

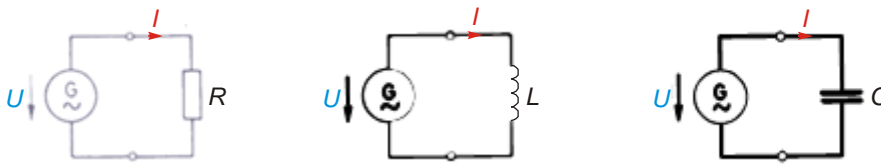
## 3. Lastnost in zakonitosti izmeničnih krogov

Električne naprave, ki jih priključujemo bodisi na sinusno izmenično napetost ali na enosmerno napetost, njihovo delovanje pa temelji na osnovnih zakonitostih izmeničnih električnih pojavov (slika 3.1), združujejo elemente z različnimi električnimi lastnostmi. S fizikalnega stališča so to električna **prevodnost** oziroma **upornost** ter **induktivnost** in **kapacitivnost**, kot gradniki električnih krogov pa so to predvsem **vodniki**, **upori**, **grelniki**, **tuljave** in **kondenzatorji**.

Pri osvajanju znanja, potrebne za razumevanje delovanja omenjenih in podobnih naprav, se bomo najprej seznanili z zakonitostmi, ki v sinusnem izmeničnem krogu veljajo za navedene električne lastnosti.

### 3.1 ENOSTAVNI, IDEALIZIRANI IZMENIČNI KROG

⇒ Enostavni izmenični krog je električni krog z **izvorom sinusne izmenične napetosti** in čistim **ohmskim, induktivnim ali kapacitivnim** porabnikom (slika 3.1.1).



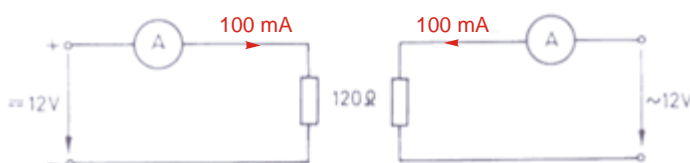
Slika 3.1.1: Enostavni izmenični krog

Tako idealno preprostih izmeničnih električnih krogov v praksi pravzaprav **ni**. Upori, še posebej žični, imajo poleg ohmske upornosti uporovne žice tudi določeno induktivnost, tuljave poleg induktivnosti določeno ohmsko upornost navitja ter kondenzatorji poleg kapacitivnosti še določeno prevodnost dielektrika. Navedene "dodatne" lastnosti (neidealnosti) realnih elementov izmeničnih krogov povzročajo v krogih neželene učinke in otežujejo dosledno obravnavo, **zanemarimo** pa jih lahko le pri določenih **pogojih**.

#### 3.1.1 Izmenični krog z idealiziranim ohmskim uporom

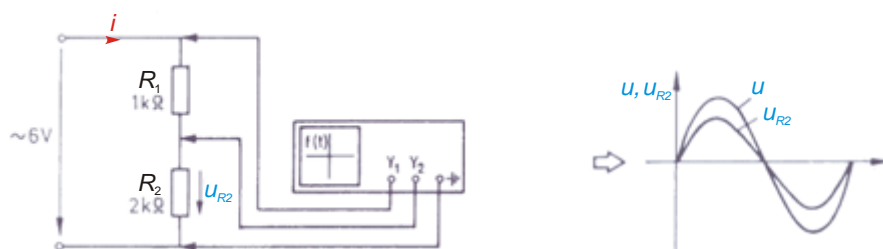
Ohmskih porabnikov je v praksi veliko. To so na področju **energetike** npr. uporovni **grelniki** in **svetila** z žarilno nitko, v **elektroniki** pa najrazličnejši **upori** kot elementi elektronskih vezij.

##### Ohmski upor v enosmernem in izmeničnem krogu



⇒ Porabnik s čisto **ohmsko** upornostjo **enako** prevaja **enosmerni** in **izmenični** tok.

### Časovni potek napetosti in toka



Prek padca napetosti na ohmski upornosti **posredno** opazujemo tudi časovni potek toka. Iz do sedaj spoznanih dejstev o električnem toku namreč vemo, da je tok skozi konstantno ohmsko upornost premo sorazmeren z napetostjo:

$$i = \frac{u}{R}$$

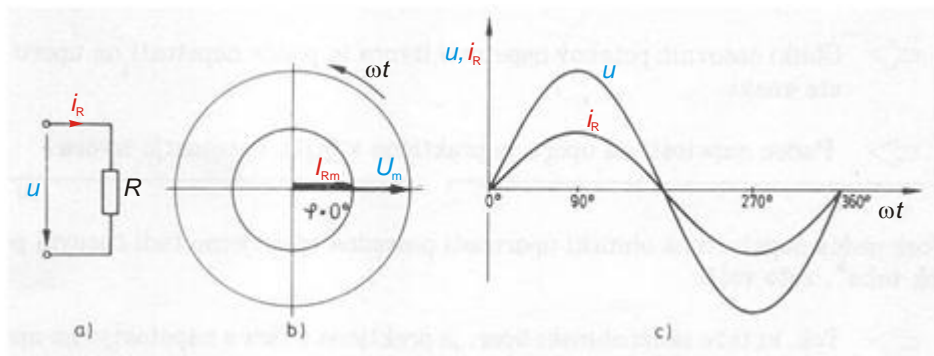
Prepričali se bomo, da plastne upore lahko pri **nizki frekvenci** obravnavamo kot upora s praktično čisto ohmsko upornostjo (idealna upora). Zato lahko sklepamo:

- ⇒ Sinusna izmenična napetost požene v električnem krogu s čisto **ohmsko upornostjo** sinusni izmenični tok, ki je v **fazi** z napetostjo.
- ⇒ Fazni kot  $\varphi = 0^\circ$ .

Velja tudi obratno:

- ⇒ Sinusni izmenični tok povzroči na **ohmski upornosti** sinusni padec napetosti, ki je v **fazi** s tokom.

Obe ugotovitvi nazorno prikazuje slika. Iz praktičnih razlogov smo pri risanju kazalčnega diagrama ujeli trenutek, ko kazalca prečkata pozitivno horizontalno os koordinatnega sistema.



O ugotovitvi se lahko prepričamo tudi po matematični poti. V Ohmov zakon za trenutno vrednost toka

$$i = \frac{u}{R}$$

vstavimo, ob upoštevanju, da je  $\varphi = 0^\circ$ , izraz za trenutno vrednost sinusne napetost  $u = U_m \cdot \sin(\omega t)$ :

$$i = \frac{U_m \cdot \sin(\omega t)}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\boxed{i = I_m \cdot \sin(\omega t)}$$

Primerjava izrazov trenutnih vrednosti sinusne napetosti in toka potrjuje identičnost in sočasnost časovnih potekov obeh količin v ohmskem izmeničnem krogu.

## Energija in moč v ohmskem izmeničnem krogu ( $W, P$ )

Poskus s porabniki ohmskega značaja (grelniki, žarnice, upori ...) pokaže v primeru enosmerne in izmeničnega toka z enako efektivno vrednostjo enak rezultat.

⇒ Upornost, ki povzroča **enak učinek enosmerne in izmeničnega** toka, imenujemo **delovna** upornost.

Delovna upornost je v širšem smislu vsaka upornost, **dejanska** ali le **navidezna**, ki povzroča ali omogoča **trajno pretvorbo** električne energije v energije **drugih oblik**. Dejanske ohmske upornosti (grelniki, žarnice, upori, vodniki ...), lahko neposredno izmerimo z  $\Omega$ -metrom, navidezne pa, praviloma določimo posredno, računsko, na osnovi merjenja drugih količin in le pri **delovanju** naprav. Tak primer imamo kot del energije pri pretvorbi električne energije v **mehansko** (elektromotor), v **zvočno** (zvočniki), v energijo **elektromagnetnega valovanja** (oddajniki) in podobno.

⇒ Električna energija v **delovni** obliki **zapusti** električni krog. Imenujemo jo **delovna** energija.

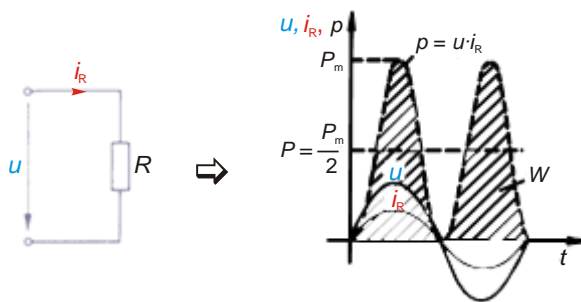
⇒ Električni tok v izmeničnem krogu s čisto **delovno** upornostjo imenujemo **delovni** tok.

⇒ Delovni izmenični tok je tok, ki je **v fazi** z napetostjo ( $\varphi = 0^\circ$ ).

O moči sinusnega izmeničnega toka smo sicer nekaj že izvedeli, zato bomo za izmenični krog s čisto delovno upornostjo, že znano le dopolnili. Z upoštevanjem časovnih potekov napetosti in toka v ohmskem izmeničnem krogu in dejstva, da je trenutna moč določena s produktom trenutne napetosti in trenutnega toka

$$p = u \cdot i$$

dobimo še časovni potek moči v ohmskem izmeničnem krogu:



Časovni potek moči v ohmskem izmeničnem krogu

⇒ Časovni potek moči sinusnega izmeničnega toka ima pri ohmski upornosti **sinusno obliko z dvojno frekvenco**<sup>1</sup> toka oziroma napetosti.

Površina pod krivuljo moči delovnega toka je v celoti pozitivna, kar pomeni, da energija teče samo **iz generatorja v porabnik**, kjer se **trajno** pretvarja v energije drugih oblik in **sprošča** iz električnega kroga.

⇒ Moč delovnega toka imenujemo delovna moč (**P**), merimo jo v **vatih (W)**.

⇒ V primeru faznega kota  $\varphi = 0^\circ$  je v izmeničnem krogu prisotna **delovna** moč.

⇒ Efektivna delovna moč je določena s produktom efektivne napetosti in efektivnega toka.

$$\boxed{P = U \cdot I} \text{ (W)} \quad U \text{ (V); } I \text{ (A); } R \text{ (\Omega)}$$

velja pa tudi

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \text{ (W)}$$

Na osnovi odvisnosti efektivne in maksimalne vrednosti sinusne napetosti in toka, lahko določimo tudi **maksimalno delovno** moč:

$$P_m = U_m \cdot I_m = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sqrt{2} \cdot I = 2UI = 2P \text{ ali}$$

<sup>1</sup>  $p = u \cdot i = U_m \cdot \sin(\omega t) \cdot I_m \cdot \sin(\omega t) = U_m \cdot I_m \cdot \sin^2(\omega t) = P_m \cdot \sin^2(\omega t) = P_m \cdot \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)) = P - P \cdot \cos(2\omega t)$

$$P = \frac{P_m}{2}$$

Opozoriti pa moramo, da dobljena enačba za delovno moč velja le za **sinusno** obliko **delovnega** toka.

#### Primer:

Upor z upornostjo  $40 \Omega$  priključimo zapovrstjo na izmenično napetost **sinusne** in **trikotne** oblike. Izračunaj efektivne delovne moči, če je maksimalna napetost v obeh primerih  $10 \text{ V}$ . Uporabi vrednosti iz preglednice 1.2.

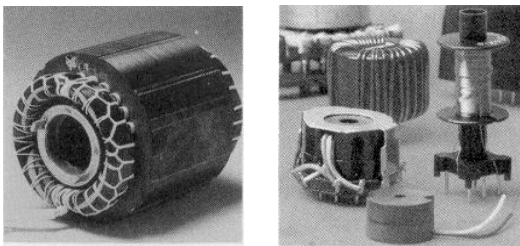
$$1. \text{ Sinusna oblika: } P = \frac{U^2}{R} = \frac{\left(\frac{U_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} = \frac{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2}{40} = 1,25 \text{ W}$$

$$2. \text{ Trikotna oblika: } P = \frac{U^2}{R} = \frac{\left(\frac{U_m}{\sqrt{3}}\right)^2}{R} = \frac{\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2}{40} = 0,83 \text{ W}$$

⇒ Delovna moč je odvisna tudi od **oblike** časovnega poteka izmenične napetosti oziroma toka.

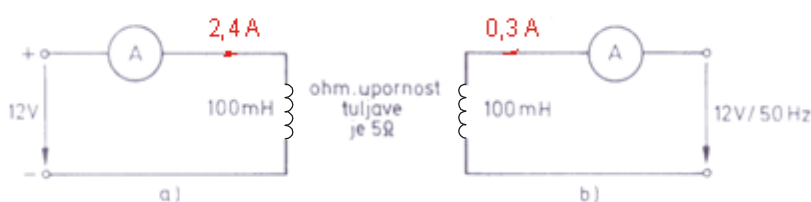
### 3.1.2 Izmenični krog z idealizirano tuljavo

Najpogostejši primeri tuljav v izmeničnih krogih so navitja transformatorjev in elektromotorjev, dušilk v energetskih in telekomunikacijskih napravah, frekvenčnih kretnic in filtrov elektroakustičnih in telekomunikacijskih naprav in podobno (slika 3.1.6).



Tuljave (navitja) naprav na izmenični tok

#### Tuljava v enosmernem in izmeničnem krogu



⇒ Tuljava **dobro** prevaja **enosmerni** tok.

⇒ Tuljava praviloma prevaja **izmenični** tok veliko **slabše** kot enosmerni tok.

Ker je vzrok za manjši tok pri enaki napetosti lahko le **večja upornost** in ker je **ohmska** upornost navitja v obeh primerih **enaka**, lahko sklepamo:

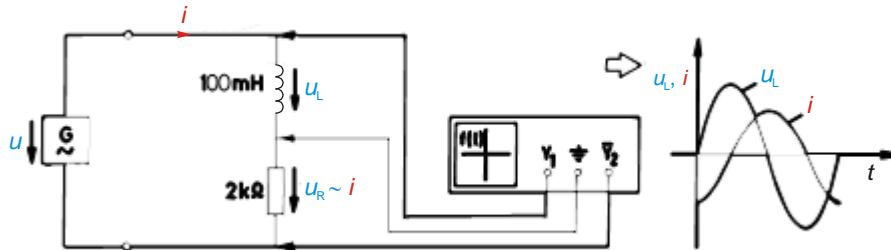
⇒ Tuljava se upira izmeničnemu toku poleg z ohmsko upornostjo navitja še z neko **dodatno** upornostjo.

