

Johannes Frischauf – matematik, geodet, astronom in alpinist

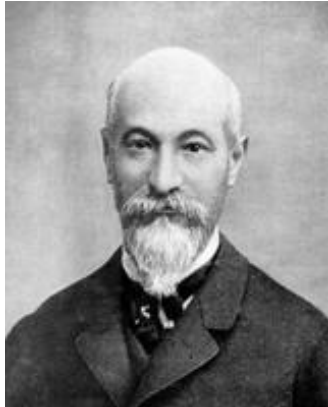
Seminar za zgodovino matematičnih znanosti

Marko Razpet

Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta

Ljubljana, 22. marec 2010

Johannes Frischauf – matematik, geodet, astronom in
alpinist



Johannes Frischauf (1837–1924)



Slap Rinka – Logarska dolina



Frischaufov dom na Okrešlju – 1378 m

- R. Rosner, *Scientists and Mathematicians in Czernowitz University*, 2nd International Conference of the European Society for the History of Science, Cracow, September 2006.
- R. Tichy, J. Wallner, *Johannes Frischauf – eine schillernde Persönlichkeit in Mathematik und Alpinismus*. Internat. Math. Nachrichten Nr. 210 (2009), 21–32.
- *Slovenski biografski leksikon* (besedilo Joža Glonar)
- *Österreichisches Biographisches Lexikon 1815–1950*
- Svetovni splet
- I. Vidav, *Josip Plemelj: ob stoletnici rojstva*, DZS, Ljubljana 1973

R. Rosner, Ignaz Lieben Gesellschaft, Dunaj.

R. Tichy, J. Wallner, profesorja na TU Gradec

Frischauf Johannes, Mathematiker, Astronom und Alpinist. * Wien, 17. 9. 1837; † Graz, 7. 1. 1924. Stud. in Wien Mathematik und Physik bei Moth und Petzval, Chemie bei Schrötter, 1861 Dr. phil.; 1863 Priv. Doz. für Mathematik an der Univ. Wien und Ass. an der Sternwarte, 1866 ao. Prof. für Mathematik in Graz, 1867–1906 o. Prof. Gestaltete das Gaußsche Verfahren der Berechnung trigonometr. Messungen aus, schuf eine neue, für topograph. Karten grundlegende Kartenentwurfslehre und fand das allgemeine Abbildungsgesetz. Verfaßte auch mehrere Wanderbücher für steirische Gebiete und erwarb sich große Verdienste um die Touristik in Slowenien und Kroatien.

W.: Lehrbuch der Allg. Arithmetik für Mittelschulen, 4. Aufl. 1881; Theorie der Bewegung der Himmelskörper um die Sonne, 1868; Elemente der absoluten Geometrie, 1876; Elemente der Geometrie, 2. Aufl. 1877; Die Sannthaler Alpen, 1877; Grundriß der theoret. Astronomie und der Geschichte der Planetenbahnen, 3. Aufl. 1922; Vorlesungen über Kreis- und Kugelfunktionen, 1897; etc. Vgl. CSP. 2, 7, 9 und 15.

L.: *Österr. Z. f. Vermessungswesen*, 1917; *Z. f. Vermessungswesen* Bd. 53, 1924; *Vierteljahrsschrift der Astronom. Ges.*, 59, 69; *Poggendorff* 3, 4, 6.

Friesach Karl, Astrophysiker und Mathematiker. * Wien, 26. 12. 1821; † Graz, 10. 7. 1891. Stud. seit 1841 an der Univ. Wien, 1846 Dr.phil.; focht 1848/49 bei Novara, Oblt. im Generalstab; 1852 Prof. für Mathematik an der Marineakad. in Triest, 1854 Hptm. 1856–61 bereiste er England, Nord- und Südamerika und wirkte seit 1867 als Priv. Doz., seit 1869 als ao. Prof. für Mathematik an der Univ. Graz. Arbeitete über Astronomie und Potentialtheorie.

W.: Beschreibung einer Tabelle zur Erleichterung der Schifffahrt im größten Kreise, in: Sbb. Wien, 1866; Über den Einfluß des den Schall fortplanzenden Mittels auf die Schwingungen eines tönenden Körpers, ebenda, 1868; Theorie der Planetenvorübergänge vor der Sonnenscheibe, 1874; etc. Vgl. CSP 2, 7, 9, 15.

L.: *Globus* Bd. 60, S. 144; *Vierteljahrsschrift der Astronom. Ges.* 26, 1891, S. 171; *Leopoldina* 27, 1891; *Poggendorff* 3, 4.

Kratek Friesachov življenjepis

Glavni življenjski mejniki Johannes Frischaufa

- 1837 - rojen na Dunaju
- 1857 - vpis na dunajsko univerzo
- 1861 - doktorat pri J. Petzvalu (1807–1891) in F. Mothu (1802–1879); sistematično raziskovanje planinskega sveta
- 1863 - asistent v zvezdarni in privatni docent za matematiko na dunajski univerzi
- 1866 - izredni profesor za matematiko na graški univerzi, kot matematik nasledi E. Macha (1838–1916), ki se posveti fiziki
- 1867 - redni profesor
- 1868 - prvi obisk v Savinjskih alpah
- 1872 - konflikt zaradi neizpolnjevanja polnih učiteljskih obveznosti

Glavni življenjski mejniki Johannesa Frischaufa

- 1873 - pri Frischaufu doktorira Gustav von Escherich, Plemljev mentor
- 1874 - Hrvatsko planinarsko društvo
- 1877 - na Dunaju izide njegova knjiga *Die Sannthaler Alpen* (*Savinjske alpe*)



