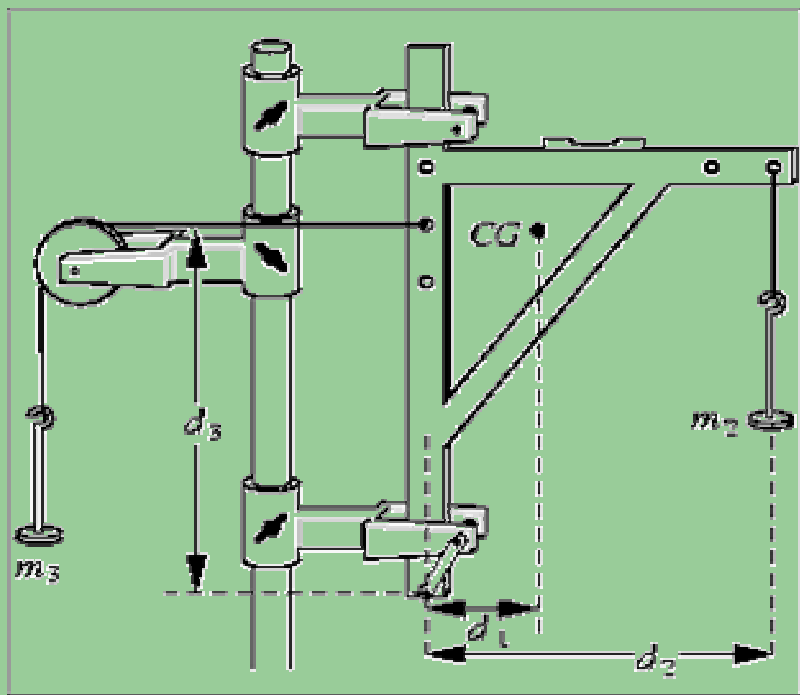


# MEHANIKA

Osnovni pojmi,  
principi in metode  
mehanike togega in  
trdnega telesa



**Mehanika** je naravoslovna veda, ki se ukvarja s preučevanjem **gibanj** in **gibalnih stanj** teles, nastalih zaradi delovanja zunanjih vzrokov - **sil**.

Glede na **gibalno stanje** delimo mehaniko na:

- **STATIKO** in
- **KINETIKO**.

**STATIKA** raziskuje pogoje **mirovanja** in **ravnotežja** teles pod vplivom sil.

**KINETIKA** raziskuje in opisuje pogoje **gibanja** teles.

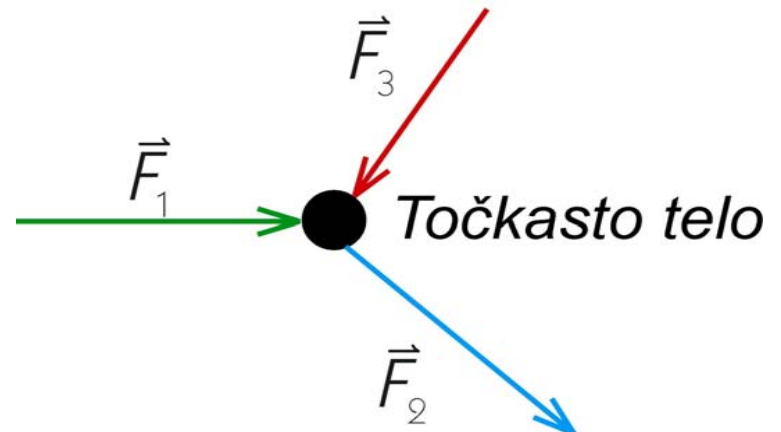
Glede na *razsežnosti* in *agregatna stanja* teles delimo mehaniko na:

- *mehaniko točkastega telesa*
- *mehaniko sistema točkastih teles*
- *mehaniko togega telesa*
- *mehaniko trdnega telesa*
- *mehaniko tekočin.*

# Točkasto telo

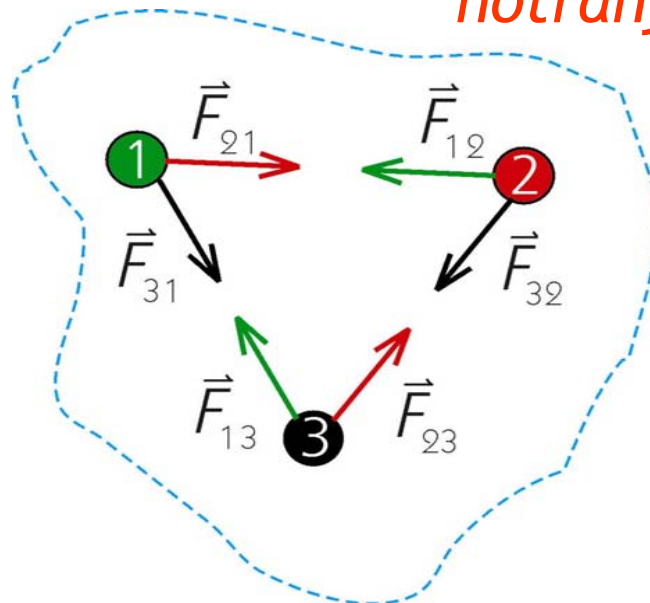
**Točkasto telo** je model telesa, s katerim proučujemo gibanje vsega telesa s predpostavko, da je v njem združena vsa snov, ne glede na obliko telesa.

Zaradi razsežnosti ( dimenzij ) točkastega telesa lahko predpostavimo, da nanj delujejo samo **zunanje sile**.



# Sistem točkastih teles

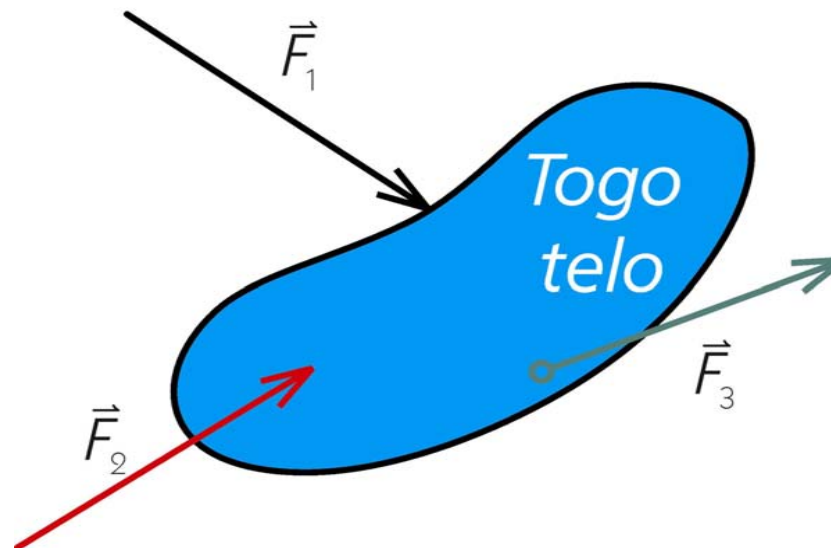
*Sistem točkastih teles* je množica več točkastih teles, med katerimi poleg zunanjih delujejo tudi *notranje sile*.



*Sistem točkastih teles*

# Togo telo

**Togo telo** je model telesa, ki pod vplivom sil ne spremeni svoje oblike ( se ne deformira ).



# Definicija sil in njihova delitev

*V mehaniki definiramo s silo vsak **vzrok**, ki skuša **spremeniti gibalno stanje** nekega telesa.*

*Silo definiramo tudi kot **vpliv** nekega telesa na drugo, opazovano telo.*

*Zelo pogosta delitev sil v mehaniki je naslednja:*

- ***aktivne in pasivne sile***
- ***zunanje in notranje sile***
- ***volumske in površinske sile.***

# Aktivne in pasivne sile

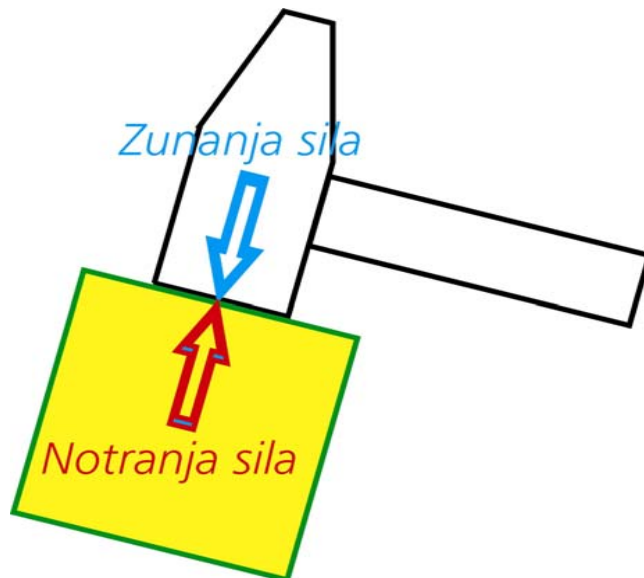
*Aktivne sile* so sile, ki skušajo telo spraviti v gibanje.  
Mednje uvrščamo *silo teže*, *različne vlečne sile*, *pritisk*  
*vetra...*

*Pasivne sile* so sile, ki nasprotujejo gibanju telesa.  
Mednje uvrščamo različne *upore* ( *upor zraka*, *upor trenja*,  
*upor podpor ...* ).

# Zunanje in notranje sile

*Zunanje sile* so sile, ki delujejo na neko telo *od zunaj*.

*Notranje sile* so sile, s katerimi se neko telo *upira delovanju zunanjih sil*.



# Volumske in površinske sile

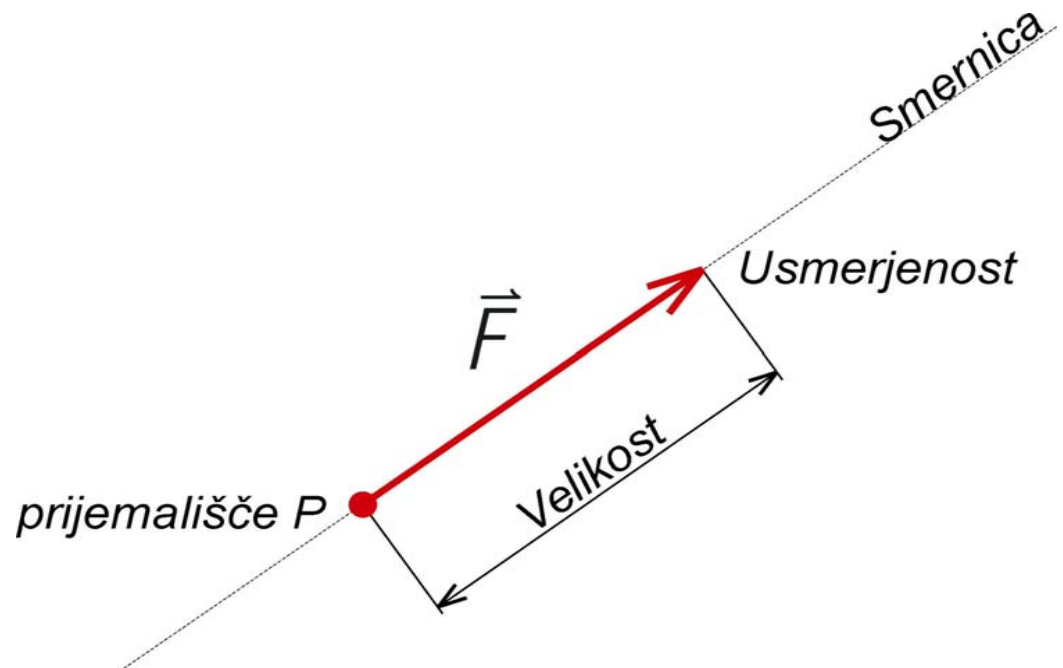
*Sile, porazdeljene po vsej prostornini telesa, imenujemo  
**volumske ali prostorninske sile.***

*Sile, porazdeljene po površini telesa, imenujemo  
**površinske sile.***

# Geometrijska podoba sile

Sila je *vektorska količina*, zato je enolično določena z naslednjimi parametri:

- *velikostjo ( jakostjo )*
- *smerjo*
- *usmerjenostjo*
- *prijemališčem.*



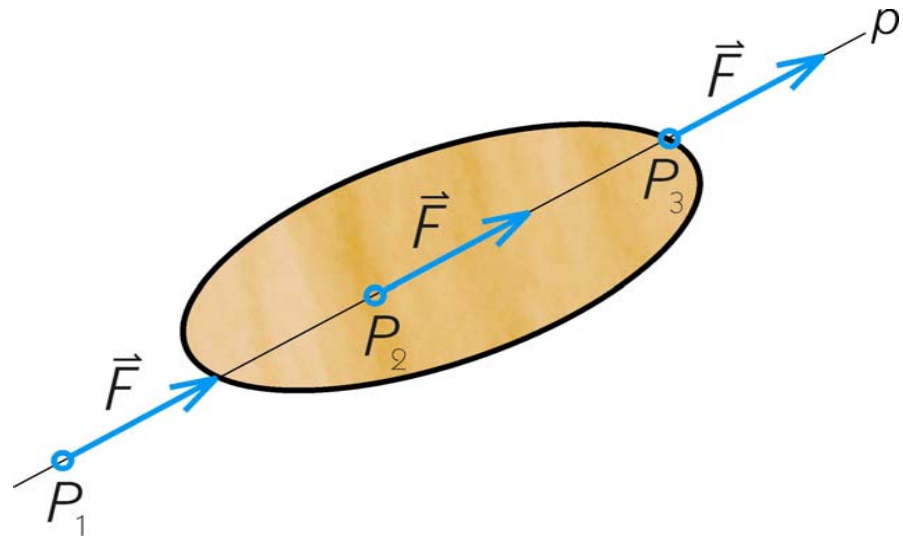
# Osnovni principi in zakoni mehanike

Mehanika je zgrajena na svojih principih (aksiomih) in zakonih, ki jih v naravi ugotovimo s *pravilnim* in *temeljitim opazovanjem* ter s *pravilnimi zaključki*.