Če v idealizirani tuljavi relativno majhno ohmsko upornost navitja, ki jo lahko izmerimo z  $\Omega$ -metrom, zanemarimo, ostane le omenjena »dodatna« upornost, ki pa je prisotna le v primeru **toka** v ovojih tuljave. Vzrok te upornosti je torej povsem drugačen od vzroka ohmske upornosti (lastnosti snovi), zato je ne moremo izmeriti z  $\Omega$ -metrom.

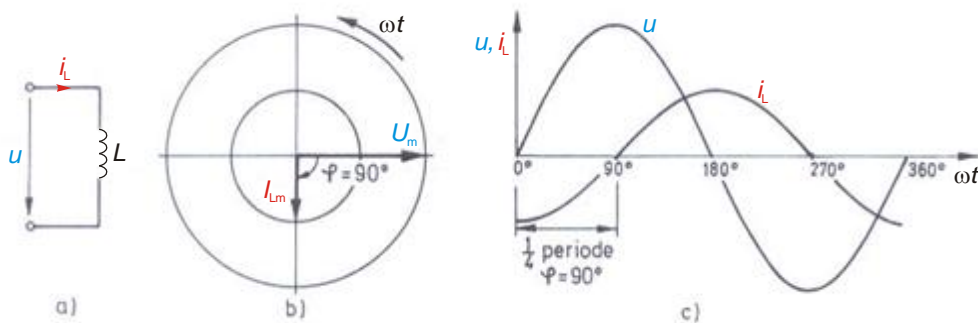
Do podobne ugotovitve kot v poskusu smo prišli že pri spoznavanju **napetosti lastne indukcije** v tuljavi, ki **nasprotuje** napetosti izvora in **ovira** tok, ki jo povzroča.

- ⇒ Vzrok upornosti tuljave v izmeničnem krogu je **napetost lastne indukcije** v ovojih tuljave.
- ⇒ Upornost tuljave, ki jo v izmeničnem krogu povzroča napetost lastne indukcije, imenujemo **induktivna upornost** ali **reaktanca**<sup>2</sup> ( $X_L$ ).

### Časovni potek napetosti in toka



Tuljavi brez ohmske upornosti se pri majhnih induktivnostih sicer lahko približamo (malo ovojev debele žice), na splošno pa ohmske upornosti tuljav **niso zanemarljive**. V nadaljnji obravnavi izmeničnih krogov bomo, če ne bo drugače zahtevano, poenostavljeno računali z **idealizirano** tuljavo. V takih primerih imamo v izmeničnem krogu samo **induktivno upornost** oziroma **reaktanco**.



- ⇒ V izmeničnem krogu z idealizirano tuljavo **tok zaostaja** za **napetostjo** za  $\frac{1}{4}$  periode.
- ⇒ **Fazni kot** med tokom in napetostjo v **induktivnem** izmeničnem krogu je **90°**.

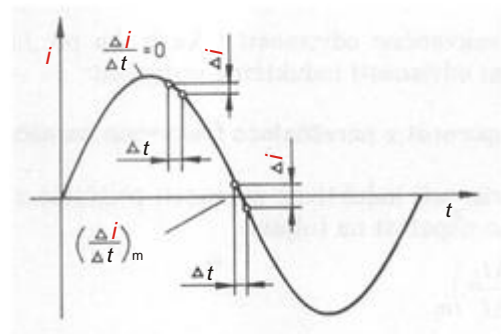
$$\varphi = 90^\circ$$

Fazni premik med napetostjo in tokom, ki ga povzroča induktivna upornost, lahko pojasnimo z **napetostjo lastne indukcije**  $u_i = -L \cdot (\Delta i / \Delta t)$ . Navedena enačba velja za generirano napetost v tuljavi (je generatorska). Če pa isto napetost obravnavamo kot **padec napetosti** na tuljavi, predznak »-« v enačbi lastne indukcije opustimo. Za padec napetosti na tuljavi velja torej zapis

$$u_i = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

ki pove, da je trenutna vrednost **napetosti** lastne indukcije v tuljavi premo sorazmerna s **hitrostjo** spreminjanja **toka** v ovojih tuljave. Iz časovnega diagrama sinusnega toka na sliki je razvidno, da se le-ta praktično ne spreminja v območju **maksimalne vrednosti** toka ( $\Delta i / \Delta t = 0$ ) in, da se najhitreje spreminja  $(\Delta i / \Delta t)_m$  v območju **spreminjanja smeri** toka (blizu  $i = 0$ ).

Hitrost spreminjanja sinusnega izmeničnega toka



<sup>2</sup> Tuljava se v izmeničnem krogu vede re-aktivno – deluje kot breme in generator oziroma ima **povratni učinek**.

V trenutku **največje** vrednosti sinusnega toka ima torej sinusna napetost lastne indukcije v tuljavi vrednost **nič** in obratno.

⇒ Vzrok faznega kota  $90^\circ$  v čistem induktivnem izmeničnem krogu je odvisnost **napetosti lastne indukcije** od **hitrosti spreminjanja** sinusnega toka v tuljavi.

### Odvisnost induktivne upornosti

Za ohmsko upornost vodnika vemo, da je odvisna od snovi in geometrije. Kaj pa induktivna upornost? Na poti do odgovora si pomagajmo najprej s poskusom:



Na osnovi dobljene odvisnosti toka in Ohmovega zakona sklepamo o odvisnosti induktivne upornosti:

⇒ Induktivna upornost tuljave **narašča** premo sorazmerno s **frekvenco** toka v tuljavi in **induktivnostjo** tuljave in obratno.

Razlaga odvisnosti induktivne upornosti temelji na premo sorazmerni odvisnosti **napetosti lastne indukcije** v tuljavi od **induktivnosti** in **hitrosti spreminjanja toka** v tuljavi  $X_L \propto f, L$ .

Če v enačbo  $u_i = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$  vnesemo izraza za trenutni vrednosti napetosti in toka ter upoštevamo fazni kot  $90^\circ$  in izvedemo operacijo diferenciranja,

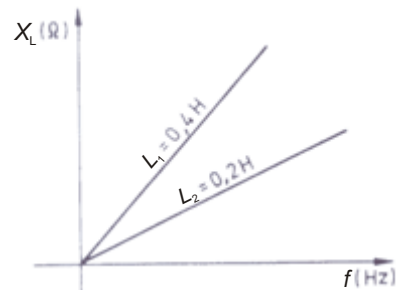
$$u_i = U_m \sin(\omega t + 90^\circ) = L \cdot \frac{\Delta I_m \sin(\omega t)}{\Delta t} = L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega t),$$

dobimo ob upoštevanju, da je  $\sin(\omega t + 90^\circ) = \cos(\omega t)$ ,

$$U_m = L \cdot I_m \cdot \omega \quad \text{ali}$$

$$\frac{U_m}{I_m} = \omega L = X_L \quad \text{oziroma}$$

$$\boxed{X_L = \omega L} \quad (\Omega) \quad \omega = 2\pi f \text{ (s}^{-1}\text{); } L \text{ (H)}$$



⇒ Induktivna upornost je **premo sorazmerna** s **frekvenco** sinusnega toka in **induktivnostjo** tuljave.

Pri zanemarljivi ohmski upornosti navitja, znani sinusni napetosti na tuljavi in toku skozi tuljavo, lahko induktivno upornost izračunamo po dobljeni enačbi ali z razmerjem **maksimalnih** oziroma, tudi **efektivnih** vrednosti napetosti in toka:

$$\boxed{X_L = \frac{U_{mL}}{I_{mL}} = \frac{U_L}{I_L}} \quad (\Omega) \quad U_L \text{ (V); } I_L \text{ (A)}$$

### Primer:

Tok skozi tuljavo z zanemarljivo ohmsko upornostjo navitja, ki je priključena na sinusno izmenično napetost 230 V, je 5 A. Kolikšna je induktivna upornost tuljave?

$$X_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{230}{5} = \mathbf{46 \Omega}$$

Odvisnost induktivne upornosti od frekvence in induktivnosti v grafični obliki ponazarja slika:

**Prevodnost** tuljave v izmeničnem krogu imenujemo **induktivna** prevodnost ali **susceptanca**<sup>3</sup> ( $B_L$ ), določimo pa jo z obratno vrednostjo induktivne upornosti:

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} \quad (\text{S})$$

Na frekvenčni odvisnosti induktivne upornosti temelji delovanje frekvenčnih **filtrov**, tonskih **kretnic**, visokofrekvenčnih **dušilk** in podobno.

### Primeri:

1. Na generator z napetostjo 10V /1000 Hz in zanemarljivo notranjo upornostjo je priključena tuljava z induktivnostjo 0,5 H. Kolikšen je tok v električnem krogu, če je tudi ohmska upornost tuljave zanemarljiva?

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 1000 \cdot 0,5 = 3140 \Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{3140} = \mathbf{3,18 \text{ A}}$$

2. Kolikšna mora biti induktivnost tuljave, ki bo pri frekvenci 50 Hz imela induktivno upornost 157  $\Omega$ ?

$$X_L = 2\pi fL$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{157}{2\pi \cdot 50} = \mathbf{0,5 \text{ H}}$$

3. Kolikšno induktivno upornost ima tuljava z induktivnostjo 10 mH pri frekvencah 50 Hz, 1 kHz in 100 kHz?

$$X_L = 2\pi fL$$

$$50 \text{ Hz: } X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \mathbf{3,14 \Omega}$$

$$1 \text{ kHz: } X_L = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \mathbf{62,8 \Omega}$$

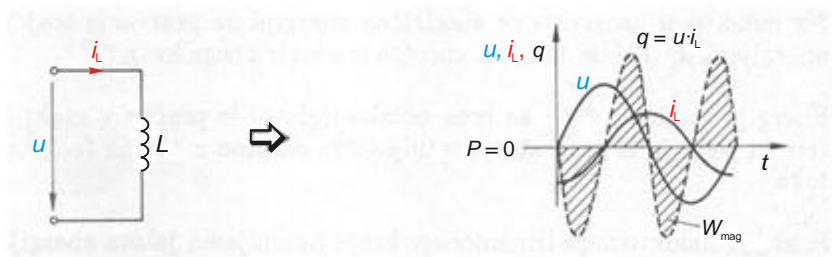
$$100 \text{ kHz: } X_L = 2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \mathbf{6,28 \text{ k}\Omega}$$

### Energija in moč v induktivnem izmeničnem krogu ( $Q_L$ , $W_{\text{mag}}$ )

V izmeničnem krogu z induktivno upornostjo označujemo trenutno moč s  $q_L$  določena pa je s produktom trenutnih vrednosti napetosti in toka:

$$q_L = u \cdot i_L$$

Iz časovnih potekov napetosti in toka lahko z množenjem trenutnih vrednosti napetosti in toka dobimo časovni potek moči v induktivnem izmeničnem krogu (sl.).



Časovni potek energije in moči v induktivnem izmeničnem krogu

⇒ Časovni potek moči sinusnega izmeničnega toka ima pri induktivni upornosti **sinusno** obliko z **dvojno frekvenco**<sup>4</sup> toka (napetosti).

<sup>3</sup> pravimo ji tudi **susceptanca**

<sup>4</sup>  $q_L = u \cdot i_L = U_m \cdot \sin(\omega t) \cdot I_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = Q_{Lm} \cdot \sin(\omega t) \cdot (-\cos(\omega t)) = -\frac{Q_{Lm}}{2} \cdot \sin(2\omega t)$

Pozitivna površina, ki jo oklene krivulja moči v  $\frac{1}{4}$  periode, predstavlja električno energijo, ki je v omenjeni četrtini periode **pritekla** iz **generatorja** in se **nakopičila** v ustvarjenem **magnetnem polju**<sup>5</sup> tuljave. V četrtini periode z negativno površino pod krivuljo moči se v magnetnem polju tuljave nakopičena energija **vrača v generator**. V tem času deluje tuljava kot **generator**. Ker sta pozitivna in negativna površina **enaki**, se celotna energija, ki je v  $\frac{1}{4}$  periode pri nastajanju magnetnega polja pritekla iz generatorja, v naslednji četrtini pri usihanju magnetnega polja v celoti **vrne v generator**.

- ⇒ Tuljava **ne** pretvarja električno energijo trajno v energije drugih oblik in **ne omogoča** njeno **sproščanje** iz električnega kroga.
- ⇒ Energija se v induktivnem izmeničnem krogu **brez učinka** (jalovo), z **dvojno frekvenco** toka, le **preliva** iz generatorja v tuljavo in obratno. Imenujemo jo **jalova energija**.

Iz ugotovljenih razlogov imenujemo induktivno upornost **jalova upornost**, tok v induktivnem krogu **jalovi tok** in moč toka v induktivnem izmeničnem krogu **jalova moč** ( $Q_L$ ).

- ⇒ V primeru faznega kota  $\varphi = 90^\circ$  je v izmeničnem krogu prisotna le **jalova moč**.

Efektivno moč jalovega toka računamo z efektivnimi vrednostmi napetosti in toka, trenutno in maksimalno moč pa s trenutnimi in maksimalnimi vrednostmi napetosti in toka.

$$\boxed{Q_L = U \cdot I_L} \quad (\text{var}) \qquad U \text{ (V); } I_L \text{ (A)}$$

ali tudi

$$Q_L = I_L^2 \cdot X_L = \frac{U^2}{X_L} \quad (\text{var})$$

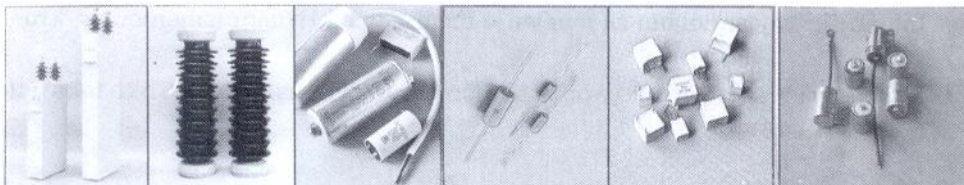
Jalovo moč v induktivnem izmeničnem krogu merimo v **varih**<sup>6</sup>. Enoti za delovno in jalovo moč se fizikalno ne razlikujeta, v obeh primerih je to  $V \cdot A$ , le zaradi razlikovanja moči ju imenujemo različno.

