

POLINOMI - vaja

- Dana sta polinoma $p(x) = x^5 + 2x^2 + 3$ in $q(x) = x^3 + x + 2$
 - Določi polinome $2 \cdot p(x)$, $p(x) + q(x)$, $p(x) - q(x)$, $p(x) \cdot q(x)$.
 - Deli polinom $p(x)$ s polinomom $q(x)$ ter zapiši kvocient $k(x)$ in ostanek $r(x)$.
 - Določi števila a , b , c tako, da bo veljalo $q(x) = (x^2 + 1)(ax + b) + c$
- Dan je polinom $p(x) = x^5 - 3x^4 - 8x^3 + bx^2 + ax$.
 - Določi koeficienta a in b tako, da bo imel dani polinom enojni ničli pri -2 in 5 .
 - Poišči še preostale ničle danega polinoma.
- Polinom z realnimi koeficienti $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - x - 10$ ima ničlo $x_1 = 1 - 2i$. Poišči preostale ničle tega polinoma.
- V polinomu $p(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ določi a , b in c tako, da bo polinom imel ničlo v $x = 1$ ter da bo pri delitvi z $x - 8$ dal ostanek 126 , pri delitvi z $x + 1$ pa ostanek -18 .
- Določi presečišča grafov polinomov $p(x) = x^5 - x^3 + x - 1$ in $q(x) = -3x^4 + 3x^2 - x - 7$.
- Dan je polinom $p(x) = 0,125 \cdot x(x+1)^2(x-1)(x-3)$.
 - Nariši graf danega polinoma.
 - Nariši grafe funkcij $p(x+2)$, $p(|x|)$, $|p(|x|)|$ in $p(2x)$.
- Reši enačbo (pomagaj si z uvedbo nove neznanke):
$$16\left(1 + \frac{1}{x}\right)^4 - 88\left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 + 105\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - 37\left(1 + \frac{1}{x}\right) = -4$$
- Poišči vse realne rešitve enačb:
 - $\sqrt{x^3 - 2x + 5} - x = 1$
 - $3 \cdot 4^x - 1 = 5 \cdot 2^x + \frac{1}{2^{x-1}}$
 - $\log_2(4 - x) + \log_4(3x - 5) = 1$
- Nariši graf funkcije:
$$f(x) = \begin{cases} x - 5; & x > 1 \\ x^3 - x^2; & x \leq 1 \end{cases}$$
- V isti koordinatni sistem nariši grafa funkcij $f(x) = |-x^3 + x|$ in $g(x) = \frac{15}{4}x - \frac{3}{2}$. Določi tudi presečišča grafov danih dveh funkcij.

REŠITVE

1. naloga

$$(a) \quad 2 \cdot p(x) = 2x^5 + 4x^2 + 6$$

$$p(x) + q(x) = x^5 + x^3 + 2x^2 + 5$$

$$p(x) - q(x) = x^5 - x^3 + 2x^2 - x + 1$$

$$p(x) \cdot q(x) = x^8 + x^6 + 4x^5 + 5x^3 + 4x^2 + 3x + 6$$

$$(b) \quad k(x) = x^2 - 1, \quad r(x) = x + 5$$

$$(c) \quad a = 1, \quad b = 0, \quad c = 2$$

2. naloga

$$(a) \quad a = -20, \quad b = -6$$

$$(b) \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 5$$

$$x_3 = 0, \quad x_4 = i\sqrt{2}, \quad x_5 = -i\sqrt{2}$$

3. naloga

$$x_1 = 1 - 2i \xrightarrow{\text{polinom z realnimi koeficienti}} x_2 = 1 + 2i$$

$$x_3 = -1, \quad x_4 = 2$$

Postopek:

$$\text{Ker sta } x_1 = 1 - 2i \text{ in } x_2 = 1 + 2i \text{ ničli polinoma } p \Rightarrow p(x) = (x - (1 - 2i)) \cdot (x - (1 + 2i)) \cdot k(x).$$