*Statika togega telesa* je zgrajena na treh osnovnih aksiomih: *aksiom o prenosnosti sile*, *aksiom o ravnotežnem paru sil* in *aksiom o paralelogramu sil*.

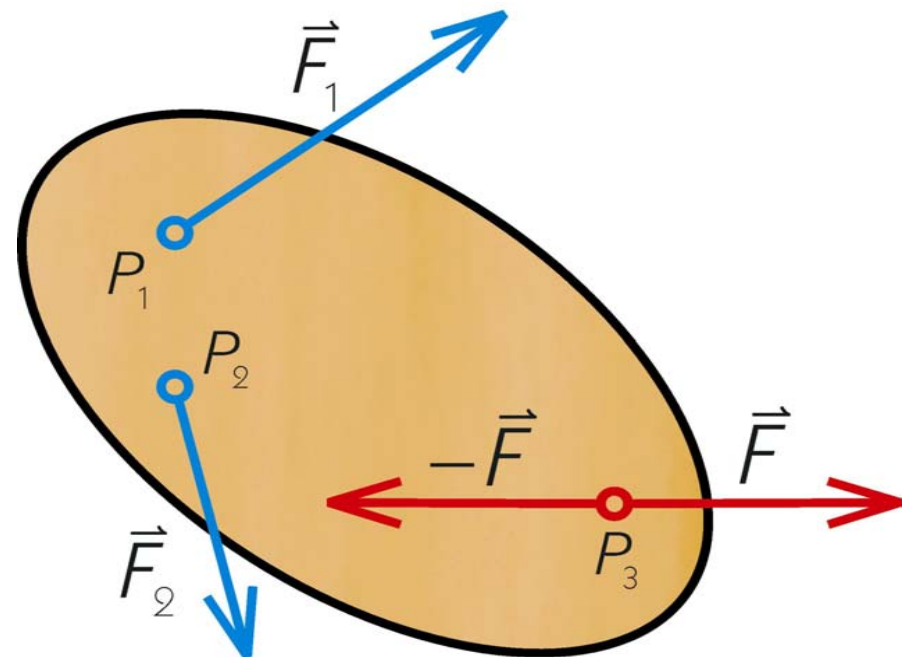
# Aksiom o prenosnosti sile

*Statičen vpliv sile  $F$  na tego telo ostane nespremenjen, če njeno prijemališče  $P$  prenesemo v katerokoli točko  $P_1, P_2, \dots$  premice smernice  $p$  vektorja  $F$ .*



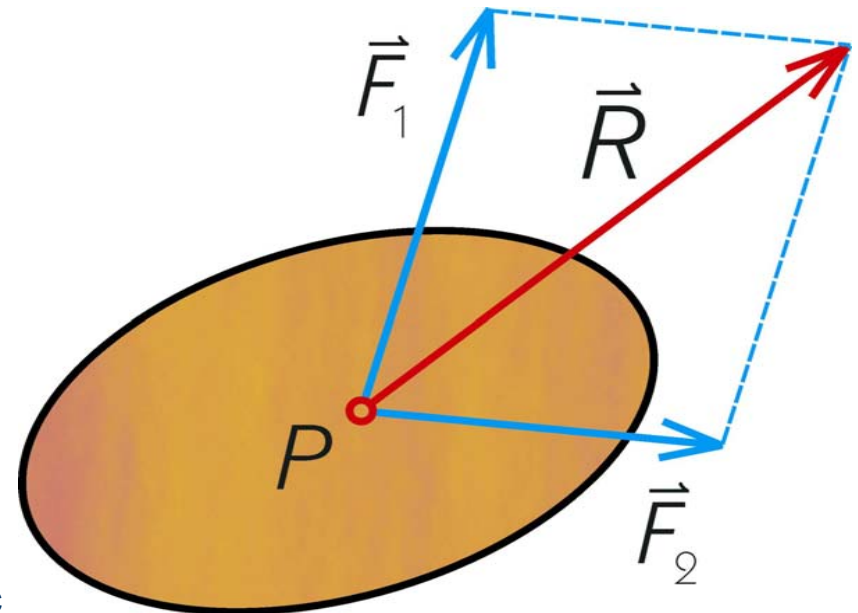
# Aksiom o ravnotežnem paru sil

*Na totem telesu se statično stanje ne spremeni, če nanj dodamo ali odvzamemo poljubni ravnotežni par sil.*



# Aksiom o paralelogramu sil

*Statičen vpliv dveh sil s skupnim prijemališčem na togo telo je isti, kot če ju nadomestimo z eno samo silo, njuno rezultanto.*



# Newtonovi zakoni

## 1. Newtonov zakon

*Telo miruje ali se giblje premo enakomerno, če nanj ne deluje nobena sila oziroma če je rezultanta naj delujočih sil nična.*

$$v = 0 \quad \text{oz.} \quad |\vec{v}| = \text{const.} \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

## 2. Newtonov zakon

*Pospešek je sorazmeren s silo in ima smer sile.*

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

### 3. Newtonov zakon

*Če deluje prvo telo na drugo telo s silo, deluje drugo telo na prvo z nasprotno enako silo.*

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

# Interpretacija Newtonovih zakonov

## NEWTONOVI ZAKONI GIBANJA

Leta 1687 je angleški matematik Isaac Newton (1642–1725) postavil tri zakone, ki opisujejo gibanje predmetov pod vplivom sil.

### PRVI NEWTONOV ZAKON



Gibanje predmeta se ne bo spremenilo, razen če nanj deluje sila.

### DRUGI NEWTONOV ZAKON



Sprememba gibanja telesa je odvisna od sile, ki deluje na telo, in od mase telesa.

### TRETJI NEWTONOV ZAKON



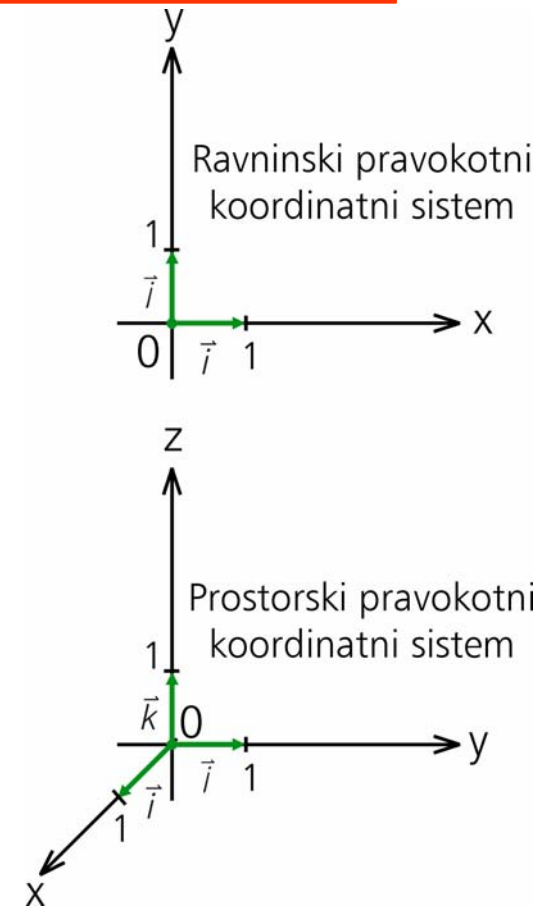
Za vsako silo obstaja enaka sila, ki deluje v nasprotni smeri.

# *Statika togega telesa*

1. Sile in momenti v ravnini in prostoru
2. Statično določeni podprti nosilci

# 1.1 Predstavitev sile z vektorjem v ravnini in v prostoru

Za nazorno predstavitev sil v nekem prostoru uporabimo *pravokotni koordinatni sistem*, v katerem lahko vsako silo enolično razstavimo na *pravokotne komponente*.



## 1.1.1 Sila v ravnini

Silo  $F$  v ravnini p.k.s.  
razstavimo na dve pravokotni  
komponenti  $F_x$  in  $F_y$ .

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} = (F_x, F_y)$$

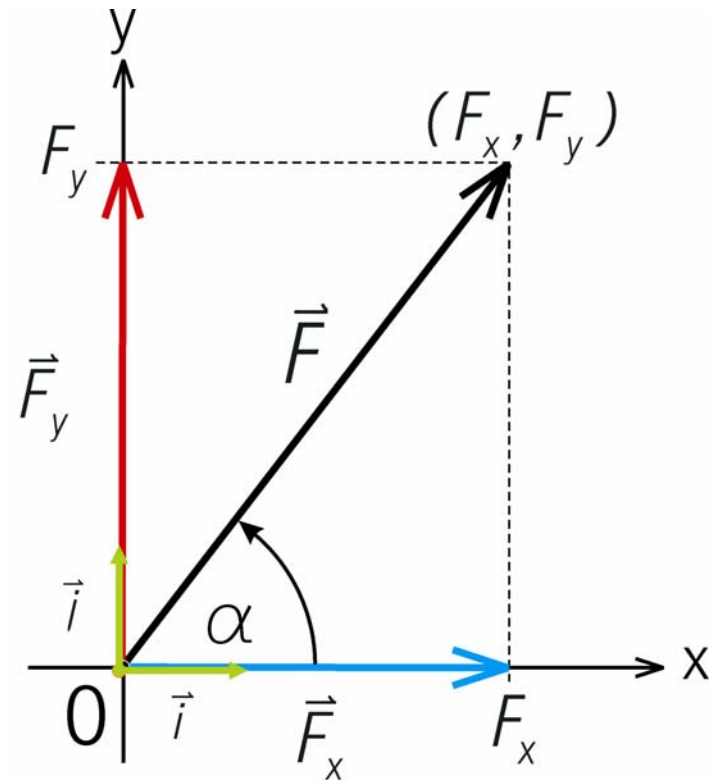
$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right|$$

Davorin Babič



## 1.1.2 Sila v prostoru

Silo  $\vec{F}$  v prostoru p.k.s.  
razstavimo na tri med seboj  
paroma pravokotne  
komponente  $\vec{F}_x, \vec{F}_y$  in  $\vec{F}_z$ .

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k} = \\ = (F_x, F_y, F_z)$$

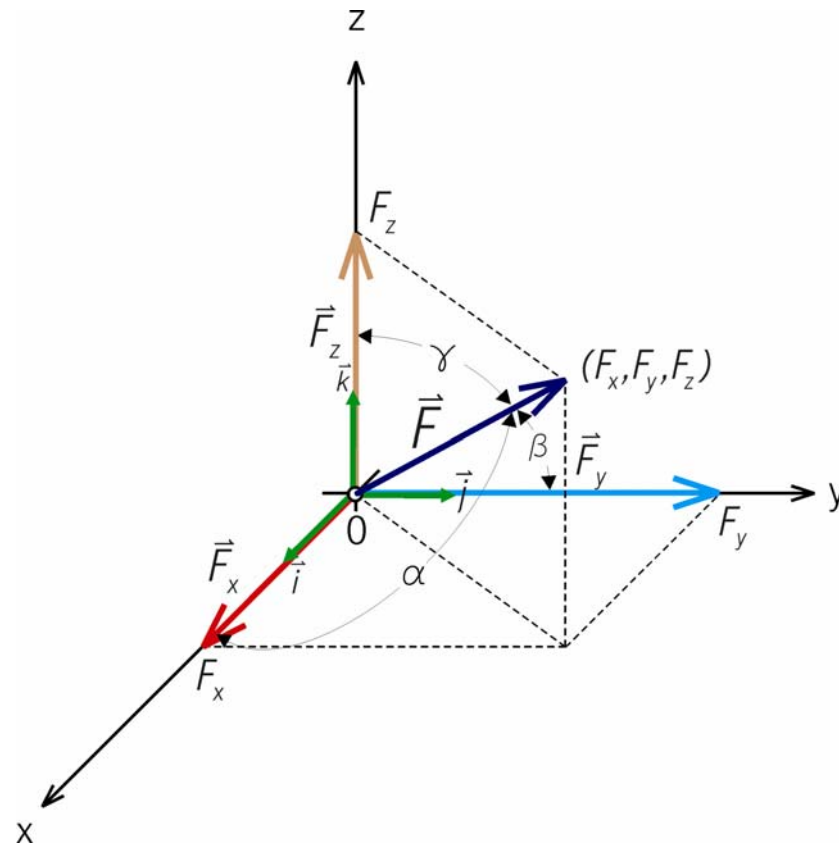
$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \cos \beta$$

$$F_z = F \cdot \cos \gamma$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Davorin Babič



## 1.1.3 Osnovne vektorske operacije s silami

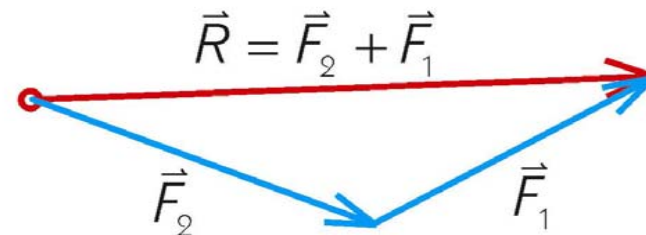
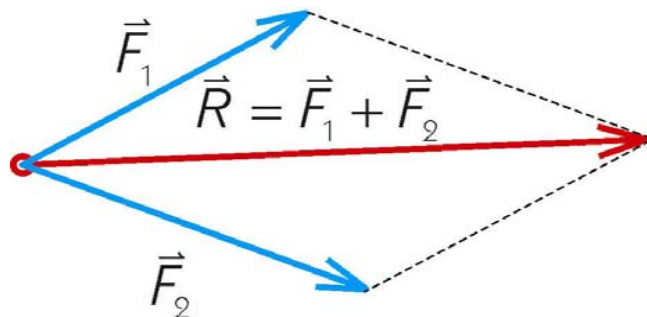
Ker so sile vektorske količine, veljajo zanje pravila vektorskega računa. Vektorske operacije lahko izvajamo *geometrijsko* ali pa *analitično*.