### Naloge:

- Tuljava z zanemarljivo ohmsko upornostjo ovojev in induktivnostjo 100 mH je priključena na izmenično napetost 230 V/50 Hz. Izračunaj induktivno upornost in tok skozi tuljavo!
- Pri kateri frekvenci bo tuljava z induktivnostjo 1 H imela induktivno upornost 628  $\Omega$ ? (100 Hz)
- V ovojih tuljave z induktivnostjo 2.5 mH je tok 477 mA/400 Hz. Kolikšna je napetost na tuljavi? (3V)
- Nariši graf induktivne upornosti tuljave z induktivnostjo 200 mH za frekvenčno področje 0-1000 Hz.
- Nariši graf toka za nalogo 4, če je napetost generatorja 5V.

### 3.1.3 Izmenični krog z idealiziranim kondenzatorjem

Kondenzator kot element v **elektroenergetiki** ni tako pogost kot tuljava (navitje), saj je sestavni del le nekaterih elektroenergetskih naprav in električnih omrežij (enofazni elektromotorji, kompenzacija jalove energije ...). V **elektroniki** pa je kondenzator nepogrešljiv element večine naprav (frekvenčne kretnice in filtri, usmerniki, ojačevalniki ...), zato je vreden enake pozornosti kot tuljava. Nekaj najpogostejših izvedb kondenzatorjev je na sliki 2.1.15.



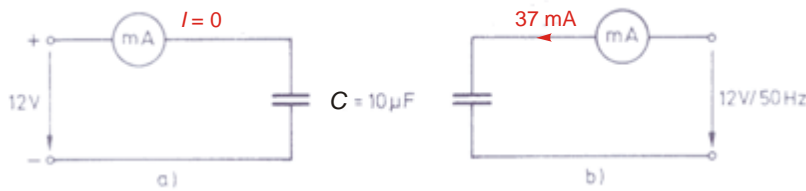
Kondenzatorji omrežij in naprav z izmeničnim tokom

<sup>5</sup>  $W_{\text{mag}} = \frac{L \cdot I^2}{2}$

<sup>6</sup> voltamper-reaktivni (reaktivni = s povratnim učinkom)



## Kondenzator v enosmernem in izmeničnem krogu



- ⇒ Kondenzator enosmernega toka **ne prevaja**, izmeničnega pa **navidezno prevaja**.
- ⇒ Za enosmerni tok predstavlja kondenzator **neskončno**, za izmenični tok **končno** upornost.

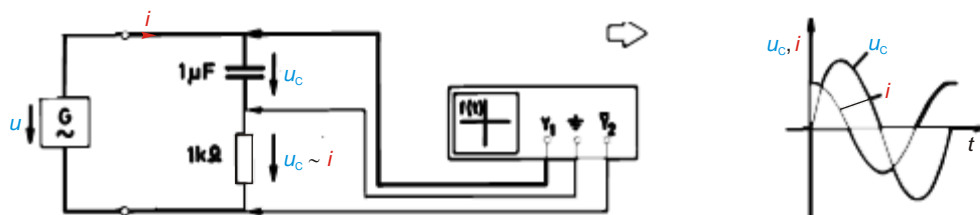
V poskusu a) smo zaznali le kratkotrajni tok ob sklenitvi električnega kroga. To je bil tok **polnjenja** kondenzatorja, dielektrik pa je **onemogočal** tok **skozi** kondenzator. V poskusu b) pa izmenična napetost povzroča v električnem krogu tok izmeničnega **polnjenja** in **praznjenja** kondenzatorja, čeprav tudi v tem primeru skozi dielektrik kondenzatorja **ni** toka.

- ⇒ Vzrok **prevodnosti** izmeničnega kroga s kondenzatorjem je **izmenično polnjenje** in **praznjenje** kondenzatorja.
- ⇒ Prevodnost kondenzatorja v izmeničnem krogu imenujemo **kapacitivna prevodnost** ( $B_C$ ). Podobno kot pri tuljavi, ji pravimo **susceptanca**.

S ponovitvijo poskusa b) pri stalni kapacitivnosti in frekvenci in različnih napetostih bi ugotovili, da tudi v izmeničnem krogu s kondenzatorjem velja med napetostjo in tokom premo sorazmerje.

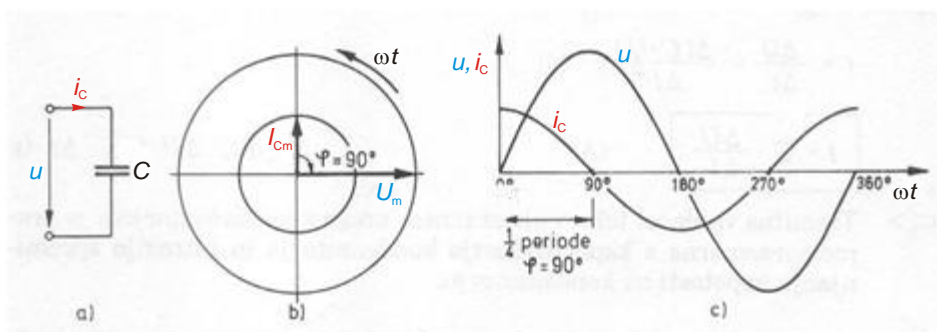
- ⇒ Kapacitivna prevodnost je pri **konstantni** kapacitivnosti **linearna** prevodnost.

## Časovni potek napetosti in toka



- ⇒ Kapacitivnost povzroča v izmeničnem krogu **zaostajanje napetosti** za tokom.

Kondenzator je v splošnem bližji idealnosti kot tuljava. Kljub temu ga bomo iz enakih razlogov kot pri tuljavi pri nadaljnji obravnavi izmeničnih krogov, če to ne bo potrebno drugače, obravnavali kot idealizirani kondenzator. V takem primeru imamo v izmeničnem krogu **samo kapacitivnost**. Kazalčni in časovni diagram napetosti in toka za **kapacitivni** izmenični krog sta prikazana na sliki b) in c).



- ⇒ V izmeničnem krogu s čisto kapacitivnostjo **napetost zaostaja** za tokom za  $\frac{1}{4}$  periode.
- ⇒ Fazni kot med tokom in napetostjo v **kapacitivnem** krogu je  $-90^\circ$ .

$$\varphi = -90^\circ$$

V primerjavi z induktivnim izmeničnim krogom ugotavljamo pomembno dejstvo:

⇒ Kondenzator povzroči v sinusnem izmeničnem krogu **nasprotni fazni premik** kot tuljava.

Fazni premik med napetostjo in tokom, ki ga povzroči kapacitivnost v sinusnem izmeničnem krogu, lahko pojasnimo s podobnim razmišljanjem kot pri tuljavi:

Na osnovi enačbe enosmernega toka  $I = Q/t$  lahko zapišemo enačbo za trenutno vrednost izmeničnega toka:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

⇒ Trenutna vrednost izmeničnega toka je podana s **trenutnim** pretokom **elektrine**.

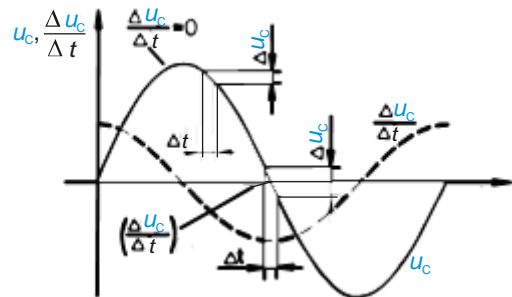
Z upoštevanjem enačbe:  $C = Q/U$  oziroma  $Q = C \cdot U$ , dobimo:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta(C \cdot u)}{\Delta t} \quad \text{ali}$$

$$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

⇒ Trenutni tok v izmeničnem krogu s kondenzatorjem je premo sorazmeren s **kapacitivnostjo** kondenzatorja in **hitrostjo spreminjanja napetosti** na kondenzatorju.

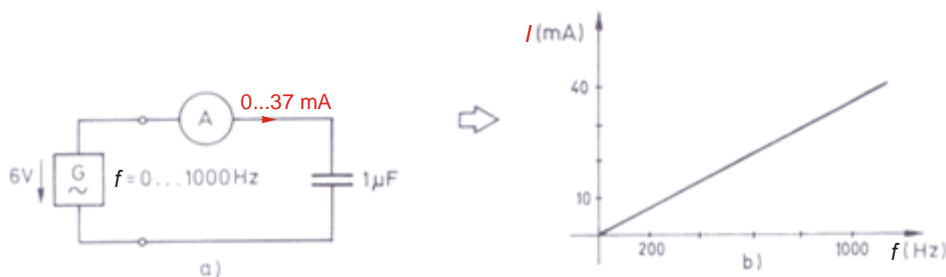
Sinusni izmenični tok v električnem krogu s kondenzatorjem ima torej **največjo vrednost** v trenutku **najhitrejšega spreminjanja napetosti** na kondenzatorju in obratno (sl.).



⇒ Vzrok faznega kota  $90^\circ$  v izmeničnem krogu s kapacitivno upornostjo je v **odvisnosti** trenutne vrednosti sinusnega toka od **hitrosti spreminjanja napetosti** na kondenzatorju.

### Odvisnost kapacitivne prevodnosti

Odvisnost kapacitivne prevodnosti lahko ugotovimo na podoben način kot pri induktivni upornosti.



Na osnovi dobljene odvisnosti toka lahko sklepamo o frekvenčni odvisnosti kapacitivne prevodnosti:

- ⇒ Kapacitivna prevodnost **narašča** premo sorazmerno s **frekvenco** in obratno.
- ⇒ Kapacitivna prevodnost **narašča** premo sorazmerno s **kapacitivnostjo** in obratno.

Razlaga ugotovljene odvisnosti temelji na **premo sorazmerni** odvisnosti **toka** polnjenja kondenzatorja od **kapacitivnosti** in **hitrosti spreminjanja napetosti** na kondenzatorju ( $B_C \propto f, C$ ).

Če v enačbo  $i_C = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$  vnesemo izraza za trenutni vrednosti napetosti in toka ter upoštevamo fazni kot  $-90^\circ$  in izvedemo operacijo diferenciranja,

$$i_c = I_m \sin(\omega t) = C \cdot \frac{\Delta U_m \sin(\omega t - 90^\circ)}{\Delta t} = -C \cdot \frac{\Delta U_m \cos(\omega t)}{\Delta t} = C \cdot U_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

dobimo

$$I_m = C \cdot U_m \cdot \omega \quad \text{ali}$$

$$\frac{I_m}{U_m} = \omega C = B_C \quad \text{oziroma}$$

$$\boxed{B_C = \omega C} \quad (\text{S}) \quad \omega = 2\pi f \quad (\text{s}^{-1}); \quad C \quad (\text{F})$$

Pri zanemarljivi neidealnosti dielektrika kondenzatorja (idealiziranem kondenzatorju), znani sinusni napetosti na kondenzatorju in znanem toku v električnem krogu s kondenzatorjem, lahko **kapacitivno prevodnost** izračunamo na osnovi razmerja **maksimalnih** ali **efektivnih** vrednosti napetosti in toka:

$$\boxed{B_C = \frac{I_{mC}}{U_{mC}} = \frac{I_C}{U_C}} \quad (\text{S}) \quad U_C \quad (\text{V}); \quad I_C \quad (\text{A})$$

⇒ Kapacitivna **prevodnost** je **premo sorazmerna** s **frekvenco** sinusnega toka in **kapacitivnostjo** kondenzatorja.

Z obratnim sorazmerjem dobimo **kapacitivno upornost**, ki ji podobno kot pri tuljavi, rečemo **reaktanca** kondenzatorja v izmeničnem krogu ( $X_C$ ).

$$\boxed{X_C = \frac{1}{B_C} = \frac{U_{mC}}{I_{mC}} = \frac{U_C}{I_C}} \quad (\Omega)$$

#### Primer:

V izmeničnem krogu s kondenzatorjem je tok 12 mA. Kolikšna sta kapacitivna prevodnost in upornost kondenzatorja, če je napetost na kondenzatorju 6 V?

$$B_C = \frac{I_C}{U_C} = \frac{0,012}{6} = 0,002 = 2 \text{ mS}; \quad X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{6}{0,012} = 500 \Omega$$

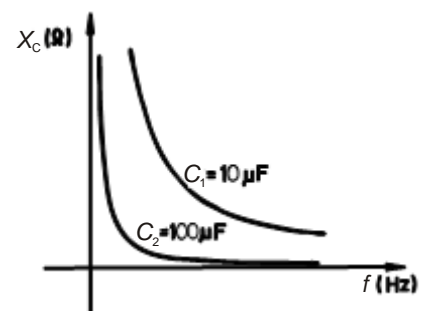
Podobno odvisnost kot smo jo pri **tuljavi** ugotovili za induktivno **upornost**, ugotavljamo pri **kondenzatorju** za kapacitivno **prevodnost**. Kapacitivno **upornost**  $X_C$  pa lahko izračunamo z obratno vrednostjo kapacitivne prevodnosti:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}} \quad (\Omega)$$

⇒ Kapacitivna upornost kondenzatorja je **obratno sorazmerna** s **frekvenco** sinusnega izmeničnega toka in **kapacitivnostjo** kondenzatorja.

Odvisnost kapacitivne upornosti od frekvence in kapacitivnosti kondenzatorja v grafični obliki prikazuje slika.

Odvisnost kapacitivne upornosti od frekvence in kapacitivnosti



Induktivna in kapacitivna upornost sta si torej v določenih lastnostih **podobni**, razlikujeta pa se v povzročanju **nasprotnih** faznih kotov in **obratni frekvenčni odvisnosti**.

Frekvenčna odvisnost kapacitivne prevodnosti oziroma upornosti je, podobno kot pri tuljavi, osnova za delovanje **tonskih kretnic**, **frekvenčnih filtrov** in podobno.