1. način

$$\text{Torej je } p \text{ deljiv z } (x - (1 - 2i)) \cdot (x - (1 + 2i)) = x^2 - 2x + 5$$

$$(x^4 + ax^3 + bx^2 - x - 10) : (x^2 - 2x + 5) = \underbrace{x^2 + (a+2)x + (2a+b-1)}_{k(x)}$$

$$\hline -x^4 + 2x^3 - 5x^2$$

$$x^3(a+2) + x^2(b-5) - x - 10$$

$$\hline -x^3(a+2) + x^2(2a+4) + x(-5a-10)$$

$$x^2(2a+b-1) + x(-5a-11) - 10$$

$$\hline -x^2(2a+b-1) + x(4a+2b-2) - 10a-5b+5$$

$$x(-a+2b-13) - 10a-5b-5 \quad (= r(x))$$

$$\text{Ker mora biti } r(x) = 0 \Rightarrow$$

$$-a + 2b - 13 = 0$$

$$\hline -10a - 5b - 5 = 0$$

$$\text{Rešitev sistema je } a = -3, b = 5$$

$$\text{Preostali ničli: } k(x) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x_3 = -1, x_4 = 2$$

2. način

$$p(x) = (x^2 - 2x + 5) \cdot k(x)$$

$$p(x) = (x^2 - 2x + 5) \cdot (x^2 + cx - 2)$$

$$x^4 + ax^3 + bx^2 - x - 10 = x^4 + (c - 2)x^3 + (3 - 2c)x^2 + (5c + 4)x - 10$$

$$a = c - 2$$

$$b = 3 - 2c$$

$$\underline{-1 = 5c + 4}$$

Rešitev sistema: $a = -3, b = 5, c = -1$

Preostali ničli: $k(x) = 0$

$$x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_3 = -1, x_4 = 2$$

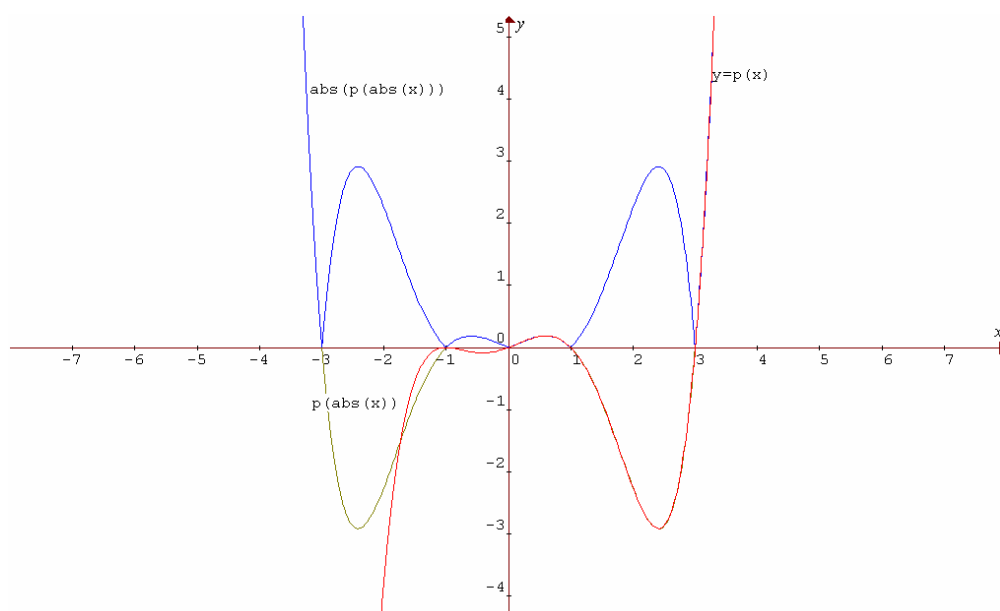
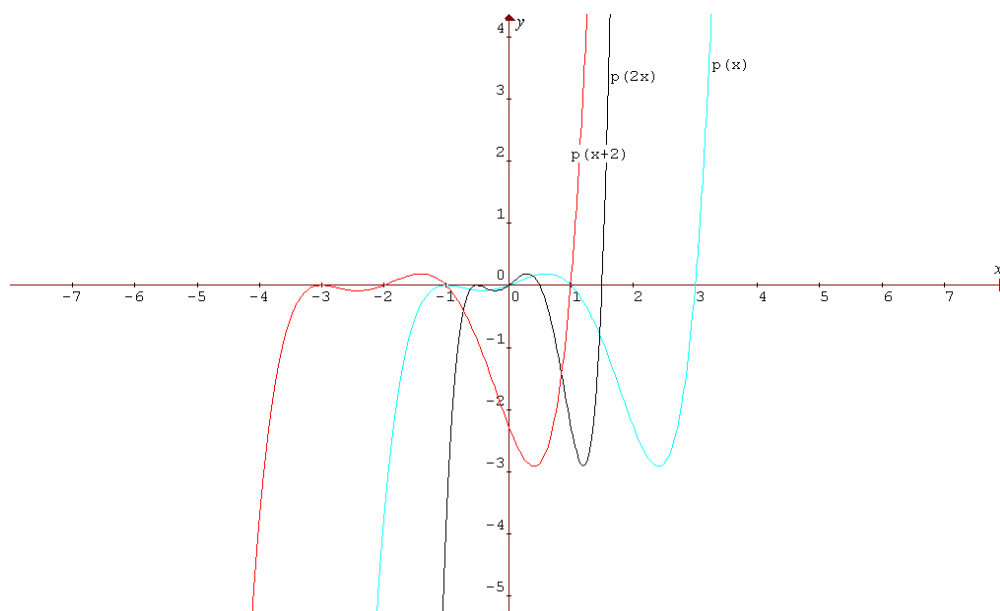
4. naloga