Za statiko togega telesa so uporabne naslednje vektorske operacije:

- *seštevanje*
- *odštevanje*
- *množenje s skalarjem.*

## 1.1.4 Seštevanje, odštevanje in množenje s skalarjem

Seštevanje in odštevanje sil geometrijsko izvajamo po *paralelogramskem* ali *trikotniškem pravilu*:



Analitično izvajamo seštevanje, odštevanje in množenje sil s skalarjem po *komponentah*:

$$\vec{F}_1 \pm \vec{F}_2 = (F_{x1}, F_{y1}) \pm (F_{x2}, F_{y2}) = (F_{x1} \pm F_{x2}, F_{y1} \pm F_{y2})$$

$$k \cdot \vec{F} = k \cdot (F_x, F_y) = (kF_x, kF_y)$$

Davorin Babič

## 1.2 Sistem sil v ravnini

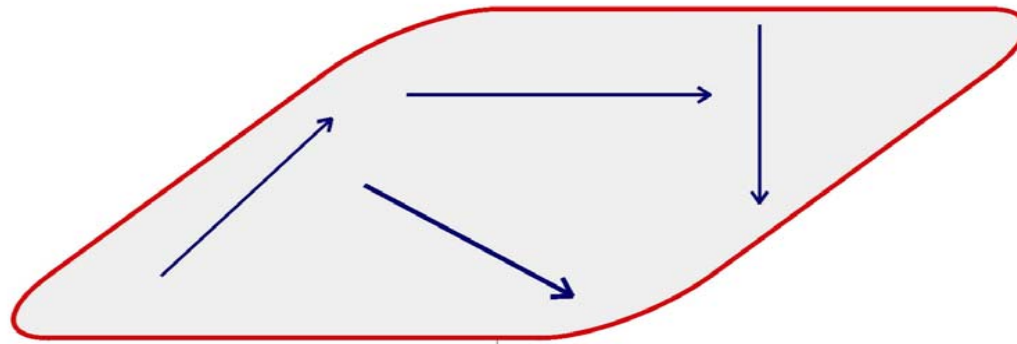
**Sistem sil** imenujemo množico **več sil**, ki istočasno delujejo na neko telo.

V ravnini **splošni sistem sil** delimo na:

- **komplanarno-centralni sistem sil**
- **komplanarno-vzporedni sistem sil**
- **kolinearni sistem sil.**

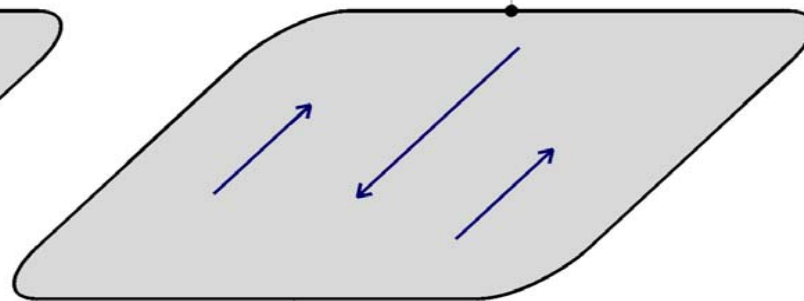
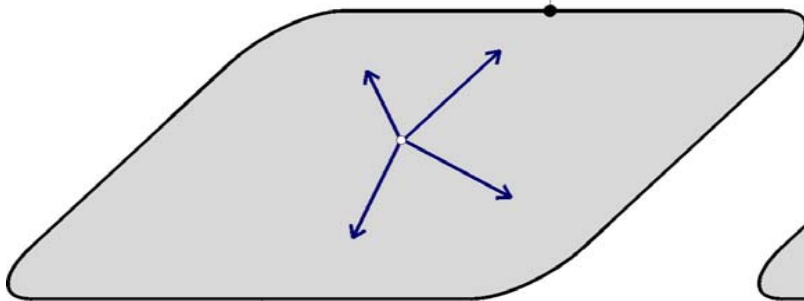
# SPLOŠNI RAVNINSKI SISTEM SIL

## Komplanarni sistem sil

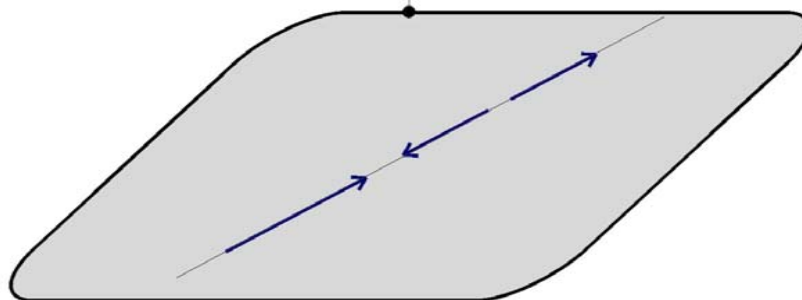


Komplanarno-centralni sistem sil

Komplanarno-vzporedni sistem sil



Kolinearni sistem sil

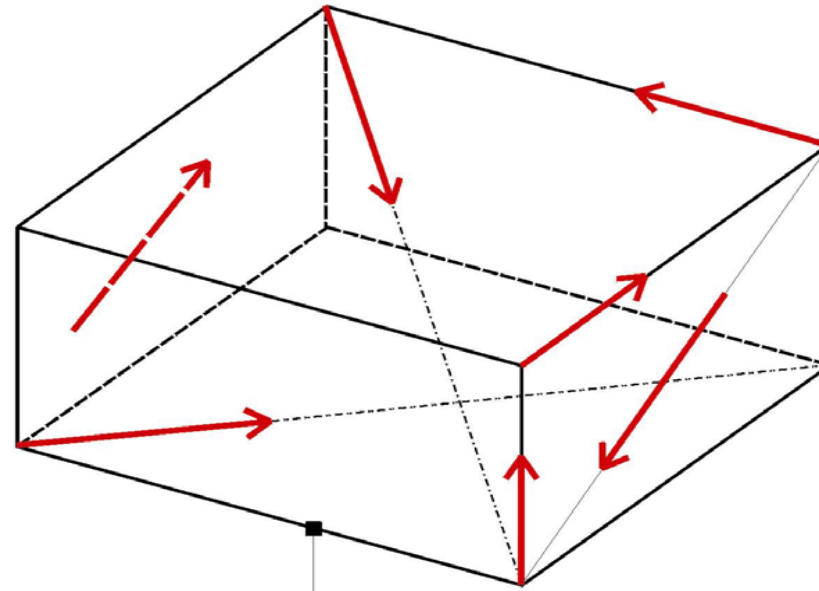


## 1.3 Sistem sil v prostoru

V prostoru *splošni sistem sil* delimo na:

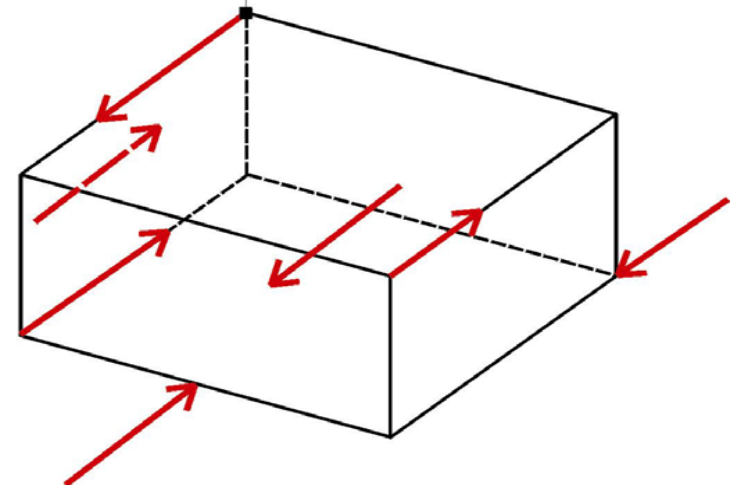
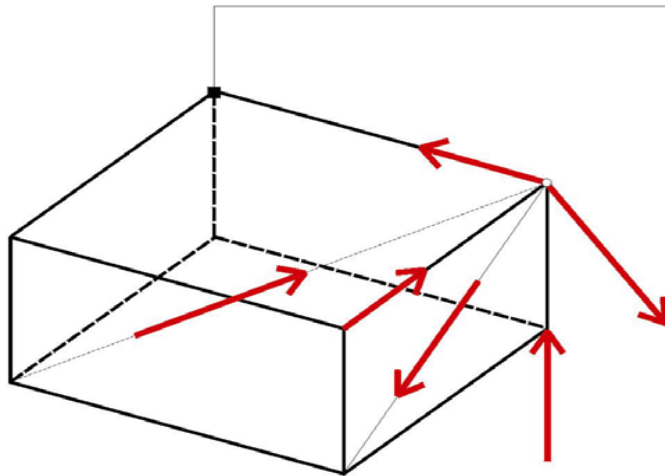
- *prostorski-centralni sistem sil*
- *prostorski-vzporedni sistem sil.*

# SPLOŠNI PROSTORSKI SISTEM SIL



Prostorski - centralni sistem sil

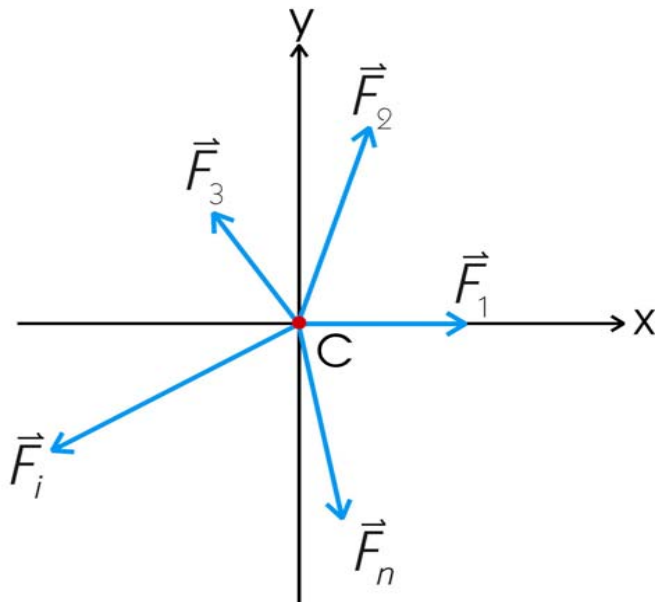
Prostorski - vzporedni sistem sil



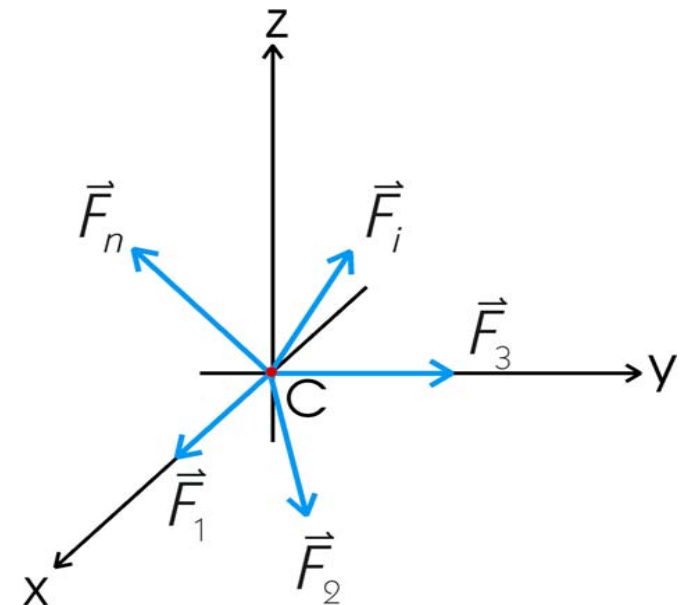
## 1.4 Centralni sistem sil

Je sistem sil, v katerem se **sile oziroma njihove smernice sekajo v isti točki (C)**. Pravimo mu tudi **sistem sil s skupnim prijemaščem**.