**Primeri:**

1. Izračunaj kapacitivne upornosti kondenzatorja s kapacitivnostjo 10 nF pri frekvencah 50 Hz in 10 MHz.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \quad (\Omega)$$

$$50 \text{ Hz: } X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = \mathbf{318 \text{ k}\Omega}$$

$$100 \text{ kHz: } X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = \mathbf{159 \Omega}$$

2. Kondenzator s kapacitivnostjo 5  $\mu\text{F}$  je priključen na izmenično napetost 110 V/50 Hz. Kolikšen je tok v električnem krogu?

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 636 \Omega$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{110}{636} = \mathbf{0,173 \text{ A}}$$

3. Kolikšno kapacitivnost mora imeti kondenzator, ki ima pri frekvenci 50 Hz kapacitivno upornost 398  $\Omega$ ?

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

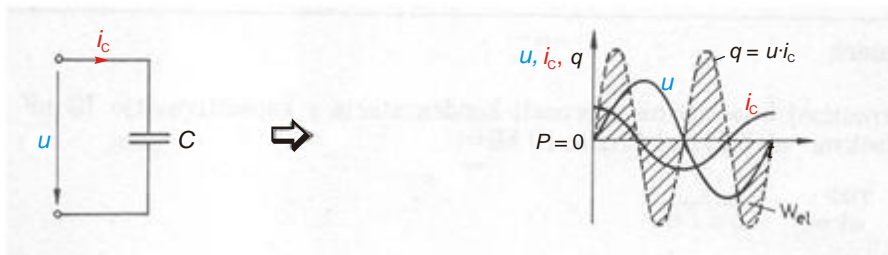
$$C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 398} = 8 \cdot 10^{-6} = \mathbf{8 \mu\text{F}}$$

**Energija in moč v kapacitivnem izmeničnem krogu ( $W_{el}$ ,  $Q_C$ )**

V kapacitivnem izmeničnem krogu označujemo trenutno moč s  $q_C$ , določena pa je s produktom trenutnih vrednosti napetosti in toka:

$$q_C = u_C \cdot i_C$$

Iz časovnih potekov napetosti in toka v kapacitivnem izmeničnem krogu, dobimo na že znani način časovni potek moči (sl.):



⇒ Časovni potek moči sinusnega izmeničnega toka ima v **kapacitivnem** izmeničnem krogu **sinusno** obliko z **dvojno frekvenco**<sup>7</sup> toka.

Positivna površina, ki jo v tem primeru oklene krivulja moči s časovno osjo v  $\frac{1}{4}$  periode, predstavlja električno energijo, ki je v omenjeni četrtinki periode **pritekla iz generatorja** in se **nakopičila v električnem polju**<sup>8</sup> kondenzatorja.

<sup>7</sup>  $q_C = u_C \cdot i_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t) \cdot I_{Cm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = Q_{Cm} \cdot \sin(\omega t) \cdot (-\cos(\omega t)) = -\frac{Q_{Cm}}{2} \cdot \sin(2\omega t)$

<sup>8</sup>  $W_e = \frac{CU^2}{2}$ , OE1, str.

Zaradi enakosti pozitivne in negativne površine se, podobno kot pri tuljavi, v naslednji četrtinki periode z usihanjem električnega polja v kondenzatorju (slika 3.1.29) nakopičena energija v celoti **vrne** v generator.

- ⇒ Na kondenzatorju se, podobno kot na tuljavi, električna energija **ne** pretvarja v energijo drugih oblik in se **ne sprošča** iz električnega kroga.
- ⇒ Energija se v kapacitivnem izmeničnem krogu **brez učinka** (jalovo), z **dvojno frekvenco** toka, le **preliva iz generatorja v kondenzator** in obratno. Imenujemo jo **jalova energija**.

Iz ugotovljenih razlogov imenujemo kapacitivno upornost **jalova upornost**, tok v kapacitivnem izmeničnem krogu jalovi tok in moč toka v kapacitivnem izmeničnem krogu jalova moč ( $Q_C$ ).

- ⇒ V primeru faznega kota  $\varphi = -90^\circ$  je v izmeničnem krogu prisotna le **jalova moč**.

$$Q_C = U_C \cdot I_C \quad (\text{var}) \quad U_C (V); I_C (A)$$

ali tudi

$$Q_C = I_C^2 \cdot X_C = \frac{U_C^2}{X_C} \quad (\text{var})$$

Moč izmeničnega toka v kapacitivnem krogu merimo enako kot v induktivnem krogu v **varih**.

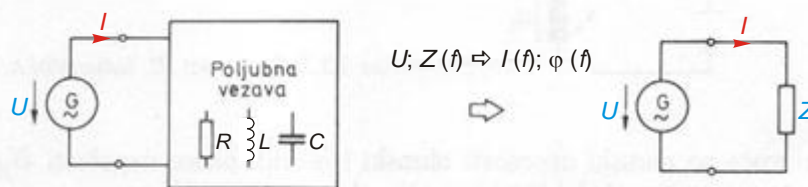
## 3.2 VEZAVE UPORA, TULJAVE IN KONDENZATORJA

V okviru **enosmernih** električnih krogov smo obravnavali kroge predvsem z **upori** in drugimi elementi z **ohmsko upornostjo**, kot so npr. grelniki, in žarnice. Spoznali smo relativno enostavno odvisnost toka od napetosti in vezave uporov. V **izmeničnem** krogu, v katerem je poleg upora še **tuljava** ali **kondenzator** ali oba hkrati, pa je glede na vpliv, ki ga imata ta elementa v izmeničnem krogu, pričakovati pestrejšje dogajanje in tudi drugačno odvisnost toka.

Glede na to, da sta induktivna in kapacitivna upornost odvisni od **frekvence** in povzročata **fazni premik** med tokom in napetostjo, lahko za izmenični krog s poljubno vezavo **upora, tuljave in/ali kondenzatorja**, na splošno sklepamo:

- ⇒ Poljubna vezava **upora, tuljave in kondenzatorja** v izmeničnem krogu povzroča na splošno med napetostjo in tokom izvora **fazni premik** ( $\varphi$ ).
- ⇒ **Tok, prevodnost** oziroma **upornost** poljubne vezave upora, tuljave in kondenzatorja v izmeničnem krogu je odvisna od **frekvence**.

Upornost sestavljenega izmeničnega kroga (slika) ima torej širši pomen kot upornost sestavljenega enosmernega kroga. Zato jo tudi drugače imenujemo in označujemo:



Upornost sestavljenega izmeničnega kroga - impedanca

- ⇒ Upornost izmeničnega kroga s poljubno vezavo upora, tuljave in (ali) kondenzatorja, imenujemo **impedanca**<sup>9</sup>, označujemo pa jo s črko **Z**.

<sup>9</sup> tudi polna upornost

⇒ **Impedanco** poljubne vezave upora, tuljave in (ali) kondenzatorja v izmeničnem krogu lahko določimo s kvocientom **maksimalnih**, lahko pa tudi bolj praktičnih, v praksi pogosto izmerjenih ali izračunanih **efektivnih** vrednosti napetosti in toka:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} \quad (\Omega)$$

Enakovredno lahko računamo v sestavljenih izmeničnih krogih tudi s **prevodnostjo** vezav:

⇒ Prevodnost sestavljenega izmeničnega kroga imenujemo **admitanca**<sup>10</sup>, označujemo pa jo z veliko črko **Y**.

⇒ Admitanco vezave v izmeničnem krogu lahko določimo kot **obratno vrednost** impedance vezave:

$$Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z} \quad (S)$$

Pri vsem navedenem ne smemo spregledati:

⇒ **Z**, **Y** in  $\phi$  imajo pomen, kot smo ga opisali, le pri **sinusni** obliki napetosti in toka.

Glede obravnave lastnosti izmeničnih krogov z različnimi vezavami navedenih elementov, se pred obravnavo prve od takih vezav **dogovorimo** za pristop, ki bo veljal za večino podobnih primerov:

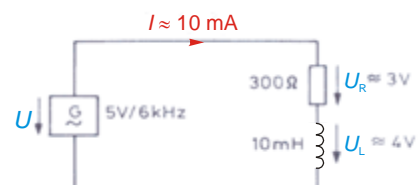
- ① **Fazne** razmere v vezavi z uporom, tuljavo in/ali kondenzatorjem v izmeničnem krogu bomo v večini primerov zadovoljivo prikazali s **kazalčnim** diagramom.
- ② Če kazalčni diagram rišemo le informativno, je tudi dolžina kazalcev informativna. Če pa s kazalčnim diagramom grafično rešujemo določeno nalogo, pred risanjem kazalčnega diagrama izberemo **merilo** za določitev dolžine kazalcev, npr.  $M: 4 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$  (štirim voltom ustreza 1 cm) ali  $5 \text{ mA} \hat{=} 1 \text{ cm} \dots$
- ③ Če bomo **kazalčni** diagram risali v povezavi s **časovnim diagramom**, bomo s kazalci v kazalčnem diagramu predstavili **maksimalne vrednosti** sinusnih količin ( $U_m, I_m$ ).
- ④ Kadar bomo risali samo kazalčni diagram količin, katerih vrednosti bomo **izmerili** ali **izračunali** iz **efektivnih** vrednosti, trenutne vrednosti količin pa nas ne bodo zanimale, bomo dolžino kazalcev priredili **efektivni** vrednosti količin ( $I_m/\sqrt{2} \dots$ ). Slika faznih razmer in računanje električnih količin se zaradi tega ne bo spremenilo.
- ⑤ Kazalčni diagram začnemo risati tako, da najprej na **pozitivno vodoravno** os koordinatnega sistema narišemo kazalec **skupne količine** elementov kroga.
- ⑥ Kazalce ostalih količin narišemo **primerjalno** s kazalcem **skupne količine**.
- ⑦ Pri risanju električnih krogov, katerih obravnava bo temeljila na **izmerjenih**, praviloma **efektivnih** ali **izračunanih efektivnih** vrednostih, bomo uporabili oznake za **efektivne** vrednosti. V primerih, ki bodo narekovali obravnavo električnega kroga s trenutnimi **vrednostmi**, pa bomo dosledno uporabili oznake za **trenutne** in **maksimalne** vrednosti ( $u, U_m \dots$ ).

Zaradi velike podobnosti obravnave različnih vezav upora tuljave in kondenzatorja, bomo obravnavali predvsem tiste vezave, ki bodo prinašale nova spoznanja. To bo predvsem **zaporedna vezava upora in tuljave** in **zaporedna vezava vseh treh elementov** ter **vzporedna vezava upora in kondenzatorja** in **vzporedna vezava vseh treh elementov**.

### 3.2.1 Zaporedna vezava upora in tuljave

Z merjenje v vezavi po sliki bi ugotovili:

⇒ V zaporednem **RL** izmeničnem krogu je **aritmetična vsota** efektivnih **padcev** napetosti **večja** od efektivne napetosti **izvora**.

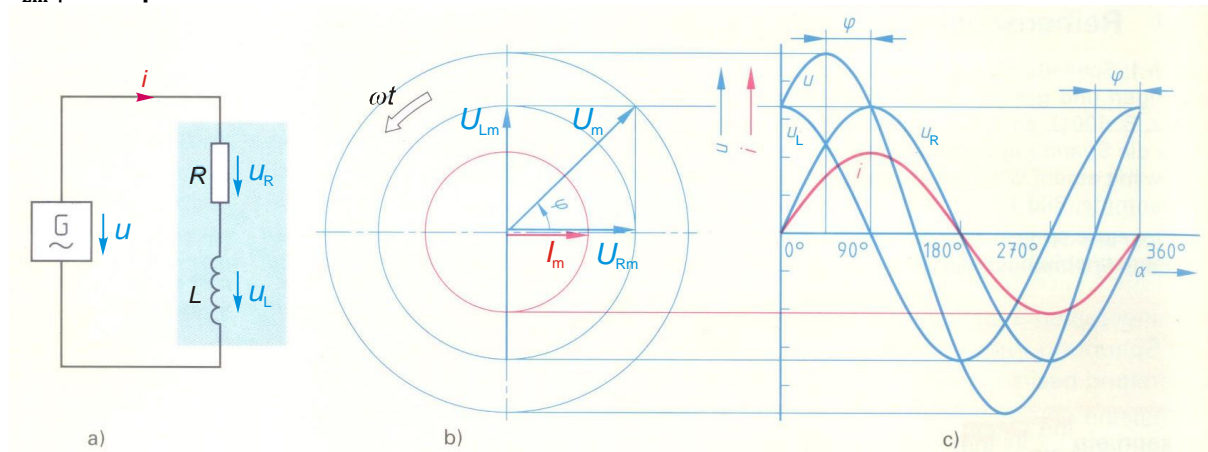


<sup>10</sup> tudi polna prevodnost

## Časovni potek napetosti in toka

V zaporednih električnih krogih je **skupna količina** elementov kroga **električni tok** (sl. a), zato v našem primeru najprej narišemo v vodoravno os koordinatnega sistema kazalec **maksimalne** vrednosti toka (sl. b).

Trenutni tok  $i$  povzroča na ohmski upornosti trenutni ohmski padec napetosti  $u_R$ , na induktivni upornosti pa induktivni padec napetosti  $u_L$ . Ker sta na ohmski upornosti napetost in tok v **fazi**, na induktivni pa napetost prehiteva tok za  $90^\circ$ , rišemo kazalec napetosti  $U_{Rm}$  na kazalec **toka**, kazalec napetosti  $U_{Lm}$  pa  $90^\circ$  **pred** kazalec **toka**.



Časovni diagram (sl. c) nazorno prikaže dejstvo v zvezi s **trenutnimi** vrednostmi napetosti:

⇒ V zaporednem krogu z uporom in tuljavo je **trenutna** napetost izvora enaka **aritmetični** vsoti **trenutnih** vrednosti **padcev napetosti** na uporu in tuljavi.

$$u = u_R + u_L$$

To dejstvo smo spoznali že ob koncu predhodnega poglavja in velja za vse primere zaporednih vezav elementov v izmeničnem krogu, zato tega dejstva ne bomo več posebej omenjali.