Gustav von Escherich

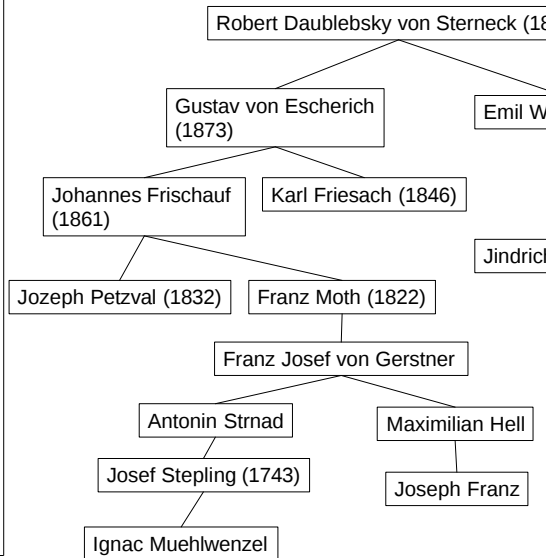
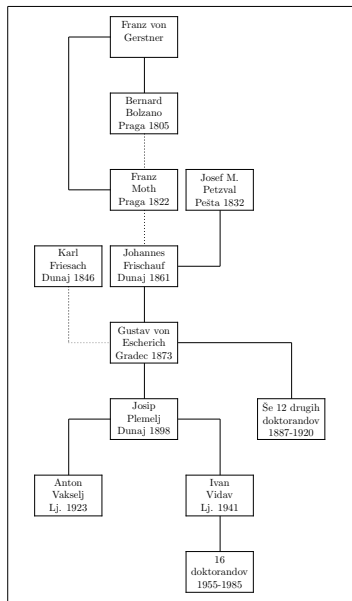
Glavni življenjski mejniki Johanna Frischaufa

- 1882/83 - dekan filozofske fakultete
- 1893 - ustanovljeno Slovensko planinsko društvo, Frischauf član
- 1894 - začetek sporov z geografom Eduardom Richterjem (1847–1905)
- 1899 - pričetek prerekanja po časopisih, Richter postane rektor, sproži disciplinski postopek proti Frischaufu
- 1906 - upokojitev
- 1924 — Frischaufova smrt v Gradcu

7. V prisotnosti zastopnikov oblasti je bila v restavraciji »Zvezda« otvorena strokovna nadaljevalna šola gostilniške in kavarniške obrti. Začetni tečaj bo obiskovalo okoli 30 vajencev. — V Gradcu je umrl upokojeni univ. prof. Johannes Frischauf, po rodu Nemec, a vnet prijatelj Slovencev in idejni oče »Slovenskega planinskega društva«.

Zabeležka o Frischaufovi smrti

Odlomka iz doktorskih rodovnikov



- Piaristengymnasium – prva tri leta
- Schottengymnasium — preostala gimnazijska leta
- Akademisches Gymnasium – matura
- izredni slušatelj na Politehniki (predhodnica TU Wien) – kot osmošolec – pri analitični geometriji v prostoru
- na univerzi študira matematiko in fiziko (glavna predmeta), na tehniški visoki šoli pa geodezijo in kemijo

- velike zasluge za uvedbo matematike na graški univerzi
- predavanje iz infinitezimalnega računa, teorije števil, geometrije, funkcijske teorije
- predavanje iz izbranih poglavij teoretične astronomije in geodezije
- skrb za bodoče učitelje, priprava učbenikov iz aritmetike in geometrije
- matematični seminar, ki postane reden leta 1895

- Gustav von Escherich (1849–1935); rojen v Mantovi, doktorska tema: *Die Geometrie auf Flächen konstanter negativer Krümmung*, – 2. Karl Friesach
- Konrad Zindler (1866–1934); rojen v Ljubljani; doktorska tema: *Zur Theorie der Netze und Konfigurationen* – 2. Victor Dantscher von Kollesberg

Okoli 2940 dokumentiranih Frischaufovih doktorskih potomcev

- Wilhelm Wirtinger (1865–1945), dr. 1887: *Über eine spezielle Tripelinvolution in der Ebene* – 1. Emil Weyr
- Alfred Tauber (1866–1942), dr. 1888: *Über einige Sätze der Gruppentheorie* – 2. Emil Weyr
- Robert Daublebsky von Sterneck (1871–1928), dr. 1893: *Zur Theorie der zahlentheoretischen Ableitungen* – 2. Emil Weyr
- Karl Carda (1870–1943), dr. 1894: *Zur Theorie der algebraischen Funktionen auf einer zweiblättrigen Riemannschen Fläche* – 1. Emil Weyr

Emil Weyr (1848–1894) – doktorat v Pragi 1870

- James Pierpont (1866–1938), dr. 1894: *Zur Geschichte der Gleichung fünften Grades bis zum Jahre 1858* – 1. Leopold Gegenbauer
- Josip Plemelj (1873–1967), dr. 1898: *Über lineare homogene Differentialgleichungen mit eindeutigen periodischen Koeffizienten*
- Hans Hahn (1879–1934), dr. 1902: *Zur Theorie der zweiten Variation einfacher Integrale*
- Heinrich Tietze (1880–1964), dr. 1904: *Funktionalgleichungen, deren Lösungen keiner algebraischen Differentialgleichung genügen*
- Friedrich Rulf (1884–1918), dr. 1906: *Grundlagen der Geometrie im Bündel*

Leopold Gegenbauer (1849–1903) – študiral na Dunaju in v Berlinu (pri Weierstraßu in Kroneckerju)

- Karl Mayr (1884–1940), dr. 1910: *Über Relativdifferenten und Diskriminanten von Relativkörpern* – 1. Franz Carl Josef Mertens
- Johann Radon (1887–1956), dr. 1910: *Über das Minimum des Integrals $\int_{s_1}^{s_2} F(x, y, \vartheta, \kappa) ds$*
- Franz Knoll (1892–1982), dr. 1919: *Invariante Beziehungen zwischen den Koeffizienten der ersten und dritten Fundamentalform einer Fläche*
- Leopold Vietoris (1891–2002), dr. 1920: *Stetige Mengen* — 2. Wilhelm Wirtinger

Franz Carl Josef Mertens (1840–1927) – doktoriral 1865 pri Kummerju in Weierstraßu

Okoli 3370 dokumentiranih Escherichovih doktorskih potomcev

UNIVERSITY OF VIENNA.—By Professor G. VON ESCHERICH : Definite integrals, five hours ; Proseminar, one hour ; Seminar, two hours. — By Professor F. MERTENS : Differential and integral calculus ; Proseminar, one hour ; Seminar, two hours. — By Professor G. KOHN : Analytic geometry, four hours, with exercises, one hour ; Curves and surfaces of the third order, two hours. — By Dr. A. TAUBER : Theory of functions, four hours ; Mathematics of insurance, four hours. — By Dr. E. BLASCHKE : Introduction of mathematical statistics, II, three hours. — By Dr. R. DAUBLEBSKY VON STERNECK : Division of the circle, and Kummer's numbers, two hours. — By Dr. K. CARDA : Differential geometry, two hours. — By Dr. J. PLEMELJ : Theory of numbers, two hours. — By Dr. GRÜNWALD : Fourier's series and integrals, one hour.