*Ravninski centralni sistem sil*



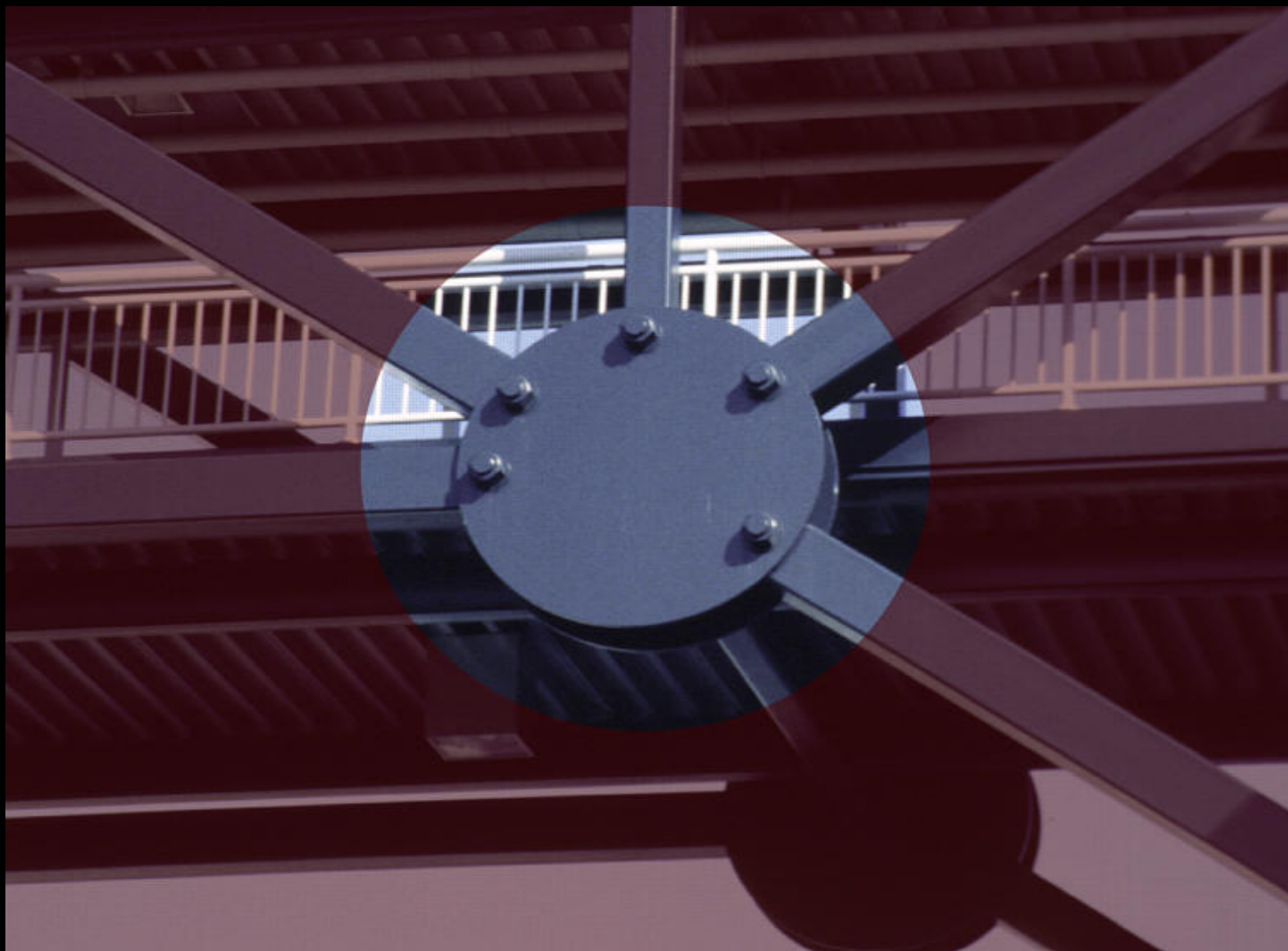
*Prostorski centralni sistem sil*

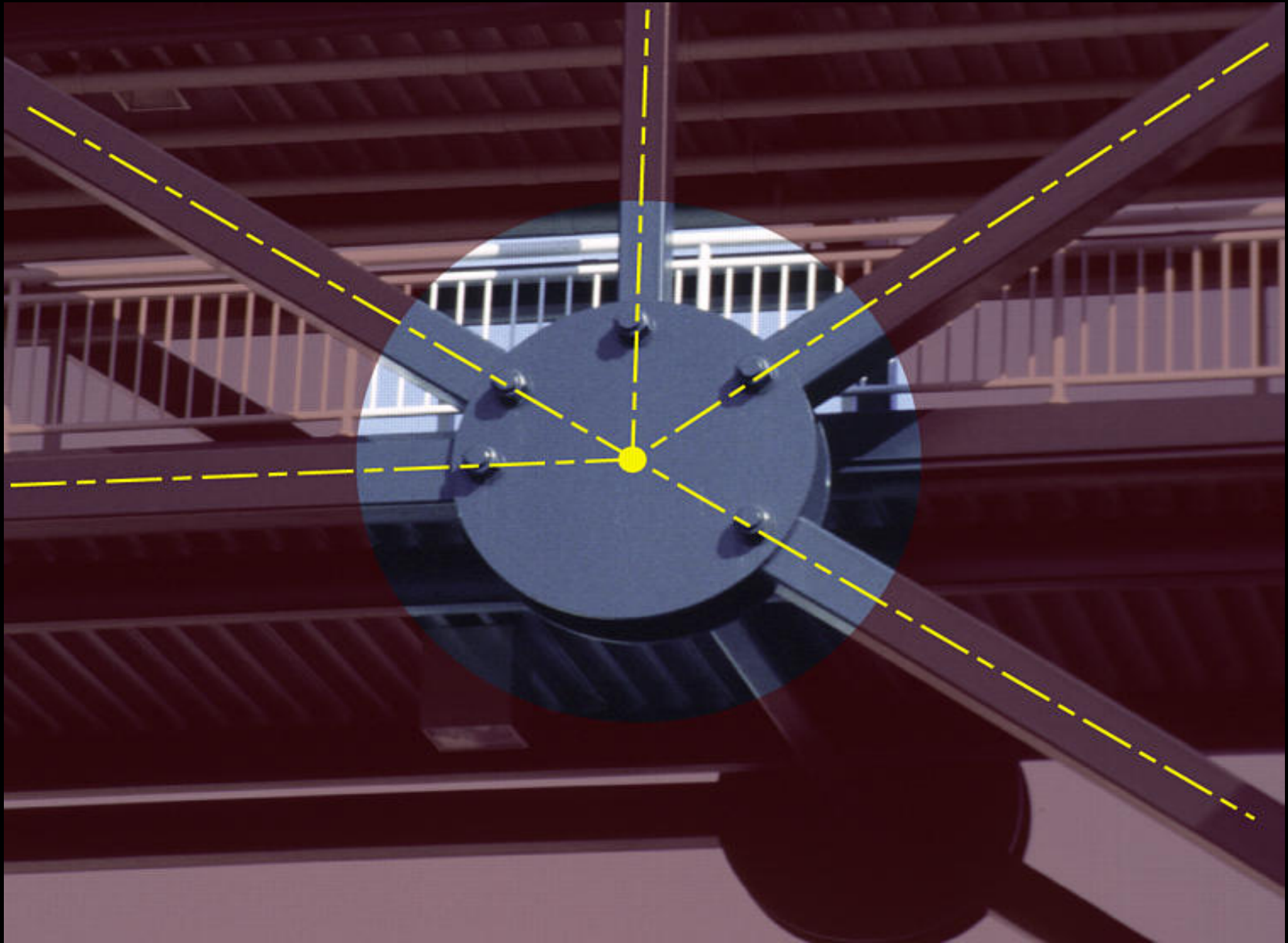


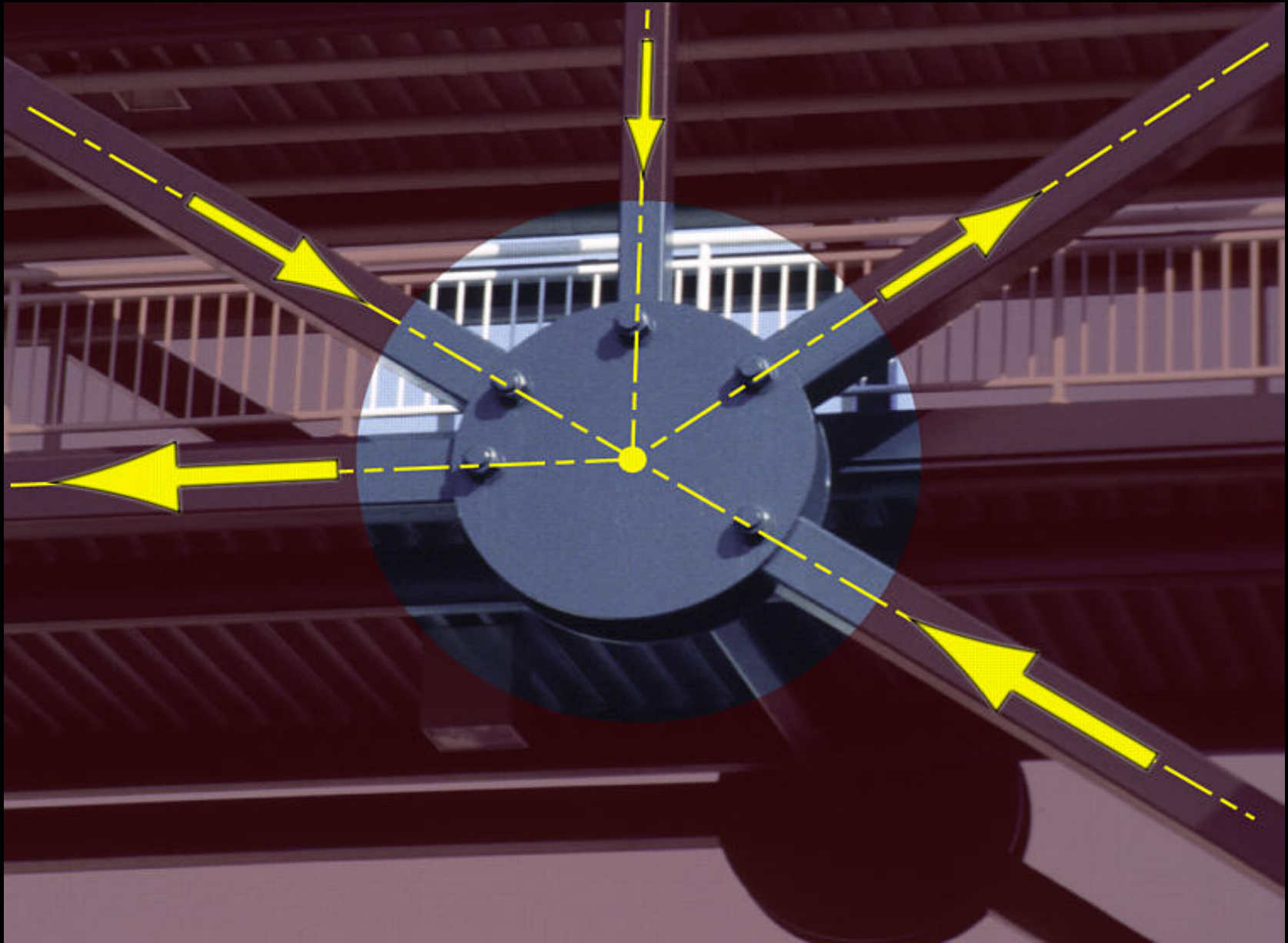
## 1.4.1 Praktični primer centralnega sistema sil











## 1.4.2 Rezultanta centralnega sistema sil

**Rezultanta** je sila, ki popolnoma nadomesti določen sistem sil na togo telo.

Rezultanto centralnega sistema sil določamo :

- **geometrijsko** ( s pomočjo **poligona sil** )
- **analitično** ( s pomočjo **projekcijskih enačb** ).

Sliko obremenitve togega telesa s silami imenujemo **legopis sil**. V njem so sile narisane samo po **legi** in **smeri** v merilu dolžin (  **$m_L$**  ).

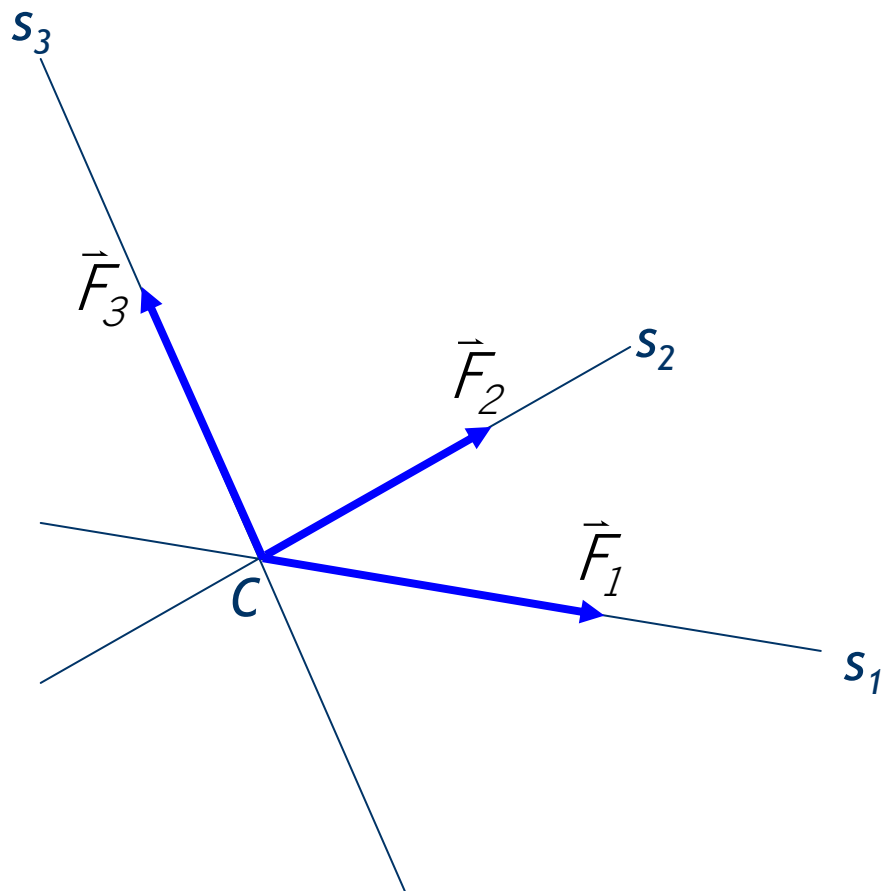
## 1.4.3 Poligon ( mnogokotnik ) sil

Je slika sil, kjer so sile vrisane po **smeri** in **velikosti** v določenem merilu sil (  **$m_F$**  ).