**Fazne razmere** obravnavanega kroga pa nazorneje razberemo iz kazalčnega diagrama:

⇒ V **zaporednem** izmeničnem krogu z uporom in tuljavo sta kazalca napetosti na uporu in tuljavi med seboj **pravokotna**.

⇒ **Maksimalna** vrednost napetosti izvora je enaka **geometrični** vsoti maksimalnih vrednosti **padcev napetosti** na **uporu** in **tuljavi**.

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2} \quad (\text{V})$$

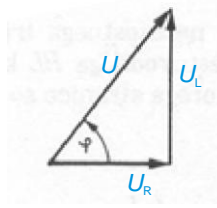
Iz kazalčnega diagrama je razviden tudi fazni kot med napetostjo in tokom generatorja. Z upoštevanjem možnih razmerij napetosti  $U_{Rm}$  in  $U_{Lm}$  ugotavljamo:

⇒ V izmeničnem krogu z **zaporedno** vezavo **upora** in **tuljave** tok **zaostaja** za napetostjo izvora za fazni kot  $\varphi$ , ki lahko zavzame poljubno velikost med  $0$  in  $90^\circ$ .

$$0 < \varphi < 90^\circ$$

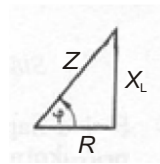
## Trikotnik napetosti in upornosti

Iz kazalčnega diagrama bi lahko izrisali pravokotni trikotnik s stranicami  $U_m$ ,  $U_{Rm}$  in  $U_{Lm}$ . Iz praktičnih razlogov pa kazalce maksimalnih vrednosti količin kazalčnega diagrama delimo s  $\sqrt{2}$  in dobimo podoben, glede faznih razmer enakovreden diagram s kazalci, katerih velikosti so efektivne vrednosti istih količin. Iz takega kazalčnega diagrama izrišemo **pravokotni trikotnik** (sl. a).



a)

$: I$   
 $\Rightarrow$



b)

Trikotnik napetosti in upornosti zaporednega kroga z uporom in tuljavo

Če stranice **napetostnega** trikotnika delimo še s skupno količino zaporednega kroga, s **tokom I**,

$$\frac{U_R}{I} = R; \quad \frac{U_L}{I} = X_L; \quad \frac{U}{I} = Z$$

dobimo še en **podoben** trikotnik (sl.), katerega stranice so **upornosti** kroga.

⇒ V **zaporednem** krogu z **uporom** in **tuljavo** je **efektivna** vrednost napetosti izvora enaka **geometrični vsoti** **efektivnih** vrednosti **padcev napetosti** na **uporu** in **tuljavi**.

⇒ Impedanca zaporednega kroga z uporom in tuljavo je enaka **geometrični vsoti** **ohmske** in **induktivne** upornosti.

Opraviti imamo s **pravokotnima** trikotnikoma, zato lahko pri računanju z njimi uporabimo **Pitagorov** izrek, npr.:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; \quad \dots$$

in **kotne** funkcije, npr.:

$$\csc \varphi = \frac{U_R}{U}; \quad \tan \varphi = \frac{X_L}{R} \quad \dots$$

Navedene in druge enačbe, ki izhajajo iz pravil reševanja pravokotnega trikotnika, omogočajo pri dveh znanih količinah trikotnika računanje tretje količine.

Preskusimo prvo od dobljenih enačb na rezultatih meritev poskusa na začetku poglavja:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ V}$$

### Primeri:

1. Preverimo rezultate merjenja pri poskusu, v katerem smo izmerili padca napetosti  $U_R = 3 \text{ V}$  in  $U_L = 4 \text{ V}$  še grafično.

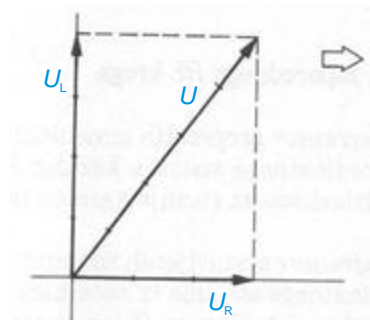
Po premisleku izberemo praktično merilo risanja  $M$ :  $1 \text{ V} \cong 1 \text{ cm}$  ali drugače zapisano

$$M = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ cm}}$$

$$U_R \cong \frac{3 \text{ V}}{M} = \frac{3 \text{ V}}{1 \text{ V/cm}} = 3 \text{ cm}; \quad U_L \cong \frac{4 \text{ V}}{1 \text{ V/cm}} = 4 \text{ cm}$$

Izmerimo:

$$U \cong 5 \text{ cm} \quad \text{in od tod} \quad U = 5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ V}}{\text{cm}} = 5 \text{ V}$$





2. Izračunaj fazni kot med tokom in napetostjo generatorja in impedanco iz obravnavanega poskusa:

$$\text{csc } \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 53,1^\circ$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = \sqrt{300^2 + (2\pi \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3})^2} = 482 \Omega$$

3. Kolikšna je impedanca zaporedne vezave upora z upornostjo  $60 \Omega$  in tuljave z induktivno upornostjo  $80 \Omega$  v izmeničnem krogu? Kolikšen je fazni premik med napetostjo in tokom generatorja?

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100 \Omega$$

$$\text{csc } \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{100} = 0,6 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 53,1^\circ$$

4. V zaporednem izmeničnem krogu z uporom in tuljavo je pri napetosti  $36 \text{ V}/50 \text{ Hz}$  tok  $2 \text{ A}$ . Kolikšni sta impedanca in induktivna upornost, padca napetosti na uporu in tuljavi ter kolikšen je fazni kot, če je upornost upora vezave  $12 \Omega$ ?

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{36}{2} = 18 \Omega$$

$$X_L = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} = 13,4 \Omega$$

$$\text{csc } \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{18} = 0,666 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 48,2^\circ$$

$$U_R = U \cdot \cos \varphi = 36 \cdot \cos(48,2^\circ) = 36 \cdot 0,666 = 24 \text{ V}$$

$$U_L = U \cdot \sin \varphi = 36 \cdot \sin(48,2^\circ) = 36 \cdot 0,745 = 26,8 \text{ V}$$

5. V zaporednem izmeničnem krogu z uporom in tuljavo je napetost izvora  $50 \text{ V}/1000 \text{ Hz}$  upornost upora  $100 \Omega$  in induktivnost tuljave  $10 \text{ mH}$ . Izračunaj tok, padca napetosti in fazni kot.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 62,8 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{100^2 + 62,8^2} = 118 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50}{118} = 0,424 \text{ A}$$

$$U_R = I \cdot R = 0,424 \cdot 100 = 42,4 \text{ V}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 0,424 \cdot 62,8 = 26,6 \text{ V}$$

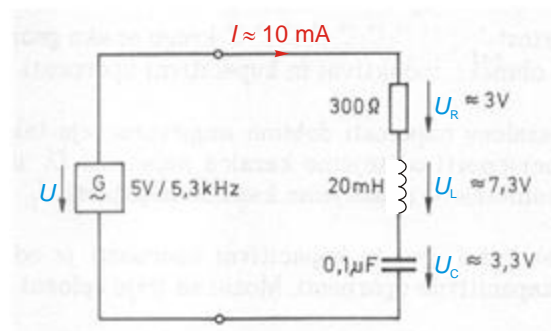
$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{42,4}{50} = 0,848 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 32^\circ$$

## 2.2.2 Zaporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja

Z merjenjem v vezavi po sliki bi ugotovili:

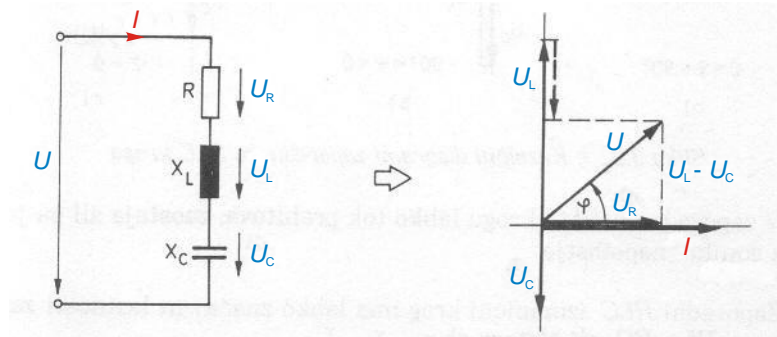
⇒ Aritmetična vsota padcev napetosti ni enaka napetosti izvora.

Pravzaprav je že sam padec napetosti na tuljavi večji od napetosti izvora, kar daje slutiti še kakšno zanimivost tovrstne vezave.



### Kazalčni diagram napetosti in toka

Kazalec skupne količine – toka  $I$  – narišemo na pozitivno vodoravno os koordinatnega sistema (sl.). Kazalce napetosti v krogu narišemo na enakih osnovah in na enak način kot v izmeničnem krogu z zaporedno vezavo upora in tuljave s tem, da na podoben način upoštevamo še vpliv kondenzatorja.



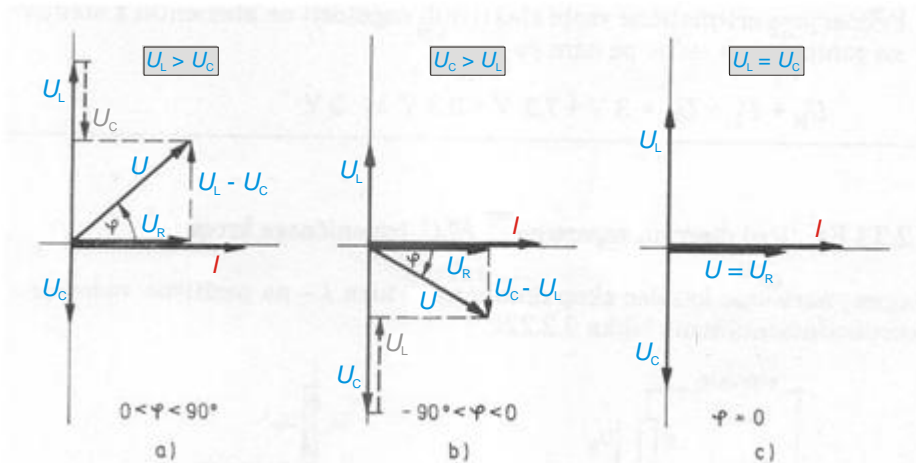
- ⇒ V izmeničnem krogu z **zaporedno** vezavo **upora, tuljave in kondenzatorja** sta kazalca padcev **napetosti** na tuljavi in kondenzatorju **pravokotna** na kazalec napetosti na uporu in **nasprotno usmerjena**.
- ⇒ Padca napetosti na tuljavi in kondenzatorju sta v **protifazi** (medsebojni fazni premik med njima je  $180^\circ$ ).
- ⇒ Efektivna napetost izvora je enaka **geometrični** vsoti efektivnih napetosti na uporu, tuljavi in kondenzatorju.

Geometrično vsoto kazalcev napetosti dobimo najpreprosteje tako, da najprej zaradi nasprotne usmerjenosti aritmetično odštejemo kazalca napetosti  $U_L$  in  $U_C$ , kazalec razlike  $U_L - U_C$  pa **geometrično** prištejemo kazalcu napetosti  $U_R$ .

Razmerje napetosti na induktivni in kapacitivni upornosti je odvisno od razmerja induktivne in kapacitivne upornosti. Možni so trije splošni primeri:

$$U_L > U_C, \quad U_L < U_C \quad \text{in} \quad U_L = U_C.$$

Kazalčne diagrame za navedene tri primere primerjalno prikazuje slika a), b) in c).

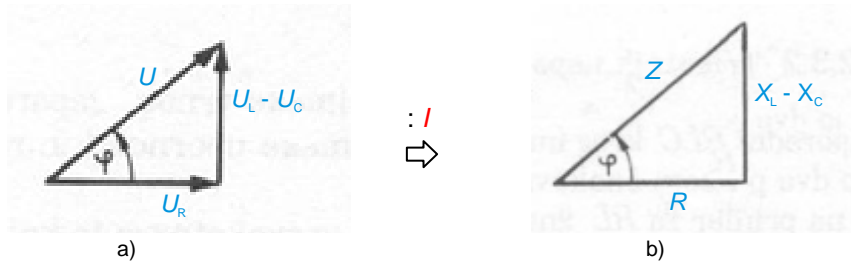


- ⇒ V izmeničnem krogu z zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja **tok** lahko **prehiteva, zaostaja** ali pa je **v fazi** z napetostjo izvora.
- ⇒ Zaporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja ima lahko značaj in lastnosti zaporedne vezave **upora in tuljave, upora in kondenzatorja** ali samo **upora**.
- ⇒ Fazni kot izmeničnega kroga z zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja ima lahko **poljubno** vrednost med  $-90^\circ$  in  $+90^\circ$ .

$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ$$

### Trikotnik napetosti in upornosti

Iz slike kazalčnega diagrama so razvidni trije možni splošni primeri značaja izmeničnega kroga z zaporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja. Iz praktičnih razlogov se za nadaljnjo obravnavo odločimo za vezavo z induktivnim značajem (sl.):



Iz kazalčnega diagrama lahko izrišemo **pravokotni trikotnik napetosti** s stranicami  $U$ ,  $U_R$  in  $U_L - U_C$  (sl. a). Če stranice **napetostnega** trikotnika delimo s skupno količino zaporednega kroga, s **tokom**  $I$ ,

$$\frac{U_R}{I} = R; \quad \frac{U_L - U_C}{I} = X_L - X_C; \quad \text{in} \quad \frac{U}{I} = Z$$

dobimo trikotnik upornosti (sl. b).

⇒ Napetosti in upornosti zaporednega kroga z uporom, tuljavo in kondenzatorjem tvorijo **pravokotna trikotnika**. Seštevamo jih **geometrično**.

Zaradi enostavnosti bomo pri obravnavi napetostnih trikotnikov sicer operirali z efektivnimi vrednostmi napetosti. Vemo pa, da napetostni trikotnik velja tudi za **maksimalne** vrednosti sinusne napetosti.