Univerza na Dunaju

UNIVERSITY OF GRAZ. — By Professor J. FRISCHAUF: Higher analysis, three hours ; Theory of numbers, two hours ; Seminary, Quaternions with astronomical applications, two hours. — By Professor V. DANTSCHER: Analytic and projective solid geometry, five hours ; Seminar, two hours. — By Professor J. STREISSLER: Descriptive geometry, three hours.

Univerza v Gradcu

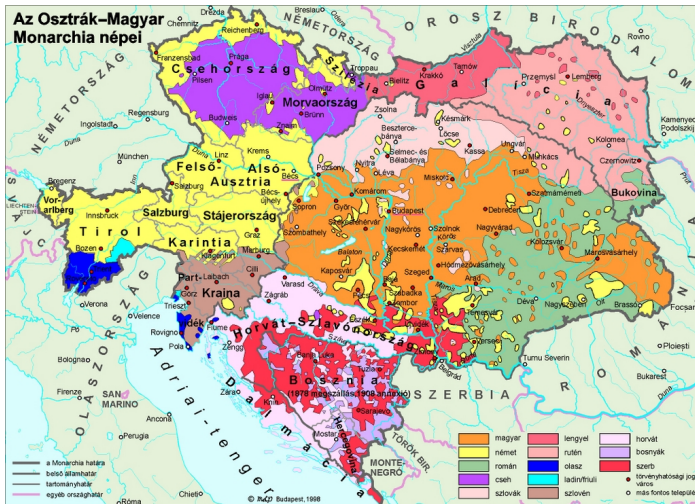
UNIVERSITY OF PRAGUE.—By Professor G. PICK: Functions of a complex variable, three hours ; Theory of numbers, two hours ; Seminar, two hours. — By Professor J. A. GMEINER : Differential calculus, three hours ; Space curves and surfaces, two hours. — By Dr. W. WEISS : Projective geometry, two hours.

Univerza v Pragi

UNIVERSITY OF INNSBRUCK. — By Professor OTTO STOLZ: Differential and integral calculus, four hours; Arithmetic, II, complex numbers, one hour; Theory of functions (Weierstrass), one hour. — By Professor W. WIRTINGER: Theory of numbers, three hours; Elliptic functions, two hours; Seminar, two hours. — By Professor K. ZINDLER: Descriptive geometry, four hours.

Univerza v Innsbrucku

Avstro-Ogrska



Poselitev po narodnostih



Univerza v Černovicah, ustanovljena leta 1875

Černivci (ukr.) — Černovci (rus.) — Czerniowce (pol.) —
Czernowitz (nem.) — Cernăuți (rom.)



Pisana narodnostna struktura

MATHEMATICS

Name	University of Education	University of Habilitation	Call to Czernowitz	Time in Czernowitz	University after Czernowitz
L.Gegenbauer	Univ.Vienna	Univ. Vienna	1875	4 years	Innsbruck
G.v.Escherisch	Univ. Graz	Univ. Graz	1879	3 years	T.H.Graz
Adolf Migotti	T.H.Vienna Heidelberg	T.H.Vienna	1883	4 years	died
Anton Puchta	Univ.Prague, Munich	Univ.Prague	1887	16 years	died
R.Sterneck	Univ.Vienna	Univ Vienna	1904	3 years	Univ.Prague
J. Plemelj	Univ.Vienna	Vienna, Berlin, Göttingen	1907	10 years	(Ljubljana)
E. Kruppa	T.H.Graz	Czernowitz	1911	7 years	(TH. Graz)
Hans Hahn	Univ.Vienna	Univ. Vienna	1909	6 years	Univ.Bonn

Nekaj znanih imen



Glavna železniška postaja v Černovicah leta 1900



Austria — mogočen spomenik avstrijskemu prodiranju na Vzhod
— okoli leta 1880



Imenik in koledar, ko je bil Plemelj v Černovicah



“Chernowitz, auf halbem Weg zwischen Kiew und Bukarest, Krakau und Odessa, war die heimliche Hauptstadt Europas, wo die Bürgersteige mit Rosensträussen gefegt wurden und es mehr Buchhandlungen gab als Bäckereien” .
Literatur-Café Czernowitz. 2008

Nostalgischen spomin na slavne čase



Severni del mesta

Bestimmung der Bahn des Cometen II. 1863. Von Herrn Dr. J. Frischauf.

(Auszug aus einer der k. k. Akademie der Wissenschaften in Wien vorgelegten Abhandlung.)

Aus 91 Beobachtungen bildete ich mir mit Hülfe der von Herrn Oppolzer in № 1431 der Astr. Nachr. angegebenen Elemente folgende auf das mittlere Aequinoctium 1863,0 bezogene Normalorte:

	M. Greenw. Zt.	Mittl. AR	Mittl. Decl.	Z. d. B.
I.	April 16,0	307° 57' 6"8	+ 6° 34' 28"5	20
II.	Mai 2,0	298 53 33,6	+51 23 31,7	10
III.	„ 19,0	239 38 39,4	+79 52 32,0	16
IV.	Juni 19,0	165 33 13,4	+67 21 44,7	11
V.	Juli 20,0	165 59 0,4	+59 42 17,2	12
VI.	Aug. 15,0	170 42 38,1	+56 53 17,9	8
VII.	Oct. 6,0	183 1 49,0	+58 13 10,1	9
VIII.	Nov. 12,0	191 46 51,5	+65 26 23,2	5

Bevor mir alle Beobachtungen, aus denen obige Normalorte gebildet wurden, zu Gebote standen, hatte ich mir folgendes Elementensystem abgeleitet:

$T = \text{April } 4,90798 \text{ mittl. Greenw. Zt.}$

$\log q = 0,028608$

$\pi = 255^\circ 15' 48''3$

$\Omega = 251 \ 15 \ 36,9$ mittl. Aeq. 1863,0.