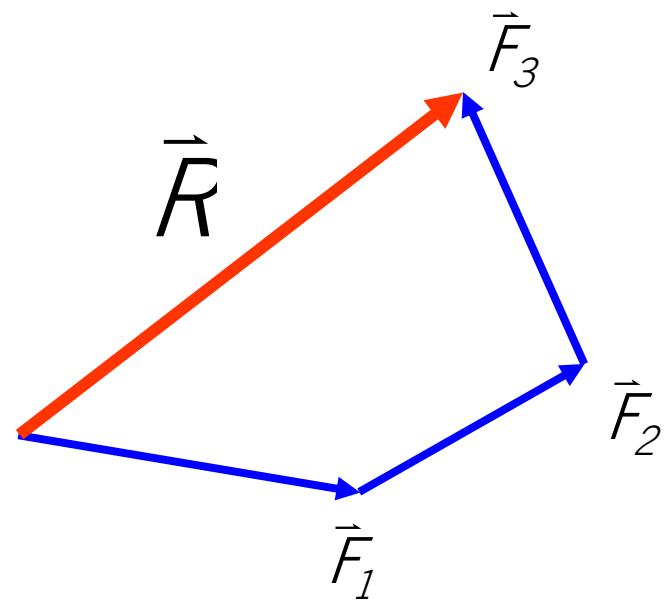
Dobimo ga tako, da h koncu poljubno izbrane prve sile vzporedno dodamo začetek naslednje sile, na konec te zopet začetek naslednje in postopek ponavljamo tako dolgo, da narišemo vse sile. V splošnem dobimo **odprt mnogokotnik sil**.

Zveznica od začetka prve do konca zadnje sile predstavlja **velikost rezultante sistema sil**.

## Legopis sil



## Poligon sil



## 1.4.4 Analitično določanje rezultante C.S.S.

Analitično je rezultanta c.s.s. določena z **vektorsko enačbo**

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Dobljeno vektorsko enačbo lahko zapišemo s **skalarnimi** ( **projekcijskimi** ) enačbami za prostor in za ravnino.

## Rezultanta c.s.s. v prostoru

- *Komponentna oblika:*

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z = R_x \cdot \vec{i} + R_y \cdot \vec{j} + R_z \cdot \vec{k} = (R_x, R_y, R_z)$$

- *Posamezne komponentne :*

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \alpha_i$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \beta_i$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots + F_{nz} = \sum_{i=1}^n F_{iz} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \gamma_i$$

- *Velikost rezultante :*

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

## Rezultanta c.s.s. v ravnini

- *Komponentna oblika:*

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = R_x \cdot \vec{i} + R_y \cdot \vec{j} = (R_x, R_y)$$

- *Posamezne komponentne :*

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \alpha_i$$
$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \sin \alpha_i$$

- *Velikost rezultante :*

$$R = \left| \vec{R} \right| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Smer rezultante določamo z *naklonskimi koti* proti koordinatnim osem:

- v prostoru:

$$\begin{aligned}\cos \alpha_R &= \frac{R_x}{R} \\ \cos \beta_R &= \frac{R_y}{R} \\ \cos \gamma_R &= \frac{R_z}{R}\end{aligned}$$

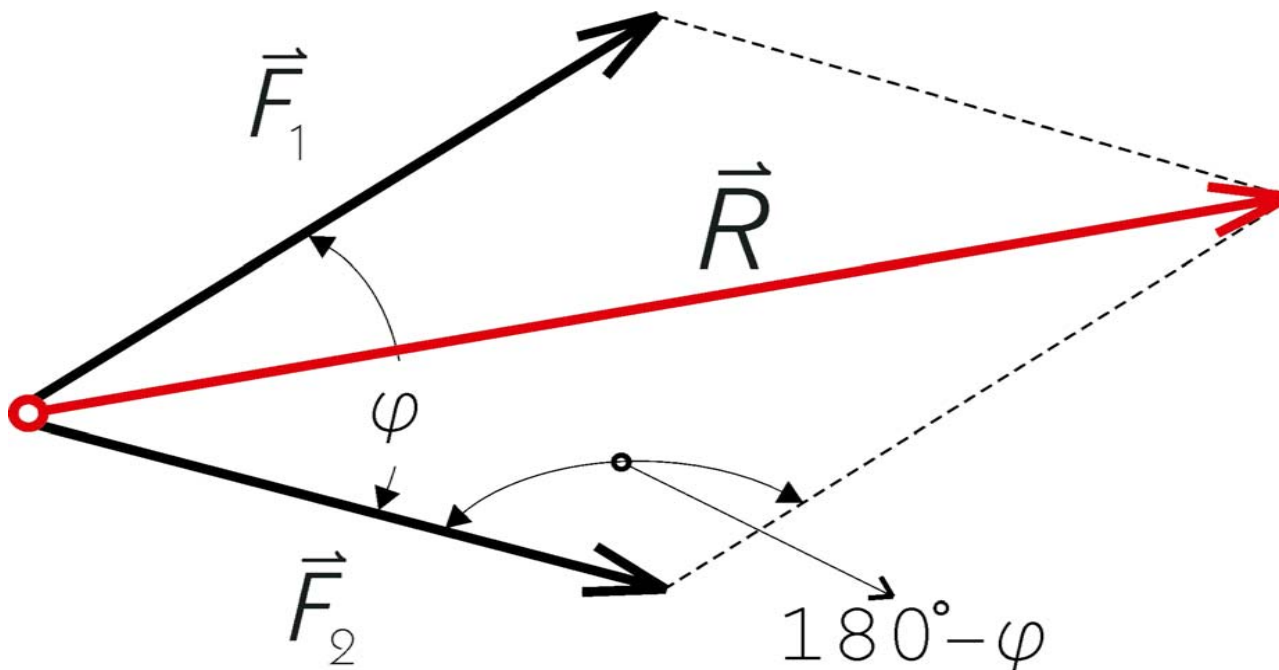
- v ravnini:

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{R_y}{R_x}$$

Zaradi preglednosti in natančnega računanja rezultante nekega c.s.s. je primerno uporabljati tabele, v katere vnašamo podatke po vrsti ter na koncu izračunamo željene komponente rezultante. V našem primeru je podana tabela za c.s.s. v ravnini, ki se jo da izdelati v programu **Excel**.

| <b>i</b> | <b><math>F_i</math></b> | <b><math>\alpha_i</math></b> | <b><math>\cos \alpha_i</math></b> | <b><math>\sin \alpha_i</math></b> | <b><math>F_i \cos \alpha_i</math></b>  | <b><math>F_i \sin \alpha_i</math></b>  |
|----------|-------------------------|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| 1        | $F_1$                   | $\alpha_1$                   | $\cos \alpha_1$                   | $\sin \alpha_1$                   | $F_1 \cos \alpha_1$                    | $F_1 \sin \alpha_1$                    |
| 2        | $F_2$                   | $\alpha_2$                   | $\cos \alpha_2$                   | $\sin \alpha_2$                   | $F_2 \cos \alpha_2$                    | $F_2 \sin \alpha_2$                    |
| 3        | $F_3$                   | $\alpha_3$                   | $\cos \alpha_3$                   | $\sin \alpha_3$                   | $F_3 \cos \alpha_3$                    | $F_3 \sin \alpha_3$                    |
| .        | .                       | .                            | .                                 | .                                 | .                                      | .                                      |
| .        | .                       | .                            | .                                 | .                                 | .                                      | .                                      |
| n        | $F_n$                   | $\alpha_n$                   | $\cos \alpha_n$                   | $\sin \alpha_n$                   | $F_n \cos \alpha_n$                    | $F_n \sin \alpha_n$                    |
|          |                         |                              |                                   |                                   | $R_x = \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i$ | $R_y = \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i$ |

V primeru, ko poznamo samo dve sili in kot med njima ( $\varphi$ ), lahko njuno rezultanto izračunamo s pomočjo **kosinusovega izreka**:



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$$

## 1.4.5 Ravnotežje centralnega sistema sil

Pogoj za **ravnotežje centralnega sistema sil** izhaja iz **prvega Newtonovega zakona**, ki pravi, da mora biti za mirovanje oz. za premoenakomerno gibanje točkastega telesa rezultanta vseh sil na njem nična:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

Dobljena vektorska enačba velja za prostor in za ravnino in jo imenujemo **RAVNOTEŽNI POGOJ**.

## 1.4.6 Ravnotežne enačbe c.s.s. v prostoru

*Ravnotežni pogoj c.s.s. v prostoru opišemo s tremi skalarnimi enačbami:*

$$\vec{R} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \alpha_i = 0 \\ R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \beta_i = 0 \\ R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \gamma_i = 0 \end{cases}$$

*So tri linearne enačbe, s katerimi določimo tri neznanke, ki pogojujejo ravnotežje točkastega telesa v prostoru.*

## 1.4.7 Ravnotežni enačbi c.s.s. v ravnini

*Ravnotežni pogoj c.s.s. v ravnini opišemo z dvema skalarnima enačbama:*

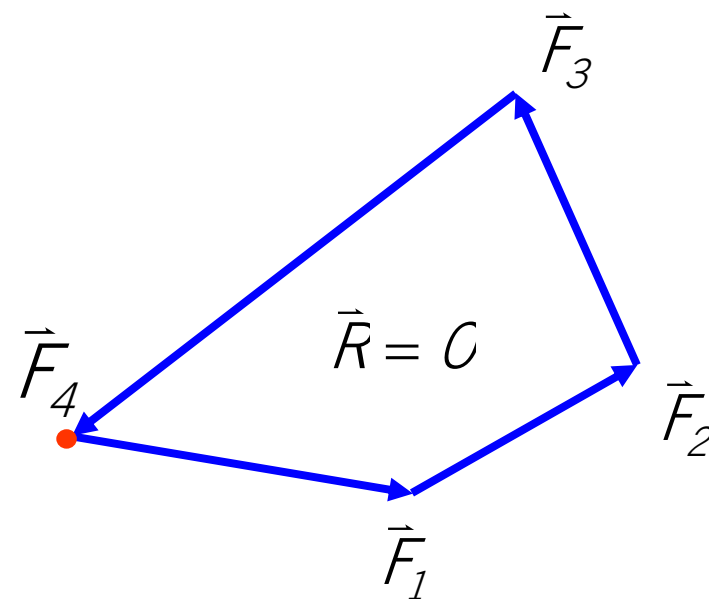
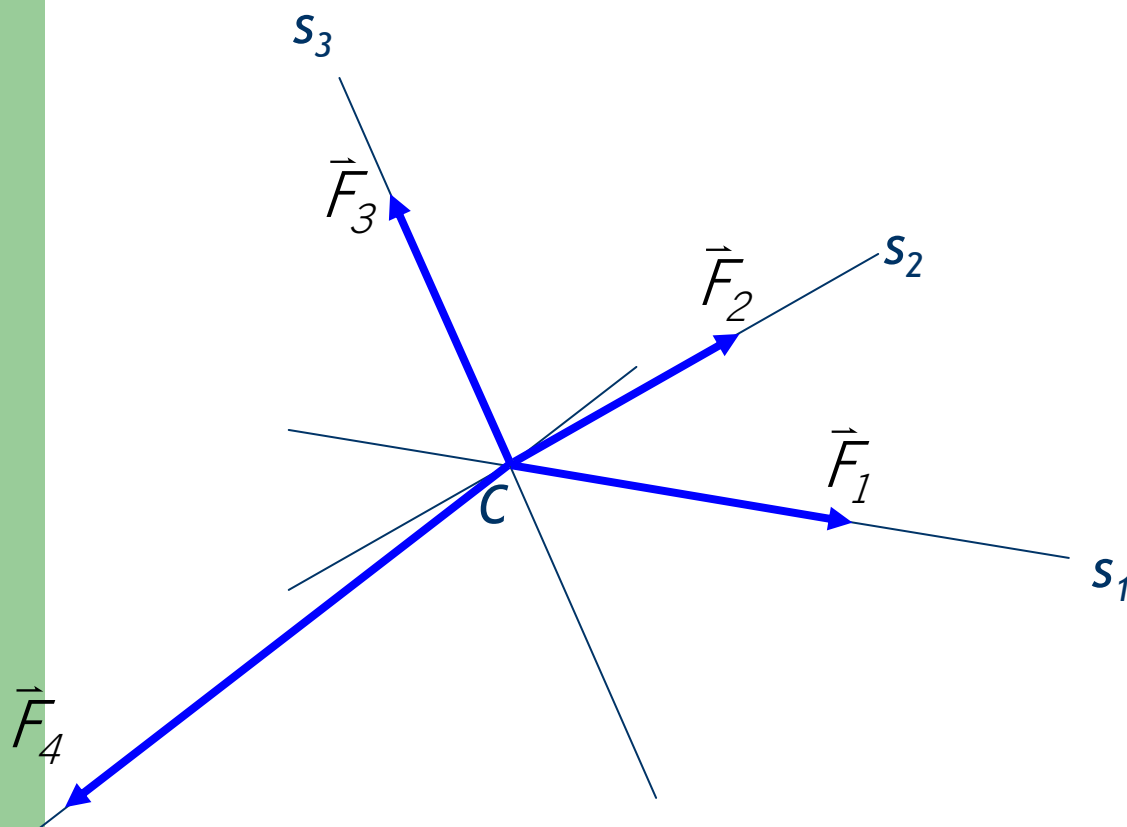
$$\vec{R} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \cos \alpha_i = 0 \\ R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \sin \alpha_i = 0 \end{cases}$$

*Sta dve linearni enačbi, s katerima določimo dve neznanki, ki pogojujeta ravnotežje točkastega telesa v ravnini.*

Ravnotežna pogoja c.s.s. v prostoru oziroma na ravnini si lahko tudi geometrijsko predstavimo. Rezultanto c.s.s. geometrijsko iščemo s poligonom sil. Če je poligon sil **sklenjen ( zaprt )** lik, je rezultanta sistema nična, saj se stikata začetek prve in konec zadnje sile.