Računanje količin v zaporednem krogu z uporom, tuljavo in kondenzatorjem temelji torej na enakih pravilih kot v zaporednem krogu z upornostjo in tuljavo ali kondenzatorjem. Dodatno dejstvo je v **nasprotni kateti** trikotnika, ki je v tem primeru **razlika** dveh jalovih **napetosti** ali **upornosti**. Tudi v tem primeru lahko po **Pitagorovem** izreku zapišemo npr.:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad \dots$$

in **kotne** funkcije, npr.:

$$\csc \varphi = \frac{U_R}{U}; \quad \tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \dots$$

Navedene in druge možne enačbe reševanja pravokotnega trikotnika omogočajo pri dveh znanih količinah trikotnika računanje tretje količine.

Preskusimo prvo od dobljenih enačb na rezultatih meritev poskusa:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{3^2 + (7,3 - 3,3)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ V}$$

V primeru **enakosti induktivne** in **kapacitivne** upornosti ima obravnavani krog poleg lastnosti

$$Z = R \quad \text{in} \quad \varphi = 0$$

še druge zanimive lastnosti, ki pa jih bomo obravnavali v okviru poglavja o resonančnih pojavih.

#### Primeri:

1. Zaporedna vezava upora z upornostjo  $30 \Omega$ , tuljave z induktivnostjo  $2 \text{ H}$  in kondenzatorja s kapacitivnostjo  $6 \mu\text{F}$ , je priključena na izmenično napetost  $230 \text{ V}/50 \text{ Hz}$ . Izračunaj tok in padce napetosti

v električnem krogu. Kolikšen bi bil tok, če bi frekvenco spremenili tako, da bi se kapacitivna in induktivna upornost izenačili?

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 2 = 628 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 6 \cdot 10^{-6}} = 530 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (628 - 530)^2} = 102 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{102} = 2,25 \text{ A}$$

$$U_R = I \cdot R = 2,25 \cdot 30 = 67,5 \text{ V}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 2,25 \cdot 628 = 1413 \text{ V}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 2,25 \cdot 530 = 1192 \text{ V}$$

$$X_L = X_C \Rightarrow X_L - X_C = 0 \Rightarrow Z = R = 30 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{30} = 7,66 \text{ A}$$

2. Kolikšna mora biti kapacitivnost kondenzatorja, ki ga vežemo zaporedno z uporom z upornostjo 82  $\Omega$  in tuljavo z induktivnostjo 0,1 H, če želimo, da bo pri krožni frekvenci  $10^4 \text{ s}^{-1}$  vezava elementov povzročala fazni kot  $25^\circ$ ?

$$X_L = \omega L = 10^4 \cdot 0,1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \Rightarrow X_L - X_C = R \cdot \tan \varphi = 82 \cdot \tan 25^\circ = 38,2 \Omega$$

$$X_C = X_L - 38,2 = 1000 - 38,2 = 962 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{10^4 \cdot 962} = 0,1 \mu\text{F}$$

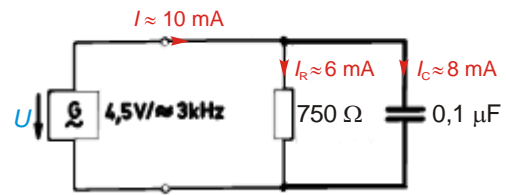
## Naloge:

1. Napetost 230 V / 50 Hz poganja v zaporednem krogu z uporom in tuljavo tok 2 A. Kolikšna je induktivnost tuljave, če je upornost upora 90  $\Omega$ ? ( $L = 228 \text{ mH}$ )
2. Kolikšna je impedanca zaporedne vezave upora z upornostjo 400  $\Omega$  in tuljave z induktivno upornostjo 600  $\Omega$ ? Nalogo reši grafično in analitično! (721  $\Omega$ )
3. Impedanca zaporedne vezave upora in tuljave je 100  $\Omega$ . Kolikšni sta upornost upora in induktivnost tuljave, če vezava povzroča v izmeničnem krogu fazni kot  $60^\circ$ ? ( $R = 50 \Omega$ ,  $L = 0,1 \text{ mH}$ )
4. Porabnik, ki ima značaj zaporedne vezave upora in tuljave, priključimo na enosmerno napetost 25 V. Tok, ki ga pri tem izmerimo, je 5 A. Porabnik na to priključimo na izmenično napetost 15 V / 100 Hz, tok, ki ga pri tem izmerimo, pa je 1 A. Izračunaj delovno upornost, impedanco in induktivnost porabnika! ( $R = 5 \Omega$ ;  $Z = 15 \Omega$ ;  $L = 22,5 \text{ mH}$ )
5. Tok skozi zaporedno vezavo upora z upornostjo 400  $\Omega$  in kondenzatorja s kapacitivnostjo 7,5  $\mu\text{F}$  je 100 mA / 50 Hz. Na kolikšno napetost je priključena vezava? ( $U = 58,3 \text{ V}$ )
6. Kolikšna mora biti upornost upora, ki ga vežemo zaporedno s kondenzatorjem s kapacitivnostjo 220  $\mu\text{F}$ , če želimo, da bo impedanca vezave 52  $\Omega$ ? ( $R = 50 \Omega$ )
10. Izračunaj kapacitivnost kondenzatorja v zaporednem RLC krogu pri  $L = 0,1 \text{ H}$ ;  $R = 82 \Omega$  in  $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ , če je fazni kot, ki ga povzroča vezava,  $\varphi = 25^\circ$ . ( $C = 0,1 \mu\text{F}$ )
11. Kolikšni morata biti induktivnost tuljave in kapacitivnost kondenzatorja zaporedno vezanih z uporom, če želimo, da bosta napetosti na tuljavi in kondenzatorju petkrat večji od napetosti izvora? Upornost upora je 200  $\Omega$ , frekvenca napetosti izvora pa 1 kHz. ( $L = 159 \text{ mH}$ ;  $C = 159 \text{ nF}$ )

## 2.2.5 Vzporedna vezava upora in kondenzatorja

Z meritvami v vezavi po sliki, bi ugotovili:

⇒ V izmeničnem krogu z **vzporedno** vezavo upora in kondenzatorja je efektivni tok izvora **večji** od **aritmetične** vsote tokov  $I_R$  in  $I_C$ , skozi **upor** in **kondenzator**.

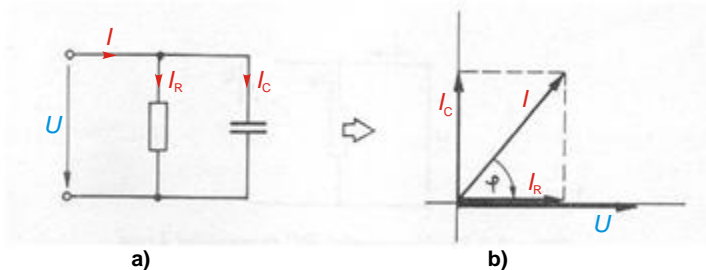


Odgovor na dobljeno tokovno neenačbo pa tudi nadaljevanje zgodbe, zdaj že slutimo.

### Časovni potek napetosti in toka

**Skupna** količina vzporedno vezanima uporu in kondenzatorju je električni **tok**, zato najprej narišemo v vodoravno os koordinatnega sistema kazalec **efektivne** vrednosti toka (slika b).

Napetost izvora požene skozi upor delovni tok  $I_R$  in »skozi« kondenzator kapacitivni tok  $I_C$ . Ker sta napetost in tok upora v **fazi**, tok kondenzatorja pa **prehiteva** napetost za  $90^\circ$ , rišemo kazalec toka  $I_R$  na kazalec **napetosti** izvora, kazalec toka  $I_C$  pa  $90^\circ$  **pred** kazalec napetosti izvora.



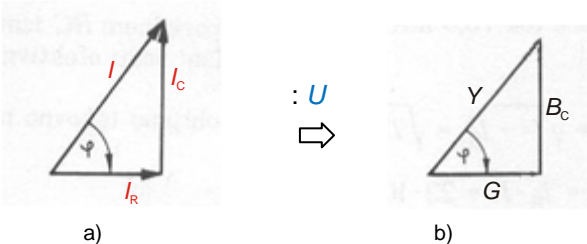
⇒ V izmeničnem krogu z vzporedno vezavo upora in kondenzatorja sta kazalca tokov upora in kondenzatorja med seboj **pravokotna**.

⇒ Tok **prehiteva** napetost izvora za fazni kot  $\varphi$ , ki lahko zavzame poljubno velikost med  $0$  in  $-90^\circ$ .

$$-90^\circ < \varphi < 0^\circ$$

### Trikotnik tokov in prevodnosti

Podobno kot smo v primerih zaporednih vezav v izmeničnem krogu iz kazalčnega diagrama izrisali trikotnik napetosti, izrišemo iz kazalčnega diagrama vzporedne vezave (sl. b), trikotnik tokov (sl. a).



Če stranice tokovnega trikotnika delimo s skupno količino vzporedne vezave, napetostjo  $U$ ,

$$\frac{I_R}{U} = G; \quad \frac{I_C}{U} = B_C; \quad \frac{I}{U} = Y,$$

dobimo **podoben** pravokotni trikotnik (sl. b), katerega stranice so **prevodnosti** kroga.

⇒ Toki in prevodnosti v izmeničnem krogu z vzporedno vezavo upora in kondenzatorja tvorijo pravokotna trikotnika.

⇒ Efektivni tok izvora je enak **geometrični** vsoti efektivnih tokov, prevodnost vezave pa **geometrični** vsoti prevodnosti vzporedno vezanih upora in kondenzatorja.

⇒ Prevodnosti vezave  $Y(S)$  pravimo **admitanca**.

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}; \quad Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}; \quad \dots$$

Pri računanju faznega kota ali s faznim kotom pa velja npr.:

$$\csc \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y}; \quad \tan \varphi = \frac{B_C}{G} \quad \dots \Rightarrow \varphi$$

Že pri prvi vzporedni vezavi omenimo dejstva, ki jih zaradi enostavnosti, pozneje ne bomo omenjali:

⇒ Trikotnik tokov velja za efektivne in maksimalne vrednosti tokov.

⇒ Trenutne vrednosti izmeničnih tokov vzporedno vezanih elementov seštevamo **aritmetično**.

**Primeri:**

1. Vzporedna vezava upora z upornostjo  $3 \text{ k}\Omega$  in kondenzatorja s kapacitivno upornostjo  $4 \text{ k}\Omega$  je priključena na izmenično napetost  $3 \text{ V}$ . Izračunaj toke, admitanco in impedanco ter fazni kot, ki ga povzroča vezava.

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{3}{3000} = \mathbf{1 \text{ mA}}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{3}{4000} = \mathbf{0,75 \text{ mA}}$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{1^2 + 0,75^2} = \mathbf{1,25 \text{ mA}}$$

$$Y = \frac{I}{U} = \frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{3} = \mathbf{0,41 \text{ mS}}; \quad Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,41 \cdot 10^{-3}} = \mathbf{2,4 \text{ k}\Omega}$$

$$\tan \varphi = -\frac{I_C}{I_R} = -\frac{0,75}{1} = -0,75 \Rightarrow \varphi = \mathbf{-36^\circ}$$

2. Vzporedna vezava upora in kondenzatorja je priključena na sinusno napetost s frekvenco  $50 \text{ kHz}$ . Kolikšna je kapacitivnost kondenzatorja, če je tok izvora  $75,8 \text{ mA}$  in tok upora  $23 \text{ mA}$ , upornost upora pa je  $10 \text{ k}\Omega$ ?

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \Rightarrow I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{78,5^2 - 23^2} = 72,2 \text{ mA}$$

$$U_R = U = I_R \cdot R = 23 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 = 230 \text{ V}$$

$$X_C = \frac{U}{I_C} = \frac{230}{72,2 \cdot 10^{-3}} = 3,2 \text{ k}\Omega$$

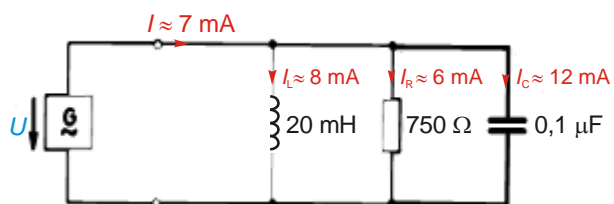
$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 10^3 \cdot 3,2 \cdot 10^3} = \mathbf{1 \text{ nF}}$$

## 2.2.6 Vzporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja

Z merjenjem po sliki bi ugotovili:

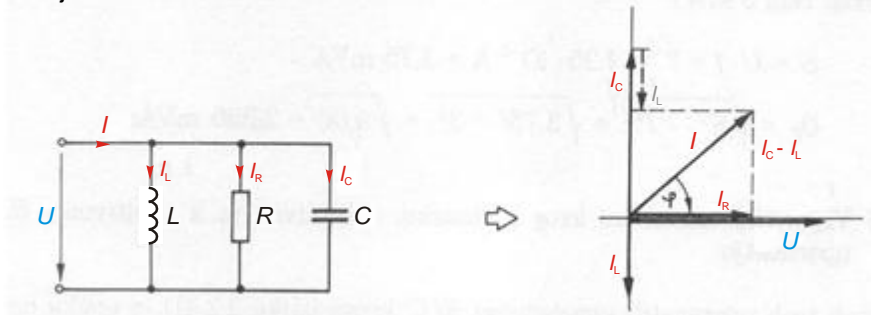
⇒ Aritmetična vsota efektivnih tokov ni enaka toku izvora.

Že tok kondenzatorja je veliko večji od toka izvora. Nekaj podobnega smo ugotovili pri zaporedni vezavi vseh treh elementov, le da smo takrat imeli opravka z napetostmi.