$i = 112 \ 37 \ 46,4.$

Die Normalorte werden im Sinne Beobachtung-Rechnung dargestellt:

	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I.	-4"4,	+5"4
II.	-6,4	+7,1
III.	-0,8	-5,3
IV.	+3,0	+1,6
V.	+8,9	-0,2
VI.	+9,1	-3,5
VII.	+0,3	-0,5
VIII.	+7,4	-4,8

Für diese Oerter erhielt ich folgende Differentialformeln:

Für $d\alpha \cos \delta$:

+1,8713 dT	-0,5474 $d \log q$	-0,1931 di	+0,9205 $d\Omega$	-0,2654 $d\pi$	= -4"4
+1,1886	-0,5589	-0,5669	+0,5675	+0,1028	-6,4
+1,0802	+0,1329	-1,1019	+1,1439	-0,3156	-0,8
+0,7249	+0,4334	-0,1696	+1,0486	-0,7262	+3,0
+0,6426	+0,3705	-0,1616	+1,0226	-0,7362	+8,9
+0,5972	+0,3453	-0,2212	+1,0186	-0,7540	+9,1
+0,5408	+0,3214	-0,4034	+0,9773	-0,7975	+0,3

Izsek iz astronomskega prispevka

Unfortunately, the book is defaced by a large number of misprints. This appears to be due to lack of good proof-reading, as, for the most part, these misprints do not occur in the earlier editions. The principal errors are in accents, but we have also noted quotients inverted, factors omitted, signs wrong, etc. Equations are often split awkwardly between two lines. The book is well worth a new edition, and it is hoped that these faults will be removed, as they much detract from the value of a book of this kind. The paper is not very good. J. J.

Precej huda kritika

Zweites Buch. Unendlicher Raum.

Erster Abschnitt. Parallelen-Axiom und euclidische Geometrie.*

Das geradlinige Dreieck.

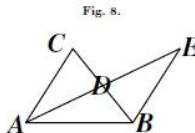
20.

1) Man kann jedes Dreieck ABC in ein flächengleiches ABE verwandeln, in welchem die Summe der Winkel A und E gleich dem Winkel A des gegebenen Dreiecks ABC ist.

Verbindet man die Mitte D der Seite BC mit dem Punkt A und macht die Verlängerung $DE = AD$, so ist

$$\triangle ADC \cong \triangle EDB;$$

addirt man dazu das Dreieck ABD , so erhält man den obigen Satz.



Del besedila iz učbenika

$$f(\vartheta, \varphi) = \sum_{n=0}^{n=8} \frac{2n+1}{4\pi} \iint f(\vartheta', \varphi') P_n(\cos \omega) \sin \vartheta' d\vartheta' d\varphi'$$

folgt. Die Doppelintegrale werden über die ganze Kugelfläche erstreckt.

Die Ableitung dieser Formel ist aber nicht strenge, weil die Convergenz der Reihenentwicklung von V_i und V_a für $\varrho = 1$ nicht nachgewiesen wurde, und selbst, wenn dies der Fall wäre, so würde daraus nicht die Convergenz der Differentialquotienten dieser Functionen für $\varrho = 1$ folgen.

Zur Begründung dieser Formel, welche die Entwicklung einer Function $f(\vartheta, \varphi)$ in eine Kugelfunctionenreihe enthält, wird analog wie in Art. 6 und 22 der umgekehrte Weg eingeschlagen*).

Del besedila iz predavanj

Krožne in krogelne funkcije

Das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

lässt sich auf folgende Arten bestimmen.

I. Man zerlege das Integral in Theile mit dem Grenzenintervalle π und setze im Theile

$$\int_{r\pi}^{(r+1)\pi} \frac{\sin x}{x} dx$$

$x = r\pi + z$, wenn r gerade, $x = (r+1)\pi - z$, wenn r ungerade ist; es wird dann

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \int_0^{\pi} f(z) \sin z dz,$$

$$f(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{2\pi - z} + \frac{1}{2\pi + z} - \dots$$

Differenzirt man den Logarithmus von

$$\sin z = z \left(1 - \frac{z}{\pi}\right) \left(1 + \frac{z}{\pi}\right) \left(1 - \frac{z}{2\pi}\right) \left(1 + \frac{z}{2\pi}\right) \dots,$$

so erhält man

$$\cot z = \frac{1}{z} - \frac{1}{\pi - z} + \frac{1}{\pi + z} - \dots,$$

also $f(z) = \frac{1}{2} \cot \frac{z}{2}$ und

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \sin z \cot \frac{z}{2} dz = \int_0^{\pi} \cos \frac{z}{2} dz = \frac{\pi}{2}.$$

Del besedila iz dodatka

- ① *Über die Bahn der Asia*, Sitz. Berichte Kais. Akad. Wiss. Wien, Mat.-nat. Cl. **45** (1862), 435-442.
- ② *Über die Bahn der Asia*, Astron. Nachr. **57** (1862), 251-252.
- ③ *Integration der linearen Partialgleichungen mit drei Veränderlichen*, Sitz. Berichte Kais. Akad. Wiss. Wien, Mat.-nat. Cl. **51** (1865), 317-330.
- ④ *Über die Berührungsaufgabe für die Kugel*, Sitz. Berichte Kais. Akad. Wiss. Wien, Mat.-nat. Cl. **52** (1865), 222-237.
- ⑤ *Bahnbestimmung des Planeten 67 Asia*, Sitz. Berichte Kais. Akad. Wiss. Wien, Mat.-nat. Cl. **53** (1866), 96-141.

- ⑥ *Studien aus der Zahlentheorie: I. Theorie der Kreistheilung II. Beitrag zur Theorie der Pell'schen Gleichung*, Sitz. Berichte Kais. Akad. Wiss. Wien, Mat.-nat. Cl. **55** (1867), 113-121, 121-124.
- ⑦ *Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik für Mittelschulen. Im Anschlusse an E. Heis' Beispielsammlung bearbeitet*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1868, IV+89 S.
- ⑧ *Entwicklung der Eigenschaften collinearer Figuren*, Mitt. Naturw. Verein f. Stmk. **2** (1869), 85-88.
- ⑨ *Theorie der Bewegung der Himmelskörper um die Sonne nebst deren Bahnbestimmung in elementarer Darstellung*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1868, 50 S.
- ⑩ *Elemente der Geometrie*, 2. ed., Leuschner & Lubensky, Graz, 1870, V+159 S.