$$a = -15, b = 7, c = 6$$

5. naloga

$$P(-3, -220)$$

6. naloga



7. naloga

$$1 + \frac{1}{x} = t \quad (x \neq 0)$$

$$16t^4 - 88t^3 + 105t^2 - 37t + 4 = 0 \quad (\text{določi kandidate za racionalne ničle})$$

$$16\left(t - 4\right)\left(t - \frac{1}{4}\right)^2(t - 1) = 0$$

$$t_1 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \frac{1}{3}}}$$

$$t_2 = t_3 = \frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{4}{3}}}$$

$$t_4 = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \text{tak } x \text{ ne obstaja (ni rešitve)}$$

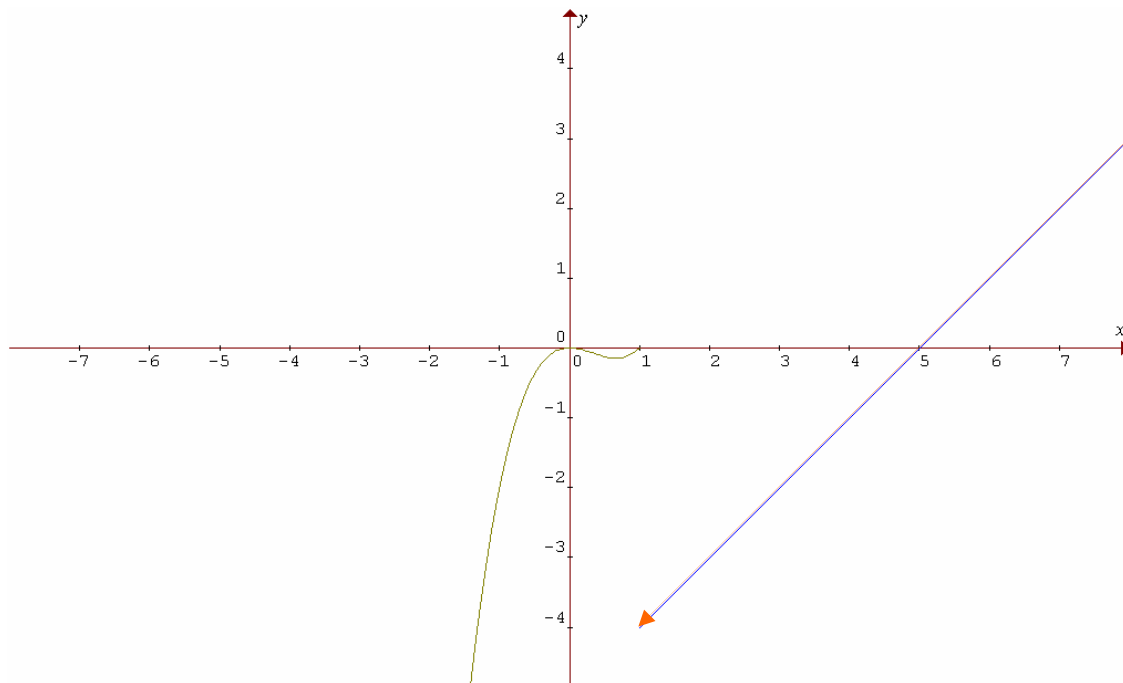
8. naloga

(a) $x_1 = 1, x_2 = 2$ ($x_3 = -2$ ne ustreza prvotni enačbi)

(b) $x = 1$

(c) $x_1 = 2, x_2 = 3$ ($x_3 = \frac{14}{3}$ ni rešitev prvotne enačbe)

9. naloga



10. naloga

$$P_1(2, 6)$$

$$P_2\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{8}\right)$$