### Kazalčni diagram napetosti in tokov

Skupna količina elementom kroga je napetost  $U$ , na že znani način pa dobimo kazalčni diagram, ki ga prikazuje slika:

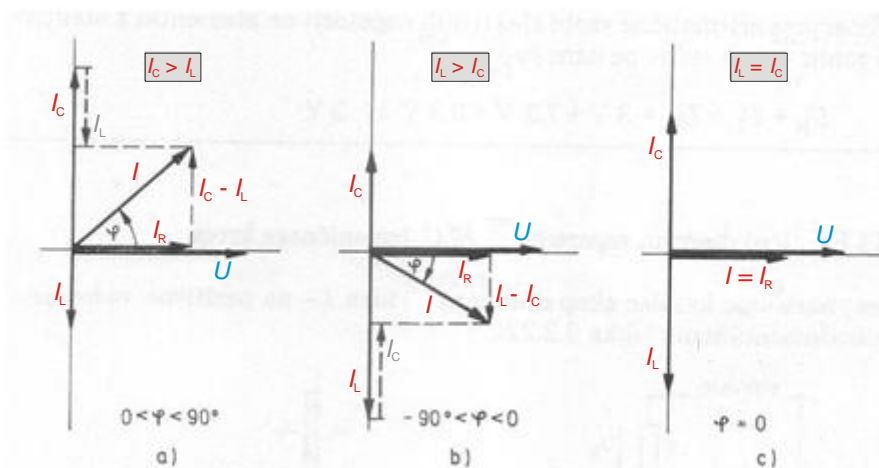


- ⇒ V vzporednem izmeničnem krogu z uporom, tuljavo in kondenzatorjem sta kazalca tokov tuljave in kondenzatorja **nasprotno usmerjena** in **pravokotna** na kazalec toka skozi upor.
- ⇒ Toka tuljave in kondenzatorja sta v **protifazi**.
- ⇒ Efektivni tok izvora je enak **geometrični vsoti** efektivnih tokov upora, tuljave in kondenzatorja.

Razmerje tokov tuljave in kondenzatorja je odvisno od razmerja induktivne in kapacitivne upornosti. Možni so trije splošni primeri:

$$I_L > I_C; \quad I_L = I_C \quad \text{ali} \quad I_L < I_C$$

Kazalčne diagrame za navedene tri primere kaže primerjalno slika a, b in c.



- ⇒ V izmeničnem krogu z vzporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja tok lahko **prehiteva**, **zaostaja** ali pa je v **fazi** z napetostjo izvora (podobno kot pri zaporedni vezavi istih elementov).
- ⇒ Vzporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja ima lahko značaj in lastnosti vzporedne vezave **upora** in **tuljave** ali **upora** in **kondenzatorja** ali samo **upora**.

Vzporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja povzroča v izmeničnem krogu fazni kot med  $-90^\circ$  in  $+90^\circ$ .

$$-90^\circ < \varphi < +90^\circ$$

### Trikotnik tokov in prevodnosti

Iz kazalčnega diagrama na sliki izrišemo **trikotnik tokov** (sl. a), z deljenjem njegovih stranic s skupno količino elementov  $U$  pa dobimo trikotnik prevodnosti vezave (sl. b).



- ⇒ Toki in prevodnosti izmeničnega kroga z vzporedno vezavo upora, tuljave in kondenzatorja tvorijo **pravokotna trikotnika**.
- ⇒ Toke in prevodnosti vzporedne vezave upora, tuljave in kondenzatorja seštevamo **geometrično**.

Po pravilih za računanje v pravokotnem trikotniku lahko zapišemo:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}; \quad Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} \dots$$

ali tudi

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{B_L - B_C}{G} \dots$$

kar pri treh znanih količinah trikotnika omogoča računanje četrte količine. V medsebojnem odnosu kapacitivne in induktivne prevodnosti in posledično tudi tokov vzporedne vezave elementov obstajajo tri možnosti:

$$B_C > B_L; \quad B_C < B_L \quad \text{in} \quad B_C = B_L$$

V vseh treh primerih admitanco vezave izračunamo na enak, zgoraj navedeni način. Zanimiv primer nastopi v primeru enakosti

$$B_L = B_C \quad \Rightarrow \quad B_L - B_C = 0$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = G$$

$$\tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0$$

- ⇒ Admitanca vzporedne vezave upora, tuljave in kondenzatorja je v primeru **enakosti** njihovih **jalovih** prevodnosti, **najmanjša**. Enaka je le **delovni** prevodnosti in **ne povzroča faznega premika** med napetostjo in tokom izvora.

V primeru enakosti induktivne in kapacitivne prevodnosti ima vzporedni vezava upora, tuljave in kondenzatorja, podobno kot zaporedna vezava, še druge zanimive lastnosti, ki pa jih bomo obravnavali pri resonančnih pojavih.

### Primeri:

1. Vzporedna vezava upora z upornostjo 750 Ω, tuljave z induktivnostjo 20 mH in kondenzatorja s kapacitivnostjo 100 nF je priključena na izvor sinusne napetosti frekvence 5 kHz. Izračunaj admitanco, impedanco ter fazni kot, ki ga vezava povzroča v električnem krogu.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{750} = 1,33 \text{ mS}$$

$$B_L = \frac{1}{2\pi fL} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \text{ mS}$$

$$B_C = 2\pi fC = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 3,14 \text{ mS}$$

$$Y = \sqrt{1,33^2 + (1,6 - 3,14)^2} = 2,03 \text{ mS}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{2,03 \cdot 10^{-3}} = 492 \text{ } \Omega$$

$$\tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G} = \frac{1,6 - 3,14}{1,33} = -1,157 \quad \Rightarrow \quad \varphi = -49,2^\circ$$



2. Izračunaj kapacitivnost kondenzatorja, ki ga moramo vezati vzporedno z vzporedno vezanima uporom z upornostjo 2,7 k $\Omega$  in tuljavo z induktivnostjo 200  $\mu\text{H}$ , če želimo, da bo vezava pri krožni frekvenci  $2,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$  povzročala zaostajanje toka za napetostjo za  $30^\circ$ .

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{2700} = 0,37 \text{ mS}$$

$$B_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ mS}$$

$$\tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G} \quad \Rightarrow \quad B_L - B_C = G \cdot \tan \varphi = 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot \tan 30^\circ = 0,214 \text{ mS}$$

$$B_C = B_L - 0,214 \text{ mS} = 2 - 0,214 = 1,79 \text{ mS}$$

$$B_C = \omega C \quad \Rightarrow \quad C = \frac{B_C}{\omega} = \frac{1,79 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^6} = \mathbf{714 \text{ pF}}$$

## Naloge

1. Napetost 5 V / 10 kHz poganja skozi vzporedno vezavo upora in kondenzatorja tok 120 mA. Kolikšna je kapacitivnost kondenzatorja, če je upornost upora 50  $\Omega$ ? (0,27  $\mu\text{F}$ )
2. Vzporedna vezava upora z upornostjo 15  $\Omega$  in tuljave z induktivnostjo 90 mH je priključena na izmenično napetost 100 V / 50 Hz. Izračunaj tok izvora in impedanco vezave. (7,5 A; 13,2  $\Omega$ )
3. Izračunaj admitanco in fazni kot vzporedne vezave upora z upornostjo 20 k  $\Omega$  in tuljave z induktivnostjo 200 mH. (50  $\mu\text{S}$ ; 89,6 $^\circ$ )
4. Kolikšna mora biti upornost upora v vzporedni vezavi s tuljavo, če naj ta pri induktivnosti tuljave 1 H in frekvenci 1.8 kHz povzroča fazni kot 45 $^\circ$ ? (11.3  $\Omega$ )
5. Izračunaj admitanco in impedanco ter fazni kot vzporedne vezave upora z upornostjo 40  $\Omega$  in kondenzatorja s kapacitivnostjo 2  $\mu\text{F}$ . Frekvenca  $f$  je 2 kHz. (35,3 mS; 28,3  $\Omega$ ; -45 $^\circ$ )
6. Vzporedni vezavi upora z upornostjo  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  in tuljave z induktivnostjo  $L$  vežemo vzporedno še en upor z upornostjo  $R_2$ . Kolikšna mora biti upornost  $R_2$ , če želimo, da bo njena priključitev povzročila zmanjšanje faznega kota 45 $^\circ$  za 10 $^\circ$ ? Kolikšen bo fazni kot, če dobljeno upornost  $R_2$  vežemo zaporedno z  $R_1$ ? (213  $\Omega$ ; 50,6 $^\circ$ )
7. Pri kolikšni frekvenci bo vzporedna vezava upora z upornostjo 5,6 k  $\Omega$  in kondenzatorja s kapacitivnostjo 0.47  $\mu\text{F}$  povzročala fazni kot 45 $^\circ$ ? (60,5 Hz)
8. Impedanca vzporedne vezave upora in kondenzatorja je 200  $\Omega$ , fazni kot pa - 37 $^\circ$ . Izračunaj upornost upora in kapacitivnost kondenzatorja pri krožni frekvenci 3000  $\text{s}^{-1}$ . (250  $\Omega$ ; 1  $\mu\text{F}$ )
9. Vzporedna vezava upora in kondenzatorja s kapacitivnostjo 0,5  $\mu\text{F}$  je priključena na izmenično napetost s krožno frekvenco 4000  $\text{s}^{-1}$ . Tok izvora 15 mA, tok kondenzatorja pa 12 mA. Izračunaj upornost in tok upora, napetost izvora ter fazni kot in admitanco vezave. (666  $\Omega$ ; 9 mA; 6 V; 53,1 $^\circ$ ; 2,5 mS)
10. Kolikšno upornost mora imeti upor, ki ga vežemo vzporedno s kondenzatorjem kapacitivnosti 50 nF, če želimo, da bo izmenična napetost 150 V pri krožni frekvenci  $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  pognala skozi vezavo tok 45 mA? (6 k $\Omega$ )
11. V vzporedni vezavi upora, tuljave in kondenzatorja je tok upora 5,5 A / 50 Hz, tok izvora pa zaostaja za napetostjo izvora za fazni kot 45 $^\circ$ . Izračunaj induktivnost tuljave in kapacitivnost kondenzatorja, če je upornost upora 20  $\Omega$ , razmerje tokov  $I_C : I_L$  pa 2 : 3. (318  $\mu\text{F}$ ; 21,2 mH)
12. Vzporedno vezavo sestavljajo pri krožni frekvenci 1000  $\text{s}^{-1}$  prevodnosti  $G$ ,  $B_L = 8 \text{ mS}$  in  $B_C = 5 \text{ mS}$ . Kolikšna je upornost upora, induktivnost tuljave, kapacitivnost kondenzatorja in impedanca, če je fazni kot vezave 45 $^\circ$ ?

### 3.3 MOČ V IZMENIČNEM KROGU

Za električno moč vemo, da je na splošno določena s produktom napetosti in toka. Na začetku tega poglavja smo se pri čisti **delovni** upornosti upora ( $\varphi = 0^\circ$ ) in čisti **jalovi** upornosti tuljave ali kondenzatorja ( $\varphi = \pm 90^\circ$ ), seznanili s pojmom delovne ( $P$ ) in jalove moči ( $Q$ ).

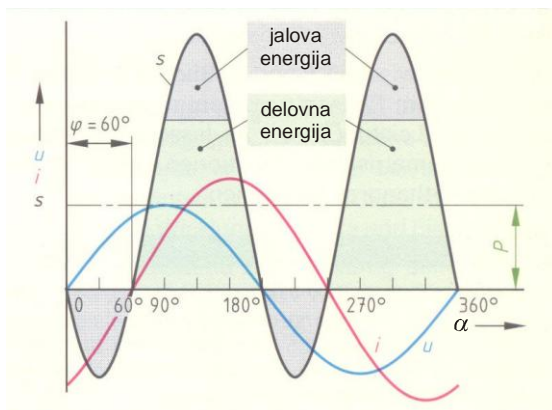
Kaj pa lahko pričakujemo od **poljubne vezave** upora, tuljave in (ali) kondenzatorja, ki v izmeničnem krogu povzroča fazni kot  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$  ali  $0^\circ > \varphi > -90^\circ$  (slika)?

Z merjenje moči v vezavi po sliki z npr.  $R = 30 \Omega$  in  $L = 120 \text{ mH}$  pri napetosti  $24 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  bi ugotovili:

- ⇒ W-meter kaže delovno moč  $P$ .
- ⇒ Izvor napetosti deluje z močjo  $U \cdot I$ , ki je **večja** od **delovne**. Imenujemo jo **navidezna** moč, označujemo z  $S$ , merimo pa z **VA** (volt amperi).

$$S = U \cdot I \quad (\text{VA})$$

Za delovno moč vemo, da prek delovne upornosti ( $R$ ) sprošča delovno energijo iz električnega kroga. Razlika navidezne in delovne moči pa tiči v dejstvu, da generator del svoje moči nameni tudi izmenjavi **jalove** energije s **tuljavo**. Časovni potek trenutnih vrednosti navidezne moči ( $p$ ) dobimo s produktom trenutnih vrednosti napetosti in toka izvora ( $p = u \cdot i$ ) – slika:

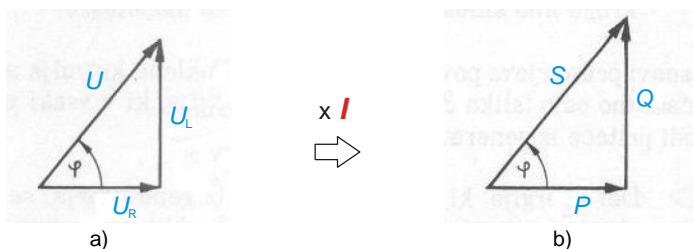


Časovni potek moči v sestavljenem izmeničnem krogu

- ⇒ Časovni potek moči v izmeničnem krogu s faznim kotom  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$  ima **sinusno** obliko in **dvojno** frekvenco toka.