- 11 *Die geometrischen Constructionen von Mascheroni und Steiner*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1869, 23 S.
- 12 *Über die Reformation der theoretischen Astronomie durch Kepler*, Ver. Naturw. Kennt. Schriften **9** (1869), 141-158.
- 13 *Einleitung in die analytische Geometrie*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1871, 63 S.
- 14 *Theorie der räumlichen Strahlbüschel*, Z. Math. Physik **16** (1870), 159-162.
- 15 *Grundriss der theoretischen Astronomie und der Geschichte der Planetentheorien*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1871, xvi+159S.

- 16 *Zum Gebrauche der Zahlentafeln*, Z. Math. Physik **16** (1870), 178-179.
- 17 *Absolute Geometrie nach Johann Bolyai*, Teubner, Leipzig, 1872, 96 S.
- 18 *Elemente der absoluten Geometrie*, Teubner, Leipzig, 1876, 142 S.
- 19 *Erwiderung auf Herrn F. Pietzker's Anzeige meiner "Elemente der absoluten Geometrie" in der Jenaer Literaturzeitung, mit Rücksicht auf die Bemerkungen desselben in dieser Zeitschrift VII. 469ff*, Zeitschrift math. naturw. Unterr. **8** (1877), 222-223.
- 20 *Elemente der Geometrie*, 2ed., Teubner, Leipzig, 1877, 164 S.

- 21 *Übungen zu den Elementen der Geometrie*, Graz, 1877, 15 S.
- 22 *Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik. Größenlehre*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1881, 143 S.
- 23 *Beweis des Zonengesetzes*, Groth, Ztschr. Kryst **31** (1881), 280.
- 24 *Einleitung in die analytische Geometrie*, 2. ed., Leuschner & Lubensky, Graz, 1880, 64 S.
- 25 G. Frischauf, *Introduzione alla geometria analitica*, A. Hölder, Wien, 1883, Traduzione da F. Postel.

- 26 *Beitrag zur Theorie der Potentialfunction*, Z. Math. Physik **31** (1886), 252-253.
- 27 *Der Höhenwinkel mit Rücksicht auf die Abplattung*, Mitt. Naturw. Verein f. Stmk. (1898), 190-193.
- 28 *Theorie der Kugelfunctionen*, Mitt. Naturw. Verein f. Stmk. **23** (1886), 19-24.
- 29 *Convergenz der Kugelfunction-Reihen*, Mitt. Naturw. Verein f. Stmk. **23** (1886), 3-18.
- 30 *Zur Theorie der Bewegung der Himmelskörper*, Astron. Nachr. **125** (1890), 61-64.

- 31 *Über Riemann's punktirt unstetige Function*, Z. Math. Physik **34** (1890), 193-198.
- 32 *Einleitung in die analytische Geometrie*, 3. ed., Leuschner & Lubensky, Graz, 1871, 76 S.
- 33 *Zur Theorie der Kugelfunctionen*, J. Reine Angew. Math **107** (1890), 87-88.
- 34 *Zur Affinität*, Zeitschriftf. Realschulwesen (1891), 3 S.
- 35 *Beiträge zur Geschichte und Constuction der Karten-Projectionen*, Leuschner & Lubensky, 1891, 14 S.

- 36 *Die Affinität unendlich kleiner Räume als allgemeines Abbildungsgesetz*, Zeitschrift f. Realschulwesen (1892), 3 S.
- 37 *Zur Genauigkeit interpolierter Zahlen*, Astron. Nachr. **130** (1892), 123-126.
- 38 *Zum Rechnen mit unvollständigen Zahlen*, Zeitschrift math. naturw. Unterr. **26** (1895), 161-172.
- 39 *Anzahl der Variationen zu bestimmten Summen*, Zeitschrift f. Realschulwesen (1896), 6 S.
- 40 *Vorlesungen über Kreis- und Kugelfunctionenreihen*, B. G. Teubner, Leipzig, 1897, VI+60 S.

- ④① *Bemerkungen zu C. S. Peirce: Quincuncial projection*, American J. Math. **19** (1897), 381-382.
- ④② *Theorie projectivischer Strahlenbüschel*, Zeitschrift f. Realschulwesen (1898), 3 S.
- ④③ *Über die Aufnahme der absoluten (nicht-euklidischen) Geometrie in den höheren Unterricht*, Zeitschrift math. naturw. Unterr. **33** (1902), 185.
- ④④ *Über das Integral der Differentialgleichung $xy'' + y' + xy = 0$* , J. Reine Ange. Math. **125** (1903), 299-300.
- ④⑤ *Die Kubatur des Tetraeders*, Math. és term. értesítő **21** (1903), 309-312.

- 46 *Das Rechnen mit Vektoren*, Zeitschrift math. naturw. Unterr. **35** (1904), 249-256.
- 47 *Ableitung der Gleichgewichtsbedingungen eines starren Punktsystems aus dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten und aus der Starrheit*, Festschrift Ludwig Boltzmann (S. Meyer, ed.), Barth, Leipzig, 1904, pp. 1-3.
- 48 *Grundriß der theoretischen Astronomie und der Geschichte der Planetentheorien*, 2. ed., W. Engelmann, Leipzig, 1903, XV+199 S.
- 49 *Die Kubatur des Tetraeders*, Math. naturw. Ber. aus Ungarn **20** (1905), 92-95.
- 50 *Die Abbildungslehre und deren Anwendung auf Kartographie und Geodäsie*, Zeitschrift math. naturw. Unterr. **36** (1905), 393-402, 477-497.

- 91 *Die Gauß-Gibbssche Methode der Bahnbestimmung eines Himmelskörpers aus drei Beobachtungen. Mit einem Anhang zum "Grundriß der theoretischen Astronomie", W. Engelmann, Leipzig, 1905, V+47 S.*
- 92 *Zum Rechnen mit unvollständigen Zahlen, Zeitschrift f. Realschulwesen* **32** (1907), no. 7, 15 S.
- 93 *Zur Verlässlichkeit der 21-stelligen Tafeln von Steinhauser, Astron. Nachr.* **174** (1907), no. 4163, 173-174.
- 94 *Zur Abbildungslehre und deren Anwendung auf Landesaufnahme, Zeitschrift f. Vermessungswesen* **37** (1908), 225-240.
- 95 *Zur Abbildung des Erdsphäroids, Zeitschrift f. Vermessungswesen* **37** (1908), 326-330.

