

RACIONALNA FUNKCIJA IN STOŽNICE - vaja

1. Nariši grafe funkcij:

$$(a) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}$$

$$(b) f(x) = \frac{2x^2 - 4}{x^2}$$

$$(c) f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^2 + 1}$$

$$(d) f(x) = 3 + \frac{2}{x - 4}$$

2. Dana je funkcija $f(x) = 3 + x + \frac{x-2}{x+1}$.

(a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti dane funkcije in skiciraj graf dane funkcije.

(b) Za katere x so funkcijske vrednosti manjše od 4?

3. Reši enačbe:

$$(a) \frac{2x}{x+1} = \frac{x}{1-x} - \frac{1}{4-4x^2}$$

$$(b) \frac{2x}{x-1} - \frac{7}{2} = \frac{x+1}{x-1} + \frac{5}{2-2x}$$

4. Reši neenačbe:

$$(a) \frac{x-1}{3x+1} \geq 1$$

$$(b) \frac{2}{x} + 1 \geq x$$

5. Določi središče in polmer krožnice K_1 , podane z enačbo $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$.

Določi še enačbo krožnice K_2 tako, da bosta krožnici K_1 in K_2 koncentrični in da bo točka $A(0, 0)$ ležala v notranjosti kroga, ki ga določa krožnica K_2 . Upoštevaj vse možnosti.

6. Zapiši enačbo krožnice K_1 , ki seka abscisno os pri $x = 4$ in $x = 8$, njeno središče pa je od abscisne osi oddaljeno za $\sqrt{5}$.

Določi enačbo krožnice, ki jo dobimo z zrcaljenjem krožnice K_1 preko premice $x = 4$.

Poišči se presečišče krožnice K_1 s premico $x = 4$.

7. Zapiši enačbo krožnice K_2 , ki se dotika koordinatnih osi in gre skozi točko $T(1, 8)$.

8. Zapiši enačbo krožnice, ki gre skozi točki $A(-2, 3)$ in $B(2, -1)$ in ima središče na premici $y = -2x + 4$.

9. Zapiši enačbo krožnice, ki gre skozi točke: $A(1, 2)$, $B(3, -4)$, $C(6, 2)$.

10. Izračunaj dolžino daljice, ki jo parabola $y^2 = x$ odreže od premice $x - y - 2 = 0$.

11. Nariši krivuljo:

$$(a) x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$$

$$(b) 4x^2 - y^2 = -4$$

$$(c) 5x^2 + 4y^2 - 30x + 8y + 28 = 0$$

$$(d) y^2 - 2x - 5y + 6 = 0$$

$$(e) 4x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0$$

$$(f) y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$$

12. Opiši množico točk, ki jo določa dana enačba:

$$(a) x^2 + y^2 + 4y = 14$$

$$(b) x^2 + y^2 = 0$$

$$(c) 2x^2 + 2y^2 + 1 = 0$$

$$(d) x^2 + 4y^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(e) 3x^2 - y^2 + 12x - 4y - 4 = 0$$

$$(f) x^2 - y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$$

13. Izračunaj parameter p hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$. Tako imenujemo (enako kot pri elipsi) ordinato točke hiperbole nad goriščem $T(e, p)$.

14. Dana je parabola $(y+2)^2 = 9x+9$. Določi gorišče, enačbo vodnice in parabolo nariši. Dano parabolo prezrcali čez simetralo lihih kvadrantov in zapiši enačbo prezrcaljene parabole.

15. Nariši graf dane funkcije, zapiši njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti.

(a) $f(x) = -\sqrt{16 - x^2}$

(b) $f(x) = 2 - \sqrt{25 - (x-1)^2}$

(c) $f(x) = 2\sqrt{4 - x^2}$

(d) $f(x) = \sqrt{4 + x^2}$

16. Določi enačbo elipse v središčni legi, če poteka skozi točki $A(6, 0)$ in $B(2\sqrt{3}, \sqrt{6})$. Izračunaj še ploščino elipse.

17. Določi enačbo elipse, če poznaš koordinate njenih gorišč $F_1(-5, 2)$ in $F_2(3, 2)$ in točko $A(-1, 5)$, ki leži na iskani elipsi.

18. Določi enačbo elipse z goriščema $F_1(-\sqrt{5}, 0)$ in $F_2(\sqrt{5}, 0)$, če veš, da je ploščina štirikotnika, ki ima oglišča v temenih elipse, 12.