#### 3.3.1 Trikotnik moči

Na poti do enačb za računanje moči v izmeničnem krogu z določenim faznim kotom  $\varphi$  si lahko pomagamo z enim od že znanih trikotnikov napetosti ali tokov. Z vsakim od teh bi prišli do enakega rezultata. Izberimo trikotnik napetosti za zaporedno vezavo upora in tuljave. Z množenjem njegovih stranic s skupno količino, tokom  $I$ , dobimo **podoben trikotnik**, katerega stranice so **moči** dotičnega električnega toka (slika):



Trikotnik moči izmeničnega kroga s faznim kotom  $\varphi$

- ⇒ Delovna, jalova in navidezna moč izmeničnega toka tvorijo **pravokotni trikotnik**.
- ⇒ Navidezna moč izmeničnega toka je enaka **geometrični** vsoti **delovne** in **jalove** moči.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (\text{VA})$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \dots$$

Slika časovnega poteka navidezne moči, trikotnik moči in dobljeni enačbi za računanje navidezne moči izmeničnega toka imajo splošno veljavo. Pri poljubni vezavi upora, tuljave in kondenzatorja ima namreč vezava ohmsko-induktivni ali ohmsko-kapacitivni značaj ali, v posebnem primeru, čisti ohmski značaj. Iz časovnega diagrama in trikotnika moči pa lahko razberemo:

- ⇒ Z **naraščanjem** faznega kota, ki ga v izmeničnem krogu povzroča poljubna vezava upora, tuljave in kondenzatorja, se razmerje **jalove** in **delovne** moči povečuje v korist **jalove** in obratno.
- ⇒ Pri faznem kotu blizu **90°** imamo pri poljubni vezavi upora, tuljave in kondenzatorja v izmeničnem krogu pretežno **jalovo** moč, pri faznem kotu **0°**, pa samo **delovno** moč.

### Primeri:

1. Porabnik z zaporedno vezavo upora in tuljave obremenjuje električno omrežje 230 V/50 Hz z močjo 100 VA in povzroča fazni kot  $\varphi = 38^\circ$ . Izračunaj delovno moč, ohmsko upornost in induktivnost porabnika.

$$P = S \cdot \cos \varphi = 100 \cdot \cos 38^\circ = \mathbf{78,8 \text{ W}}$$

$$S = U \cdot I = \frac{U^2}{Z} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{U^2}{S} = \frac{230^2}{100} = \mathbf{484 \Omega}$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 484 \cdot \cos 38^\circ = \mathbf{381 \Omega}$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi = 484 \cdot \sin 38^\circ = \mathbf{298 \Omega}$$

$$X_L = 2\pi fL \quad \Rightarrow \quad L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{298}{2\pi \cdot 50} = \mathbf{0,95 \text{ H}}$$

2. Zaporedna vezava upora z upornostjo 20  $\Omega$ , tuljave z induktivnostjo 40 mH in kondenzatorja s kapacitivnostjo 80  $\mu\text{F}$  je priključena na izmenično napetost 230 V/50 Hz. Kolikšne so posamezne moči v električnem krogu? Kolikšen je fazni kot  $\varphi$ ?

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 12,6 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 39,8 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + (12,6 - 39,8)^2} = 33,8 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{33,8} = \mathbf{6,8 \text{ A}}$$

$$S = U \cdot I = 230 \cdot 6,8 = \mathbf{1564 \text{ VA}}$$

$$P = I^2 \cdot R = 6,8^2 \cdot 20 = \mathbf{925 \text{ W}}$$

$$Q_L = I^2 \cdot X_L = 6,8^2 \cdot 12,6 = \mathbf{583 \text{ VA}}$$

$$Q_C = I^2 \cdot X_C = 6,8^2 \cdot 39,8 = \mathbf{1840 \text{ VA}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q_L - Q_C}{P} = \frac{583 - 1840}{925} = -1,36 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \mathbf{53,7^\circ}$$

3. V vzporednem izmeničnem krogu z uporom, tuljavo in kondenzatorjem je navidezna moč 150 VA, delovna 120 W in kapacitivna jalova moč 190 VAR. Izračunaj induktivno jalovo moč in fazni kot.

$$S^2 = P^2 + (Q_L - Q_C)^2$$

$$Q_L - Q_C = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{150^2 - 120^2} = 90 \text{ VAr}$$

$$Q_L = 90 + Q_C = 90 + 190 = \mathbf{280 \text{ VAr}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q_L - Q_C}{P} = \frac{90}{120} = 0,75 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \mathbf{36,9^\circ}$$

4. V vzporednem krogu z uporom in kondenzatorjem je pri napetosti izvora 3 V tok izvora 1,25 mA. Kolikšno moč potrebuje generator za tok kondenzatorja, če za tok upora rabi moč 3 mW?

$$S = U \cdot I = 3 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} = 3,75 \text{ mVA}$$

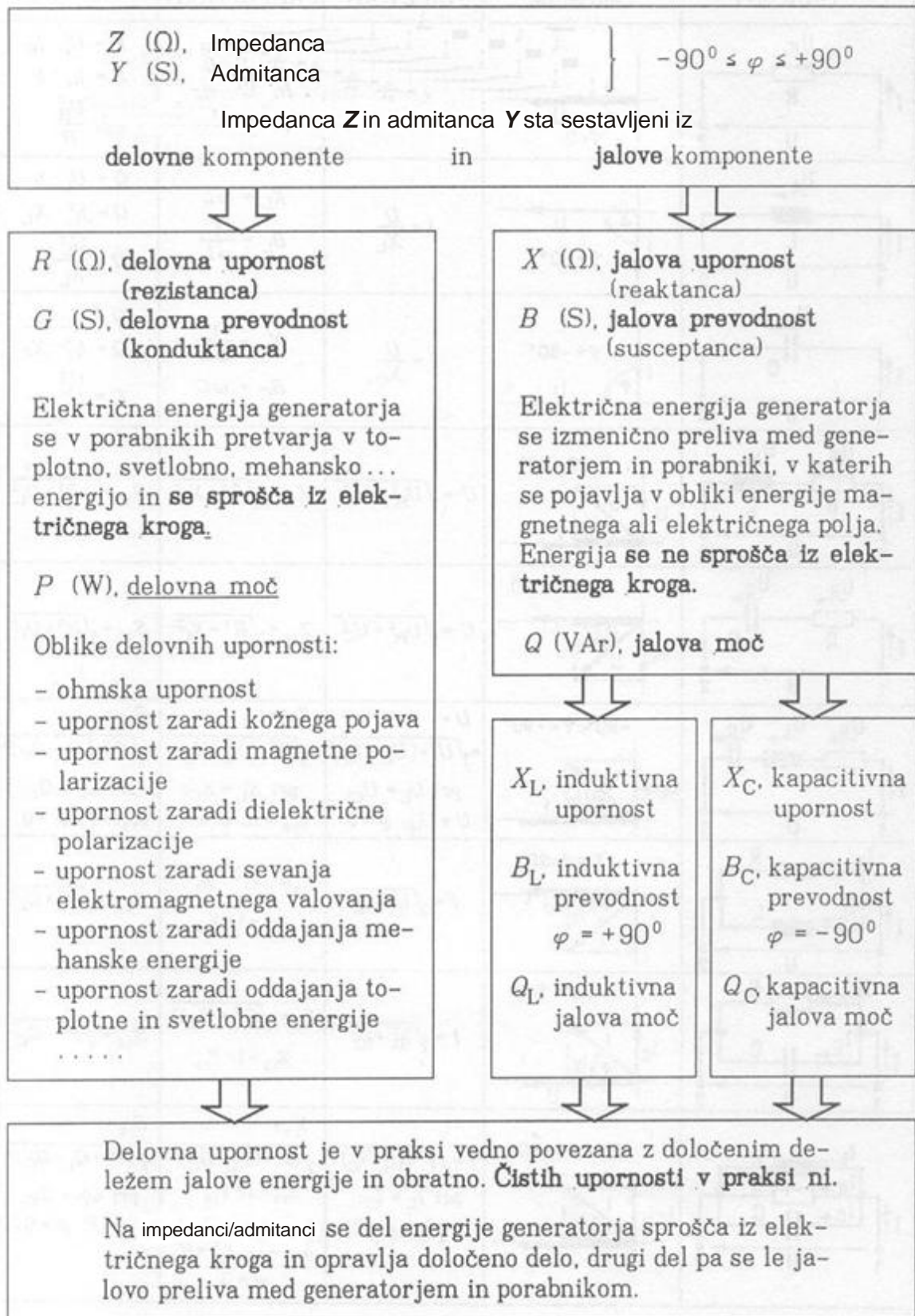
$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2} \quad \Rightarrow \quad Q_C = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{3,75^2 - 3^2} = \mathbf{2,26 \text{ mVAr}}$$

## Naloge

- Izračunaj delovno in jalovo moč v zaporednem krogu z uporom in tuljavo, če sta ohmska upornost 30  $\Omega$  in induktivna upornost 40  $\Omega$ , tok v krogu pa je 2 A! ( $P = 120 \text{ W}$ ;  $Q_L = 160 \text{ VAr}$ )
- Izračunaj navidezno in jalovo moč porabnika, ki ima značaj zaporedne vezave upora in tuljave, če je njegova delovna moč pri  $\cos \varphi = 0,8$  8 kW. ( $S = 10 \text{ kVA}$ ;  $Q_L = 6 \text{ kVAr}$ )
- V izmeničnem krogu z napetostjo 5 V sta v zaporedni vezavi upor z upornostjo 2 k $\Omega$  in kondenzator s kapacitivno upornostjo 1,5 k $\Omega$ . Izračunaj impedanco vezave in fazni kot, ki ga vezava povzroča, ter napetosti in moči na posameznih elementih in moč na priključnih sponkah! ( $Z = 2,50 \Omega$ ;  $\varphi = 36^\circ 52'$ ;  $U_R = 4\text{V}$ ;  $U_C = 3\text{V}$ ;  $P = 8 \text{ mW}$ ;  $Q = 6 \text{ mVAr}$ ;  $S = 10 \text{ mVA}$ )
- V zaporednem krogu z uporom, tuljavo in kondenzatorjem je ohmska upornost 800  $\Omega$ , induktivna upornost 500  $\Omega$  in kapacitivna upornost 300  $\Omega$ . Napetost izvora je 230 V. Izračunaj impedanco v krogu, tok, napetosti in moči na posameznih elementih ter moč na priključnih sponkah izvora.
- ( $Z = 825 \Omega$ ;  $I = 0,279 \text{ A}$ ;  $U_R = 223 \text{ V}$ ;  $U_L = 139 \text{ V}$ ;  $U_C = 83,7 \text{ V}$ ;  $S = 64,2 \text{ VA}$ ;  $P = 62,2 \text{ W}$ ;  $Q_L = 38,8 \text{ VAr}$ ;  $Q_C = 23,3 \text{ VAr}$ )
- Kolikšna mora biti kapacitivnost kondenzatorja, ki ga priključimo zaporedno z uporom z upornostjo 212  $\Omega$  in tuljavo z induktivnostjo 1,01 H, če želimo da bi impedanca vezave bila pri frekvenci 50 Hz enaka ohmski upornosti? Izračunaj za tako izbran in priključen kondenzator tok ter napetosti in moči na elementih. Napetost izvora je 230 V.
- ( $Z = R = 212 \Omega$ ;  $U_R = 230 \text{ V}$ ;  $I = 1,1 \text{ A}$ ;  $U_L = U_C = 349 \text{ V}$ ;  $P = S = 253 \text{ W}$ ;  $Q_L = Q_C = 384 \text{ VAr}$ ;  $C = 10 \mu\text{F}$ )
- Vzporedna vezava upora, tuljave in kondenzatorja je priključena na izvor napetosti 5 V / 4 kHz. Upornost upora je 750  $\Omega$ , induktivnost tuljave 20 mH in kapacitivnost kondenzatorja 100 nF. Izračunaj:
  - tokove v električnem krogu,
  - admitanco, impedanco in fazni kot vezave,
  - moči na elementih in priključnih sponkah vezave in
  - jalovo moč, ki obremenjuje izvor.
 ( $I_R = 6,6 \text{ mA}$ ;  $I_L = 9,9 \text{ mA}$ ;  $I = 7,1 \text{ mA}$ ;  $Y = 1,42 \text{ mS}$ ;  $Z = 705 \Omega$ ;  $\varphi = -21,5^\circ$ ;  $P = 33,3 \text{ mW}$ ;  $Q_L = 49,8 \text{ mVAr}$ ;  $Q_C = 62,8 \text{ mVAr}$ ;  $S = 35,5 \text{ mVA}$ ;  $Q = Q_L - Q_C = 13 \text{ mVAr}$  – kapacitivna)
- V električnem krogu iz naloge 14 želimo doseči, da vezava pri nespremenjeni frekvenci ne bo obremenjevala izvora z jalovo močjo. Na voljo imamo kondenzatorje različnih kapacitivnosti. Kolikšna mora biti kapacitivnost kondenzatorja in kako ga moramo priključiti?
 

(388 nF, zaporedno s 100 nF)

## Povzetek in pregled osnovnih lastnosti in zakonitosti izmeničnih krogov



VEZAVA	KAZALČNI DIAGRAM	TOK NAPETOST	UPORNOST PREVODNOST	MOČ
		$I = \frac{U}{R}$	$R, G = \frac{1}{R}$	$P = U_R \cdot I_R$ $P = I_R^2 \cdot R$ $P = \frac{U_R^2}{R}$
		$I = \frac{U}{X_L}$	$X_L = \omega L$ $B_L = \frac{1}{\omega L}$	$Q = U_L \cdot I_L$ $Q = I_L^2 \cdot X_L$ $Q = \frac{U_L^2}{X_L}$
		$I = \frac{U}{X_C}$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$ $B_C = \omega C$	$Q = U_C \cdot I_C$ $Q = I_C^2 \cdot X_C$ $Q = \frac{U_C^2}{X_C}$
		$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$	$Z_{12} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$
		$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$	$Z_{12} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$
		$U = \sqrt{U^2 + (U_L - U_C)^2}$ pri $U_L = U_C$ : $U = U_R, \varphi = 0$	$Z_{12} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ pri $X_L = X_C$ : $Z_{12} = R, \varphi = 0$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$ pri $Q_L = Q_C$ : $S_{12} = P, \varphi = 0$
		$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$	$Y_{12} = \sqrt{G^2 + B_L^2}$ $Z_{12} = 1/Y_{12}$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$
		$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$	$Y_{12} = \sqrt{G^2 + B_C^2}$ $Z_{12} = 1/Y_{12}$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$
		$I = \sqrt{I^2 + (I_L - I_C)^2}$ pri $I_L = I_C$ : $I = I_R, \varphi = 0$	$Y_{12} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$ $Z_{12} = 1/Y_{12}$ pri $B_C = B_L$ : $Y_{12} = G, Z_{12} = R, \varphi = 0$	$S_{12} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$ pri $Q_C = Q_C$ : $S_{12} = P, \varphi = 0$