- 96 *Zur Wahl der Projektion für Karten großen und mittlern Maßstabs*, Petermanns Mitt. **43** (1908), no. 7, 161-163.
- 97 *Zur Berechnung sphäroidischer Dreiecke*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **37** (1908), 534-539.
- 98 *Zur Abbildung der Flächen*, Osterr. Zeitschrift f. Vermessungswesen (1909), 12.
- 99 *Zur Gaußschen sphäroidischen Geometrie*, Osterr. Zeitschrift f. Vermessungswesen (1909), 12.
- 90 *Das Hilfsdreieck der Abbildung der Kugel auf der Ebene*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **39** (1910), 473-484, 499-500.

- ❶ *Zur Polyederprojektion*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **38** (1910), 515-516.
- ❷ *Die Polyederprojektion*, Petermanns Mitt. **56-2** (1910), no. 1, 29-30.
- ❸ *Neutriangulierung in Österreich*, (19??).
- ❹ *Zur Netzkonstruktion topographischer Übersichtskarten*, (19??).
- ❺ *Zwei Aufgaben der höheren Geodäsie*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **40** (1911), 205-222.

- 66 *Zur Berechnung der Konstanten des Besselschen Erdsphäroids*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **41** (1912), 689-694.
- 67 *Die Hauptaufgabe der höheren Geodäsie*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **41** (1912), 169-184, 201-212.
- 68 *Berichtigung eines Druckfehlers von Gauß: "Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **41** (1912), 150-151.
- 69 *Die mathematischen Grundlagen der Landesaufnahme und Kartographie des Erdsphäroids*, Konrad Wittwer, Stuttgart, 1913, 192 S.
- 70 *Erwiderung. Ebenda* , 543-545. *Polemik über den vorjährigen gleichbetitelten Aufsatz von Frischauf*, F. d. M. **43** (1913), 1065.

- 71 *Verlauf der geodätischen Linie auf dem Erdsphäroid*, Osterr. Zeitschrift f. Vermessungswesen **12** (1914), 97-102.
- 72 *Zum kartographischen Bilde des Groß-und Parallel-Kreises*, Zeitschrift f. Vermessungswesen **43** (1914), 1-15.
- 73 *Beiträge zur Landesaufnahme und Kartographie des Erdsphäroids*, B. G. Teubner, Leipzig, 1919, VIII+200 S.
- 74 *Grundriß der theoretischen Astronomie und der Geschichte der Planetentheorie*, 3. ed., W. Engelmann, Leipzig, 1922, XVI+248 S.

- 75 *Hochthor bei Johnsbach*, Jahrbuch Steir. Gebirgsverein (1873), 41.
- 76 *Reichenstein bei Admont*, Jahrbuch Steir. Gebirgsverein (1873), 54.
- 77 *Gebirgsführer durch Steiermark, Kärnten, Krain und die angrenzenden Theile von Österreich, Salzburg und Tirol*, Graz, 1873, 107 S.
- 78 *Gebirgsführer durch Steiermark, Kärnten, Krain*, Graz, 1874, 182 S.
- 79 *Bergtouren im kroatischen Grenzlande*, Verlag d. Österr. Touristen-Club, Wien, 1875.

- 80 *Tabellen zur Berechnung barometrischer Höhenmessungen*, Hölder, Wien, 1877, hrsg. v. Österr. Touristen-Club, XIII+15 S.
- 81 *Gebirgsführer durch die Österreichischen Alpen und angrenzenden Theile von Bayern, Italien und Montenegro*, 3 ed., Verlag d. Österr. Touristen-Club, 1883, 274 S.
- 82 *Die Sannthaler Alpen*, Brockhausen und Bräuser, Wien, 1877, viii+284 S.
- 83 *Ein Ausflug auf den Monte Baldo*, Touristen-Führer, No. 11, Verlag d. Österr. Touristen-Club, Wien, 1883, iv+34 S.
- 84 A. Zoff, J. Frischauf, *Panorama vom Brandriedel (1724 m) bei Schladming*, Sektion Austria des D.Ö.A.V., Wien, 1882, gez. von A. Zoff, Text v. Frischauf, 2Kt., Leporello.

- 85 *Ennsthaler Alpen & steirisches Salzkammergut*, Steirische Wanderbücher, Graz, 1883, 102 S.
- 86 *Oberes Murthal*, Steirische Wanderbücher, Graz, 1884, 84S .
- 87 *Zum Panorama der Rosetta 2810 m*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **15** (1884), 272-274.
- 88 *Untersteiermark*, Steirische Wanderbücher, Graz, 1885, 107 S.
- 89 *Dosso del Sabbione, 2096 m*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **16** (1885), 399-400.

- 90 *Der Speikboden, 2519 m, bei Taufers*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **17** (1886), 311-312.
- 91 *Der Sonnblick in der Rauris*, 3090 m, Zeitschrift D.Ö.A.V. **18** (1887), 317-321.
- 92 *Wanderung in den italienischen Bergen*, Touristen-Führer, No. 22, Verlag d. Österr. Touristen-Club, Wien, 1887, 50 S.
- 93 *Das Hohe Rad 2912 m*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **19** (1888), 238-242.
- 94 *Die Insel Arbe. Aus dem Velebit*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **19** (1888), 285-306.

- 95 *Das Uskoken-Gebirge*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **21** (1890), 419-429.
- 96 *Auf Cherso*, Mitt. D.Ö.A.V. **21** (1890), Nr. 12, Wien, 11 S.
- 97 *Klimatischer Curort und Seebad Cirkvenica*, Graz, 1891, 64 S.
- 98 *Aus den Schladminger Tauern*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1892, 80 S.
- 99 *Das Panorama als Hilfsmittel der Geographen*, Stuttgart, 1892, 12 S.
- 100 *Beitrag zur Bestimmung der Sichtbarkeit von Punkten*, Zeitschrift D.Ö.A.V. **14** (1893), 98-100.