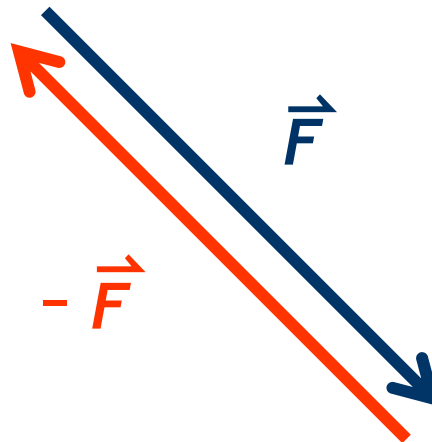
**Legopis sil**

**Poligon sil**



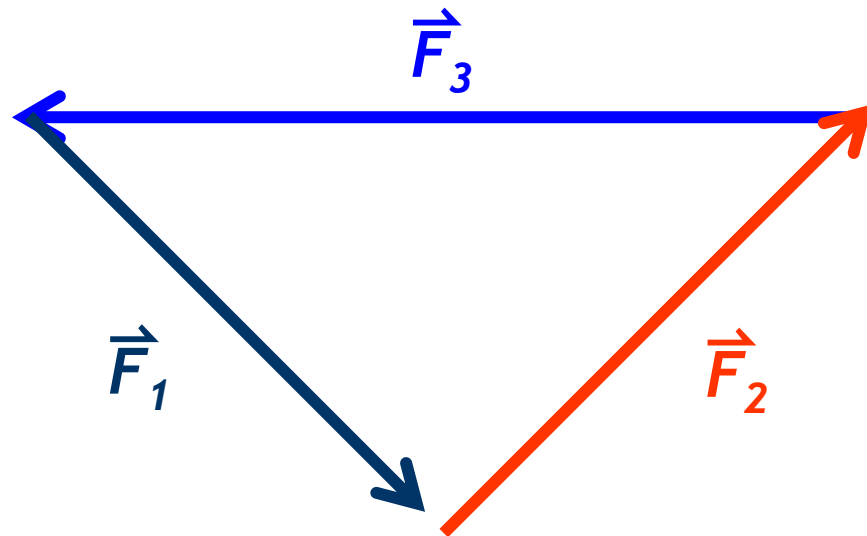
## 1.4.8 Posebni primeri ravnotežja c.s.s. v ravnini

- Ravnotežje dveh sil



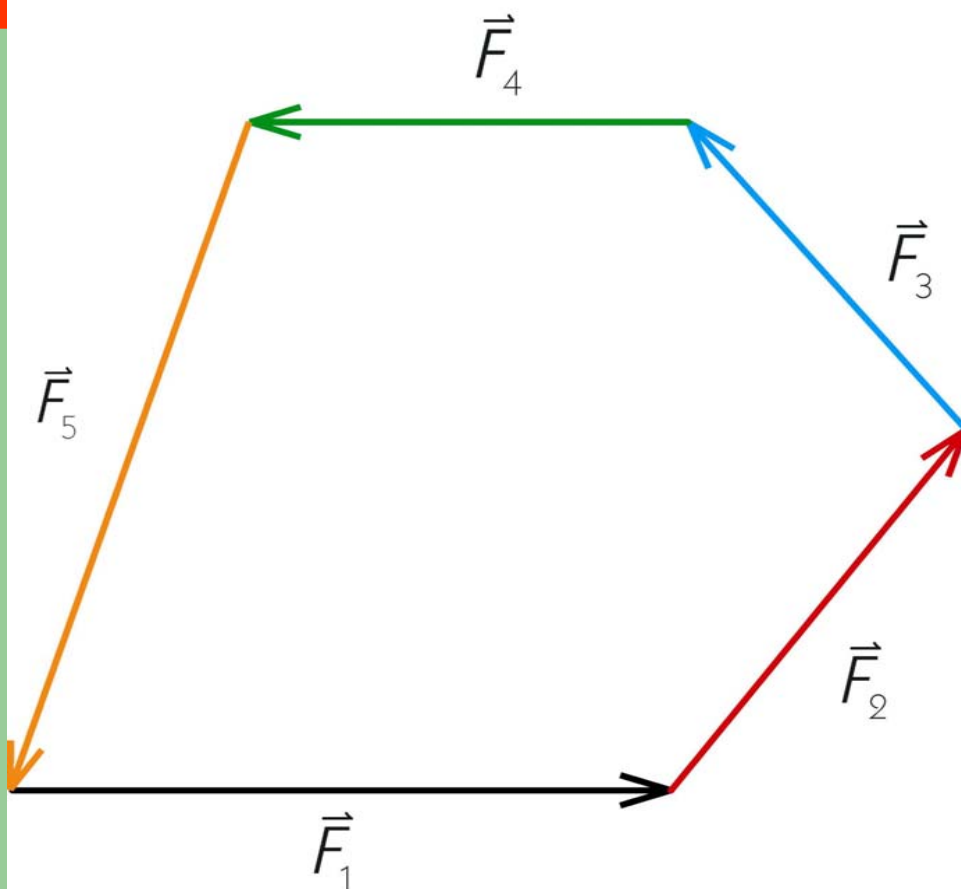
*Dve sili sta v ravnotežju natanko takrat, kadar sta **enako veliki** in **nasprotno usmerjeni**.*

- Ravnotežje treh sil



Tri sile so v ravnotežju natanko takrat, kadar je **trikotnik sil sklenjen**.

- Ravnotežje štirih in več sil



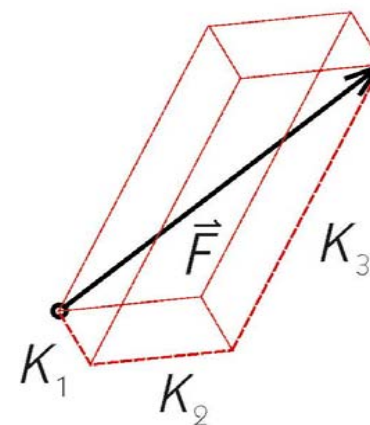
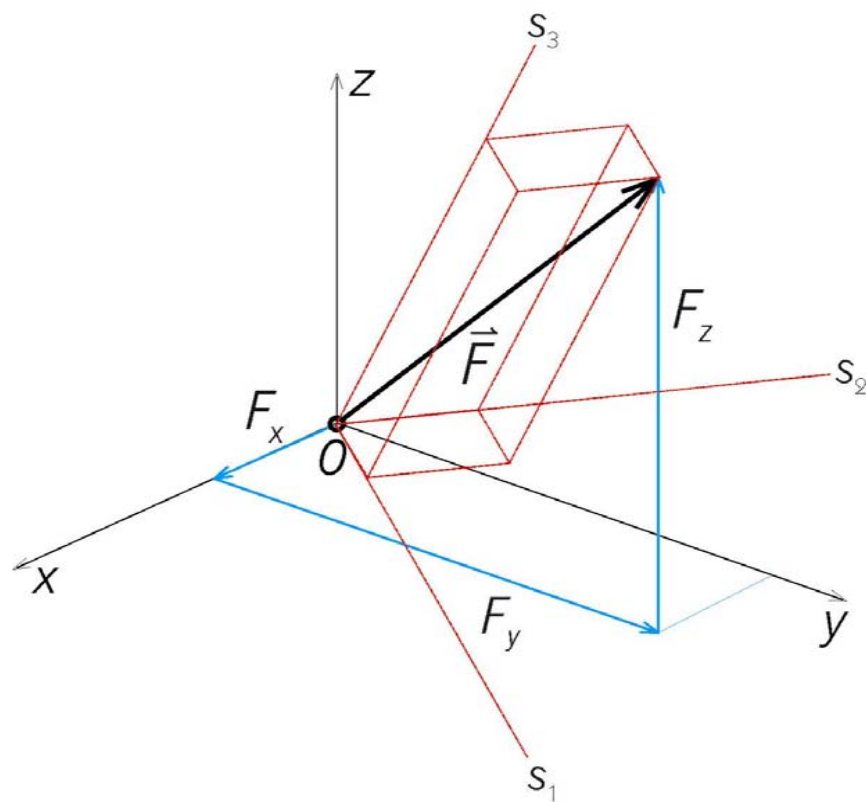
Štiri in več sil je v ravnotežju, ko je mnogokotnik sil sklenjen.

## 1.4.9 Razstavljanje sile na komponente

Silo razstavimo tako, da jo **nadomestimo z več silami**, ki jih imenujemo **komponente**, katerih skupni učinek je enak **prvotni sili**. Razstavljanje sile je nasprotna operacija sestavljanju sil (seštevanju sil in iskanju rezultante).

V centralnem sistemu sil lahko podano silo enolično v prostoru razstavimo na **tri komponente v smereh treh premic, ki ne leže v isti ravnini**. Na ravnini lahko silo enolično razstavimo na **dve komponenti v smereh dveh nevzporednih premic**, ki skupaj z dano silo tvorita to ravnino.

- Razstavljanje sile na tri komponente v prostoru (grafično)



- Razstavljanje sile na tri komponente v prostoru (analitično)

*Podano:*  $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ ;  $s_1, s_2, s_3$ ,  $\vec{n}_i = (\cos \alpha_i, \cos \beta_i, \cos \gamma_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$

*Iščemo:*  $\vec{F} = (K_1, K_2, K_3)$

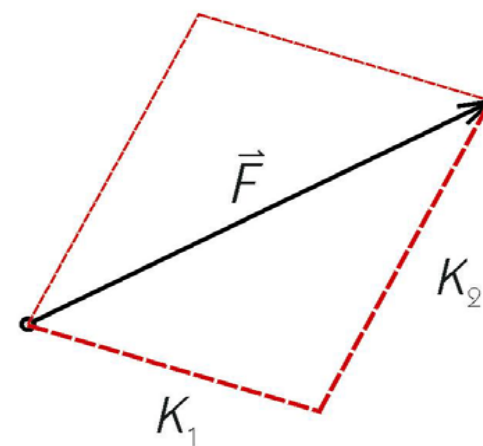
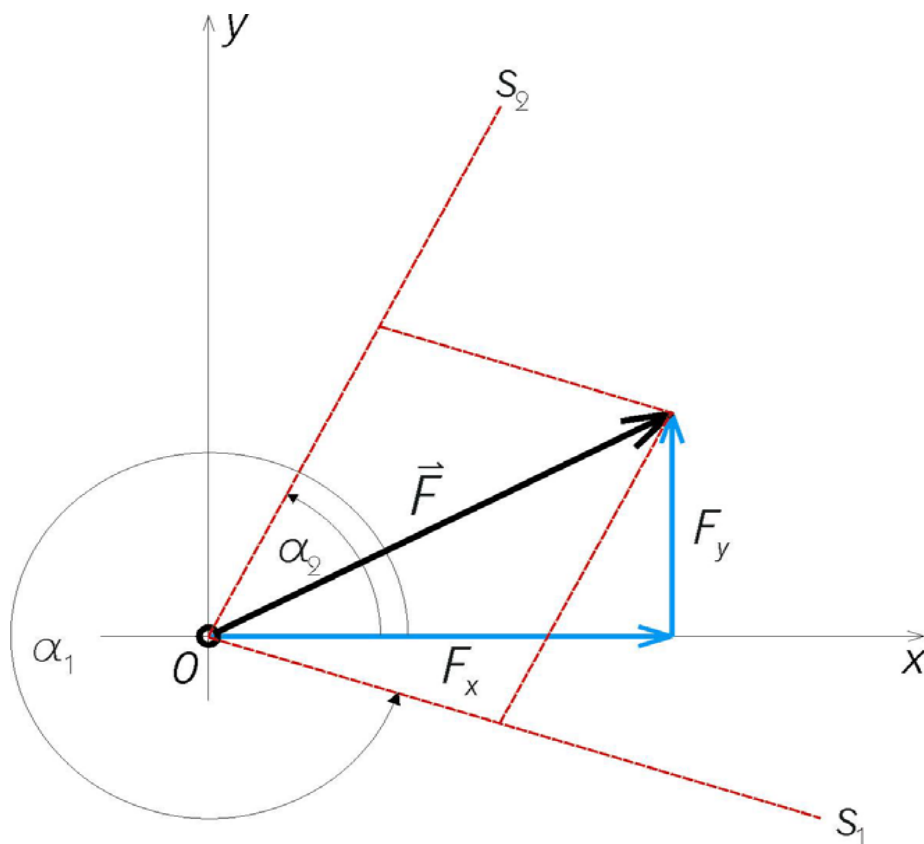
*Po vstavljanju in urejanju podatkov dobimo sistem treh linearnih enačb oblike:*

$$K_1 \cdot \cos \alpha_1 + K_2 \cdot \cos \alpha_2 + K_3 \cdot \cos \alpha_3 = F_x$$

$$K_1 \cdot \cos \beta_1 + K_2 \cdot \cos \beta_2 + K_3 \cdot \cos \beta_3 = F_y$$

$$K_1 \cdot \cos \gamma_1 + K_2 \cdot \cos \gamma_2 + K_3 \cdot \cos \gamma_3 = F_z$$

- Razstavljanje sile na dve komponenti v ravnini (grafično)

