene funkcije spremenljivk $x_1, \ldots, x_n, z$. Dokazal je, da se v primeru, ko je h celo število in

$$X = a_1 x_1^h + \ldots + a_n x_n^h + a_{n+1} z^h,$$

sistem da rešiti z integracijami do konca.

GODFREY (C.). See HOCEVAR (F.).

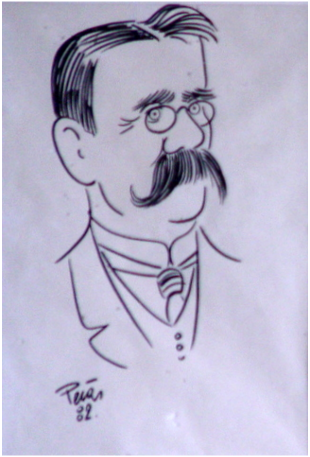
HOCEVAR (F.). Solid geometry; translated and adapted by C. Godfrey and E. A. Price. London and New York, Macmillan, 1903. 12mo. 6 + 80 pp. Cloth. $0.50

JIMÉNEZ RUEDA (C.). Programa de complementos de algebra y geometría. Madrid, Suárez, 1903. 8vo. 16 pp. (Universidad central.) Fr. 1.00

Močnik in Hočevar

Močnik in Hočevar sta odigrala pomembni vlogi . . .

Močnik in Hočevar



...v izobraževanju v okviru Avstro-Ogrske.

Hvala za vašo pozornost!