- 101 *Das Höhenmessen mit dem Siedethermometer*, Öst. Alpenz. (1894), 3+2 S.
- 102 *Die Erschliessung der Sannthaler Alpen*, Graz, 1895, Festschrift anlässlich des Strassenbaues im oberen Sannthale. 36 S.
- 103 *Krakau bei Murau*, Steirische Sommerfrischen, vol. 1, Leuschner & Lubensky, Graz, 1896, Hrg. vom Steirischen Gebirgsvereine, 43 S.
- 104 *Die Kreuzer-Alpe bei Stein*, Verlag des Verfassers, (1877–1900), 9 S.

- 105 A. Warsberg, *Eine Wallfahrt nach Dodona*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1893, aus dem Nachlasse hrsg. von Johannes Frischauf. VII+151 S.
- 106 J. Frischauf, Graber und Klemensiewicz, *Tageblatt der 48. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Graz 1875*, Leuschner & Lubensky, Graz, 1876, X+289 S.
- 107 C. F. Gauß, *Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie*, Ostwalds Klassiker, vol. 177, W. Engelmann, Leipzig, 1910, Hrsg. von J. Frischauf.
- 108 J. Soldner, *Theorie der Landesvermessung*, Ostwalds Klassiker, vol. 184, W. Engelmann, Leipzig, 1911, Hrsg. von J. Frischauf.

- 109 *Zum Schutze der Heimatskunde*, Grazer Volksblatt **156** (1891).
- 110 *Eine Alpenstraße zwischen Sann und Vellach*, Selbstverlag, Graz, 1902.
- 111 *Der Alpinist und Geograph Eduard Richter*, Schwentner, Laibach, 1905, 32 S.
- 112 *Zum Geschick meiner Broschüre "Der Alpinist und Geograph Eduard Richter"*. Beleuchtet v. Johannes Frischauf, Schwentner, Laibach, 1907, 26 S.
- 113 *Zur Enthüllung des Eduard Richter-Denkmal in Salzburg*, St. Cyrillus-Buchdruckerei, Marburg, 1907, 15 S.
- 114 *Bestimmung des Lebendgewichtes der Tiere durch Messung*, Landw. Jahrbücher 39 (1910), 373-396.

- 115 A. Aigner, *Das Fach Mathematik an der Universität Graz*, Publikationen aus dem Archiv der Universität Graz, vol. 15, 1985.
- 116 O. Gratzky, *Sannthaler oder Steiner Alpen?*, Graz, Selbstverlag, 1891, 8 S.
- 117 *Grazer Tagblatt*, 6. 7. 1899, Abendausgabe, S. 1.
- 118 F. Kocbek, *Dr. Johannes Frischauf – v proslavo njegove 70-letnice*, Celje, Savinjska podružnica S.P.D., 1907, 48 str.
- 119 *Interpellation der Abgeordneten Vinko Ježovnik, Franz Roblek, Dr. Ploj und Genossen an seine Exzellenz dem Herrn Unterrichtsminister wegen Massregelung des Universitätsprofessors Dr. Frischauf*, Marburg, St. Cyrillus-Buchdruckerei, 1907, 4 S.

- 120 *Naša kronika*, 1924, S. 70.
- 121 J. Hasitschka, *Die Erstbesteigung des Admonter Reichensteins*, Im Gseis (Das Nationalpark Gesäuse Magazin) **2** (2004), 24-25.
- 122 S. Wellisch, *Professor Frischauf's Lebenslauf*, Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen **15** (1917), no. 9/10.
- 123 K. Hillebrand, *Professor Dr. Johannes Frischauf*, Grazer Tagespost (1924), no. 15.
- 124 P. Weiss, *Johannes Frischauf (1937-1924)*, Savinjske novice **16** (1984), št. 7, str. 8.

- 125 W. End, *Gesäuseberge*, Alpenvereinsführer, Bergverlag Rother, 1987, 832 S.
- 126 *Frischauf na poti po Zgornji Savinjski dolini*, Savinjske novice **20** (1988), št. 10, str. 8.
- 127 *Frischauf gre tokrat na Menino*, Savinjske novice **20** (1988), št. 12, str. 8.
- 128 V. Uremović, *Biografija prof. dr. Johannesa Frischaufa (1837-1924) i osvrt na njegov opus*, Vinodolski zbornik **6**, str. 157-161.
- 129 M. Cilenšek, *Čudovit spomenik v prelepem gorskem okolju*, Večer **49**, št.212 (13. IX. 1993), str. 2. V Logarski dolini so odkrili spomenik Frischaufu in Kocbeku.

- 130 Še dva moža kažeta pot v Alpe – končana so letošnja slavlja ob 100-letnici SPD-PZS, Planinski vestnik **93** (1993), št. 10 str. 417-422.
- 131 M. Cilenšek, *Spomenik v varnem zavetju prelepe Logarske doline*, Večer, **49**, št. 214 (15. IX. 1993), str. 15. Kar je pomenil Jakob Aljaž za Triglav in Julijce, to sta za Savinjske in Kamniške Alpe pomenila Johannes Frischauf in Fran Kocbek.
- 132 M. Cilenšek, *Popravljen krivica, storjena Frischaufu in Kocbeku*, Večer **49**, št. 220 (22. IX. 1993), str. 15. Odkritje spomenika zaslužnima planincema v Savinjskih Alpah bi lahko bil dan, ki bi ga praznovala vsa Gornja Savinjska dolina.
- 133 A. Videčnik, *Dr. Johannes Frischauf – Nazaj v planinski raj*, Celje, Muzej novejšje zgodovine, 1993, str. 16-17.
- 134 V. Jagarić, *Planinstvo na Gorjancih*, Dolenjski zbornik (1997), str. 274-284.

- 135 J. Hasitschka, E. Kren, A. Mokreis, *Gesäuse-Pioniere*, Schall-Verlag, Alland, 2008,
- 136 M. Pušavec, Marijan, *Sto let Frischaufovega doma na Okrešlju*, Planinski vestnik **113** (2008), št. 12, str. 16-21.
- 137 V. Habjan, *Zbornik Stoletje Frischaufovega doma na Okrešlju*, Planinski vestnik. **113** (2008), št. 12, str. 22-23.