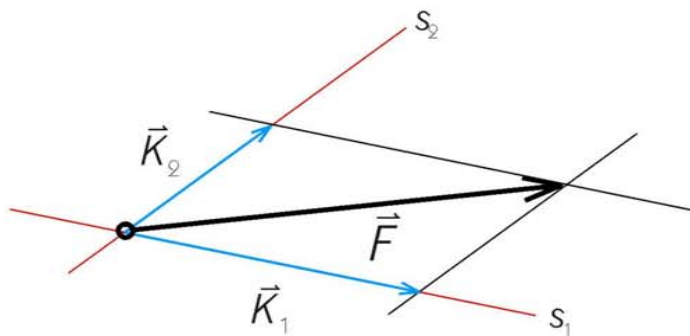


- Razstavljanje sile na dve komponenti v ravnini (grafično) 2

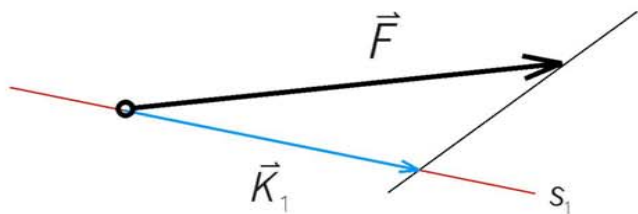
Na osnovi *trikotniškega* oziroma *paralelogramskega* pravila lahko podano silo razstavimo na dve komponenti, katerih smernici oklepata kot  $0^\circ < \alpha_{12} < 180^\circ$ . Pri tem so lahko podani naslednji podatki:

- *smernici delovanja obeh komponent*
- *velikosti obeh komponent*
- *velikost, smernica in usmerjenost ene komponente*
- *velikost ene in smernica druge komponente.*

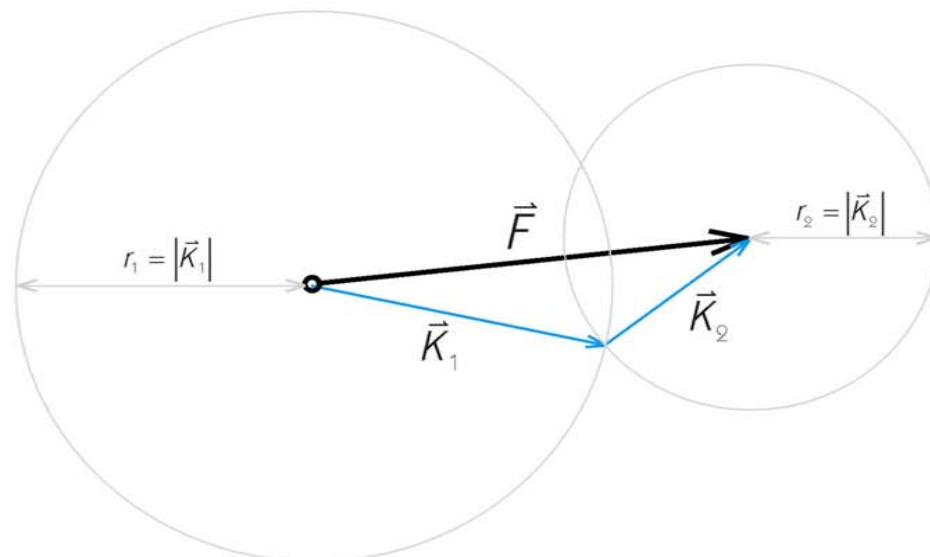
smernici delovanja obeh komponent



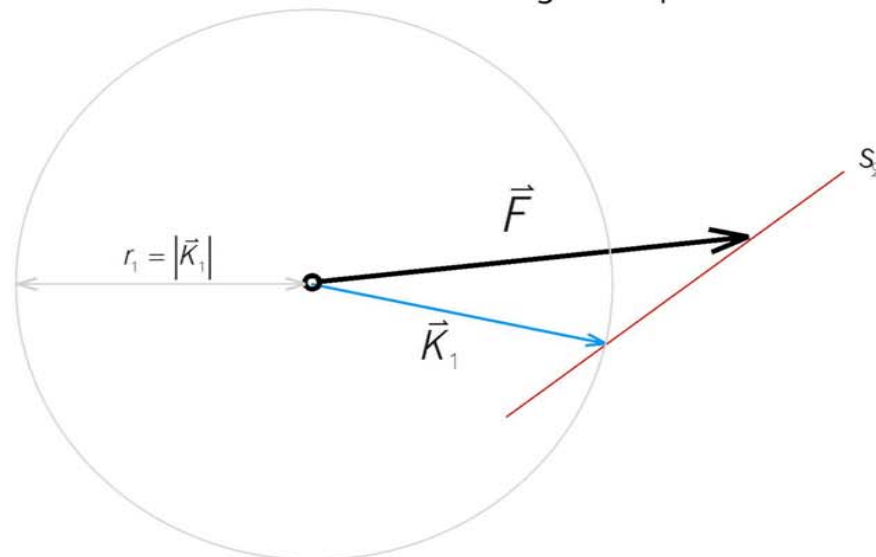
velikost, smernica in usmerjenost ene komponente



velikosti obeh komponent



velikost ene in smernica druge komponente



- Razstavljanje sile na dve komponenti v ravnini (analitično)

Podano:  $\vec{F} = (F_x, F_y)$ ;  $s_1, s_2$ ,  $\vec{n}_i = (\cos \alpha_i, \sin \alpha_i)$ ,  $i = 1, 2$

Iščemo:  $\vec{F} = (K_1, K_2)$

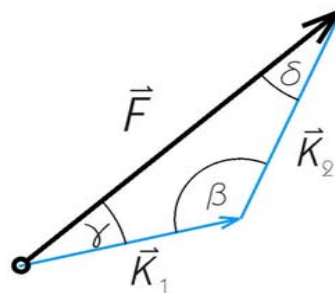
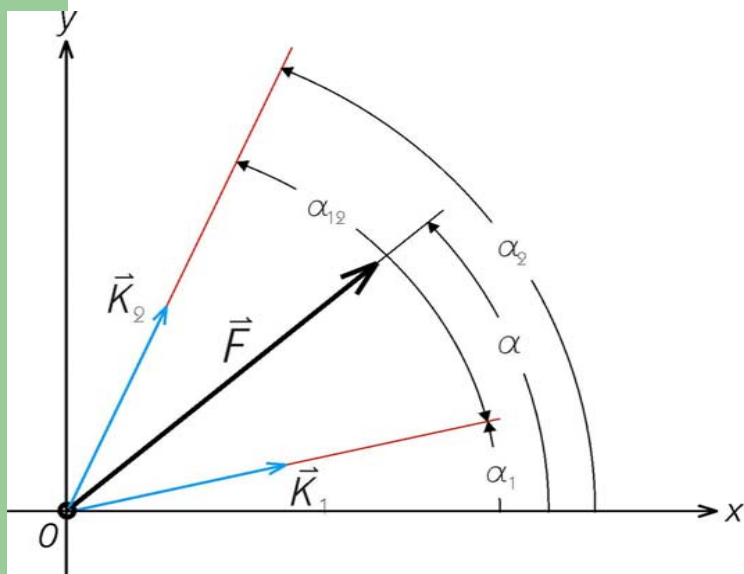
Po vstavljanju in urejanju podatkov dobimo **sistem dveh linearnih enačb** oblike:

$$K_1 \cdot \cos \alpha_1 + K_2 \cdot \cos \alpha_2 = F_x$$

$$K_1 \cdot \sin \alpha_1 + K_2 \cdot \sin \alpha_2 = F_y$$

- Razstavljanje sile na dve komponenti v ravnini (analitično) 2

Prej omenjeno analitično pravilo razstavljanja sile na dve komponenti v ravnini je **pravilo projekcij**. Poleg tega lahko silo razstavimo s pomočjo **sinusovega izreka**:



$$\beta = 180^\circ - (\alpha_2 - \alpha_1)$$

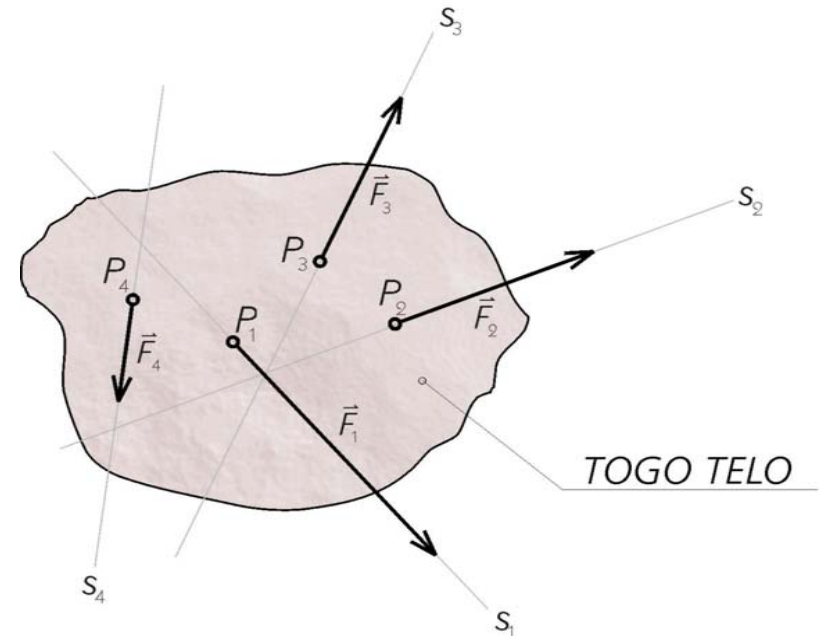
$$\gamma = \alpha - \alpha_1$$

$$\delta = \alpha_2 - \alpha$$

$$\frac{F}{\sin \beta} = \frac{K_1}{\sin \delta} = \frac{K_2}{\sin \gamma}$$

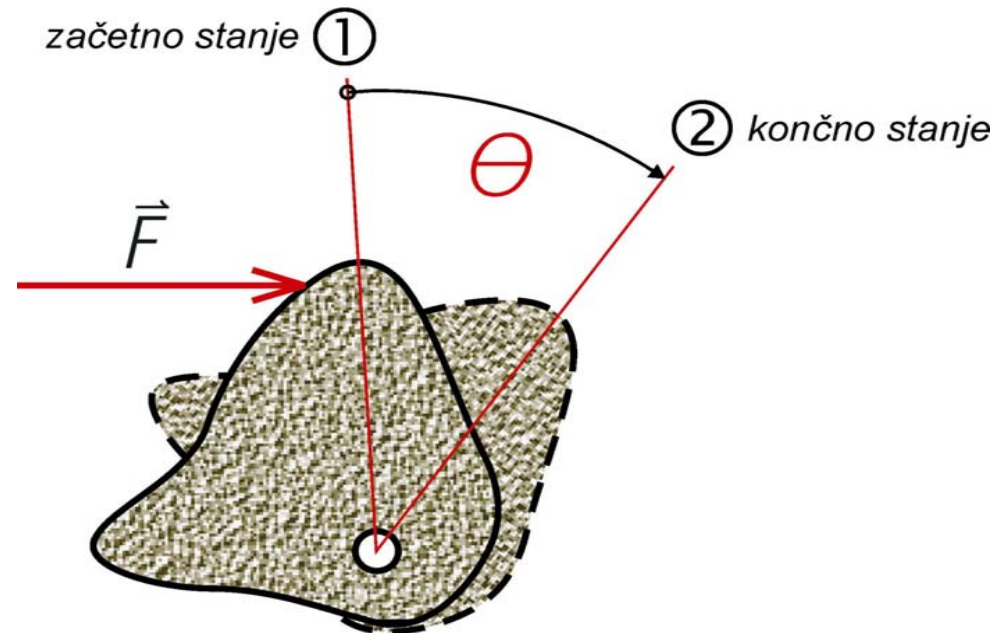
## 1.5 Splošni sistem sil

Splošni sistem sil opredelimo kot množico sil, katerih smernice se med seboj **ne sekajo v eni sami točki**, ampak delujejo sile na togo telo na smernicah z **različnimi prijemališči**.

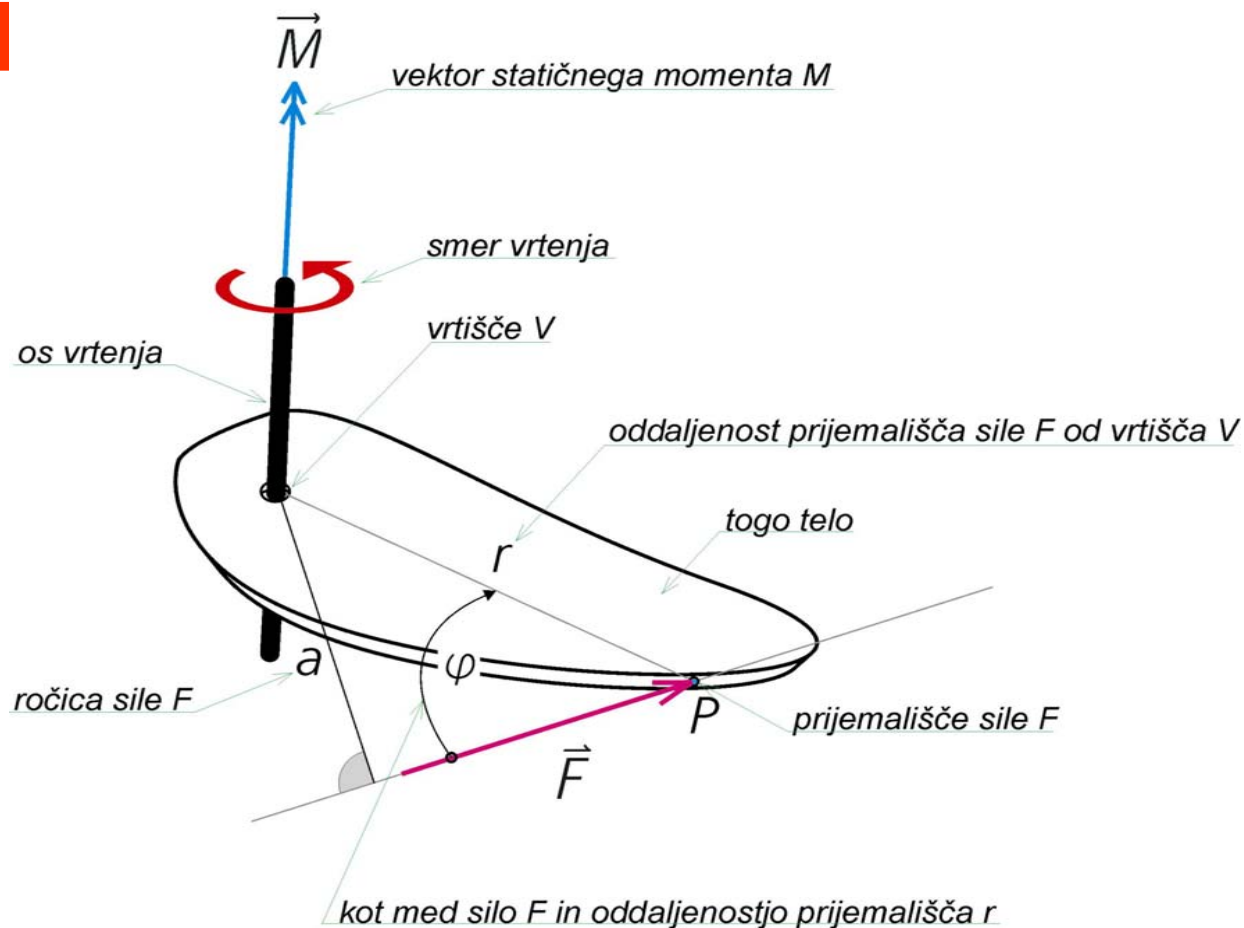


## 1.5.1 Statični moment sile

Učinek delovanja sile na togo telo, ki je **vrtljivo vpeto** v neki točki, nam ponazarja **vrtenje** ali **rotacija** tega telesa okrog dane točke. Jakost rotacije merimo s **statičnim momentom sile**.