Johannesu Frischaufu in Franu Kocbeku v Logarski dolini



Pomol Sartorio v Trstu – ničta točka

Locus perennis — večni kraj, fundamentalni reper

Geodetski dodatek – Loci perennes

Im Bereiche der Monarchie wurden sieben Höhenmarken mit besonderer Sorgfalt als Hauptfixpunkte oder Urmarken an solchen Orten errichtet, wo nach Ansicht der k. k. Geologischen Reichsanstalt in tektonisch stabilem Gelände aller Voraussicht nach eine Hebung oder Senkung des Bodens nicht zu erwarten war. Sie sollten, über das Gebiet der österreichisch-ungarischen Monarchie möglichst gleichmäßig verteilt, der dauernden Horizontsicherung dienen, da zufolge der Ausdehnung der Monarchie nicht jederzeit zum Höhenausgangspunkt (Meerespiegel) zurückgegangen werden konnte.

Die sieben Urmarken sind:

Jahr der Einrichtung	Lage	Untergrund	Höhe über Adria in m
1878	Zwischen Maria Rast und Faal an der Bahnlinie im Drautal nahe Marburg	Gneis	295,5644
1887	Im Rothenturm-Paß südlich von Hermannstadt an der damaligen rumänischen Grenze	Amphibol-Schiefer	360,0558
1887	An der Straße über die Karpaten zwischen Márámaros-Sziget und Trebusa	Gneis	367,6820
1888	An der Eisenbahn zwischen Rutka und Sillein im Waagtal, Komitat Trencsin	Granit	371,0933
1888	Beim Dorf Nadap zwischen Stuhlweißenburg und Budapest	Granit	173,6901
1890	Zwischen Lischau und Budweis, Böhmen	Granulit	565,2065
1890	Im Werk F des unteren Forts in Franzensfeste in Südtirol	Granit	736,4520

Kje so? Opisal Josef Zeger leta 1986, Dunaj.



Pri Rušah, ob progi Maribor–Dravograd

Geodetski dodatek – Locus perennis na Slovaškem



V soteski reke Vah, blizu predorov Strečno, ob cesti Vrútky–Žilina

Geodetski dodatek – Locus perennis na Češkem



Ob cesti med mestoma České Budějovice in Lišov



Ob brennerski avtocesti na Južnem Tirolskem, na območju Fortezze, Franzensfeste, v dolini reke Isarco (ita.) – Eisack (nem.)

Geodetski dodatek – Locus perennis na Madžarskem

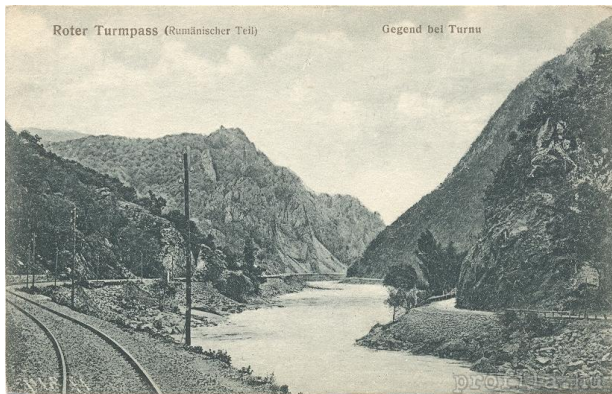


V vasi Nadap v županiji Fejér, blizu Székesfehérvárja



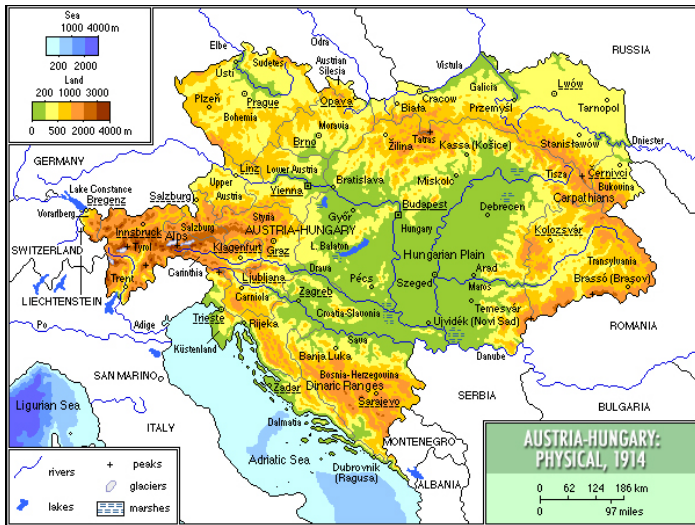
Pri mestu Rahiv v Zakarpatski oblasti, Rahivski rajon - središče
Evrope

Geodetski dodatek – Locus perennis v Romuniji



V romunskih Karpatih, ob reki Olt, Turnu Roșu Pass, južno od mesta Sibiu

Geodetski dodatek – Loci perennes



Avstro-Ogrska leta 1914

Graz, Steiermark — Österreich.

Dantscher von **Kollesberg**, **Victor**, Prof. d. Mathem. a. d. Univers., Rechbauerstr. 31.

von Ettingshausen, Albert, Prof. d. Physik u. Elektrotechnik a. d. Techn. Hochschule.

Frischauf, Johann, Professor d. Mathematik an d. Universität, Burgring 12.

Hillebrand, Karl, Professor d. Astronomie, Vorstand d. Observat. d. Universität.

Hočevar, Franz, Prof. d. Math. a. d. Techn. Hochschule, Beethovenstr. 7.

Peithner v. Lichtenfels, Oscar, Prof. d. Mathem. a. d. Techn. Hochschule.

Pfaundler, Leopold, Prof. d. Physik a. d. Univers., Direktor d. Physik. Instituts, Halbartgasse 1.

Streints, Franz, Prof. d. Physik a. d. Universität.

Walter, Alois, Prof. d. Math. a. d. Staats-Oberrealschule, Grazbachgasse 15.

Wassmuth, Anton, Prof. d. math. Physik a. d. Universität.

Wittenbauer, Ferd., Prof. d. Mechanik a. d. Techn. Hochschule.

Naslovi profesorjev v Gradcu

Friedrich Strobel: *Adressbuch der lebenden Physiker, Mathematiker und Astronomen des In- und Auslandes und der technischen Hilfskräfte*, 1905

Hvala za vašo pozornost!