## 1.5.2 Elementi statičnega momenta



Statični moment sile je **vektorska veličina** in je definiran z **vektorskim produktom krajevnega vektorja prijemališča sile  $\underline{r}$  in sile  $\underline{F}$**  :

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (yF_z - zF_y)\vec{i} - (xF_z - zF_x)\vec{j} + (xF_y - yF_x)\vec{k}$$

$$M_x = yF_z - zF_y \quad ; \quad M_y = zF_x - xF_z \quad ; \quad M_z = xF_y - yF_x$$

$$\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$$

Njegova **velikost znaša**:

$$|\vec{M}| = M = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \varphi$$

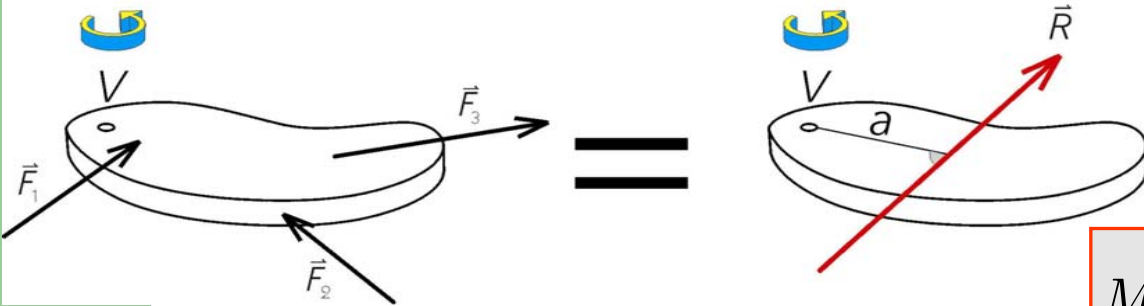
Ker velja :  $a = r \cdot \sin \varphi$  dobimo :

$$M = F \cdot a$$

## 1.5.3 Statični moment več sil in njihove rezultante

Za statični moment več sil in njihove rezultante velja **VARIGNONOV IZREK**, ki pravi:

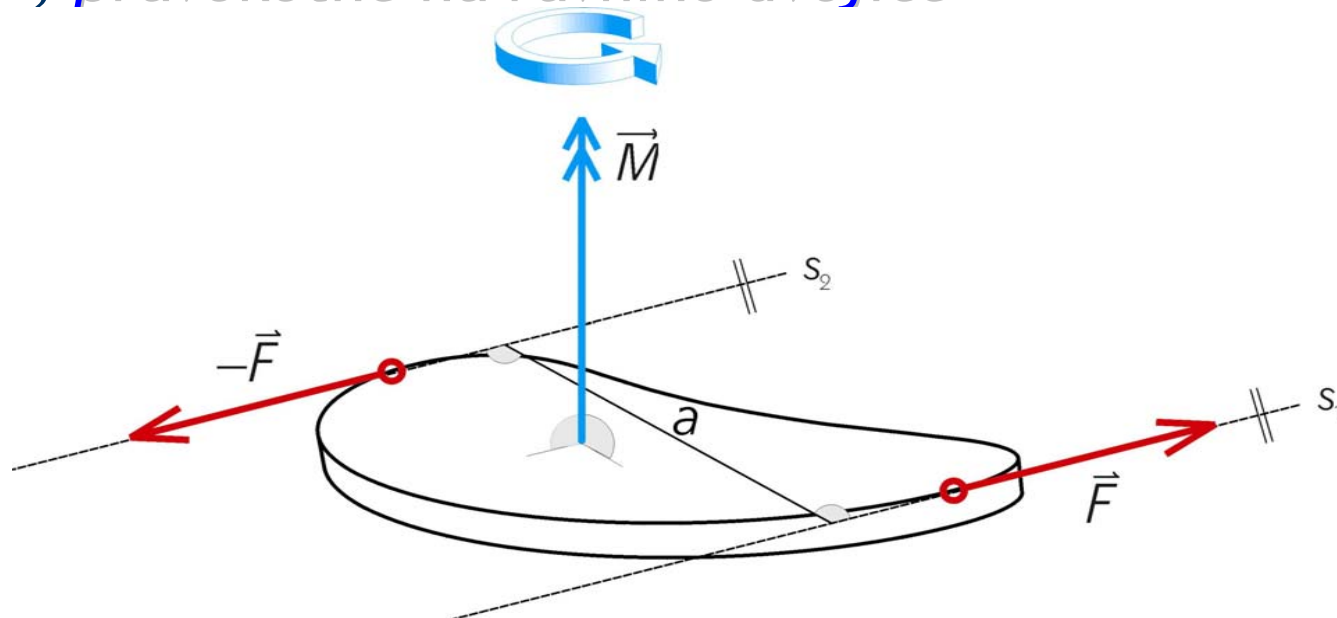
*Moment rezultante glede na neko točko je enak vsoti momentov posameznih komponent glede na isto točko.*



$$M_R = \sum_{i=1}^n M_{F_i} = M_{F_1} + M_{F_2} + \dots + M_{F_n}$$
$$M_R = R \cdot a \quad ; \quad M_{F_i} = F_i \cdot a_i$$

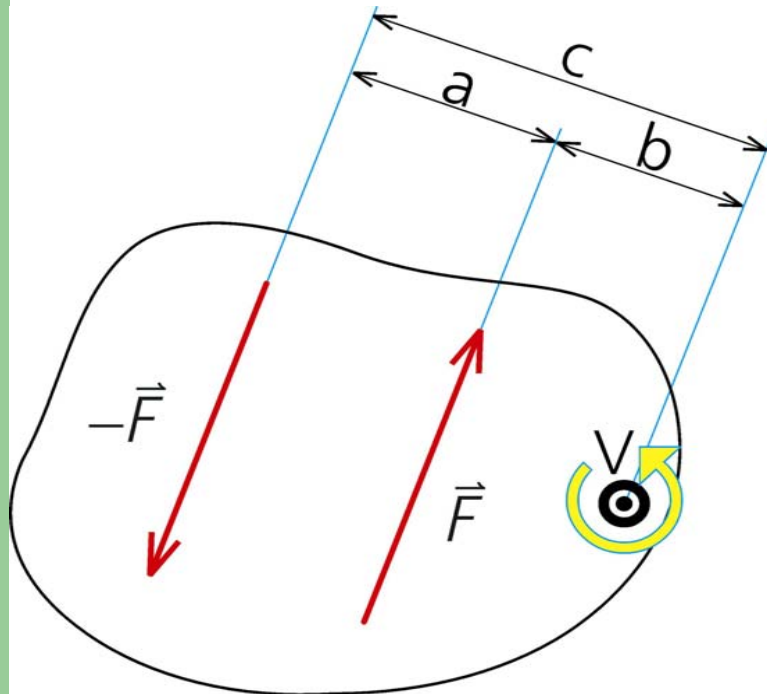
## 1.5.4 Dvojica sil

Dve enako veliki in nasprotno usmerjeni sili, delujoči na vzporednih smernicah, imenujemo **dvojica sil**. Dvojica sil ima **nično rezultanto**, na togem telesu pa povzroča **učinek rotacije** okrog osi, **pravokotne na ravnino dvojice**.



## 1.5.5 Moment dvojice sil

$$M_V = \sum_i F_i \cdot a_i = -F \cdot b + F \cdot c = (c - b) \cdot F = F \cdot a$$



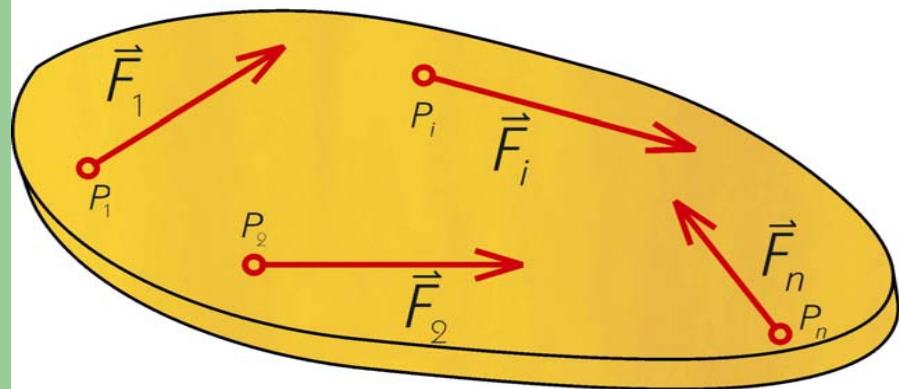
Moment dvojice sil je enak produktu sile  $F$  in medsebojne pravokotne razdalje  $a$  med silama.

Ni odvisen od lege momentne točke (vrlišča  $V$ ) in je za dano dvojico stalen.

## 1.5.6 Rezultanta in rezultirajoči moment splošnega sistema sil

### Splošni sistem sil v ravnini (komplanarni sistem)

Model ravnine s  
komplanarnim sistemom sil



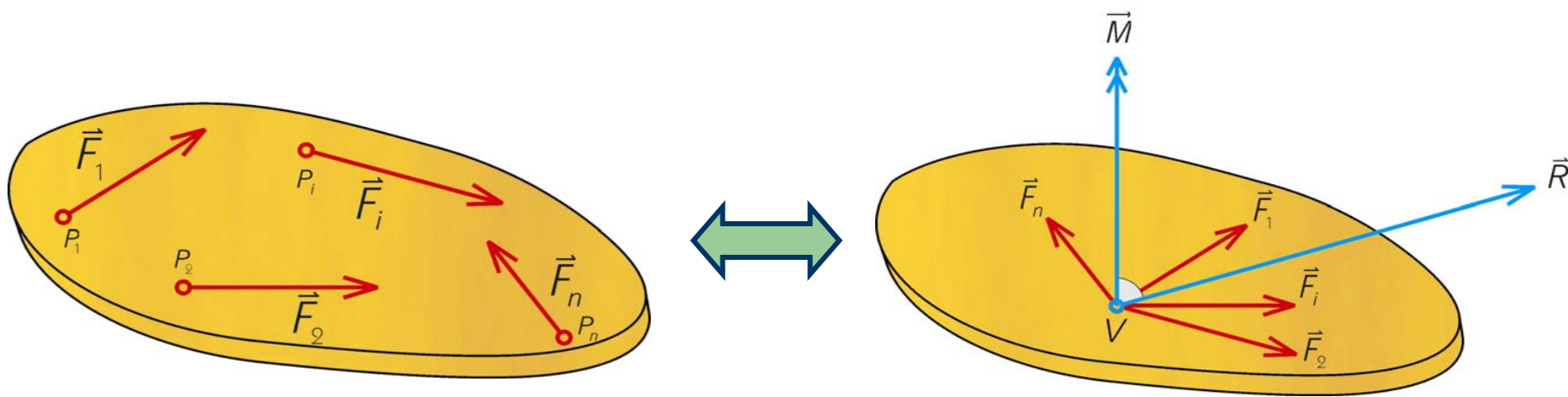
*Splošni sistem sil* v ravnini tvorijo sile, *ki delujejo v tej ravnini* in mu pravimo *komplanarni sistem*.

Komplanarni sistem sil temelji na osnovnih aksiomih statike, zato predpostavimo, da je dana ravnina *togo ali del togega telesa*.

Izračun *rezultante* in *momenta sil* komplanarnega sistema temelji na že omenjenih pravilih.

## Redukcijsko pravilo

*Silo na togem telesu smemo prenesti v poljubno točko, če prenešeni sili dodamo moment dvojice, ki je enak momentu prvotne sile glede na redukcijsko točko. Statični vpliv sile po redukciji ostane nespremenljiv.*



Po uporabi *redukcijskega pravila* na danem komplanarnem sistemu imajo vse sile skupno prijemališče (centralni sistem) in jih lahko nadomestimo z *rezultanto*:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} \quad , \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

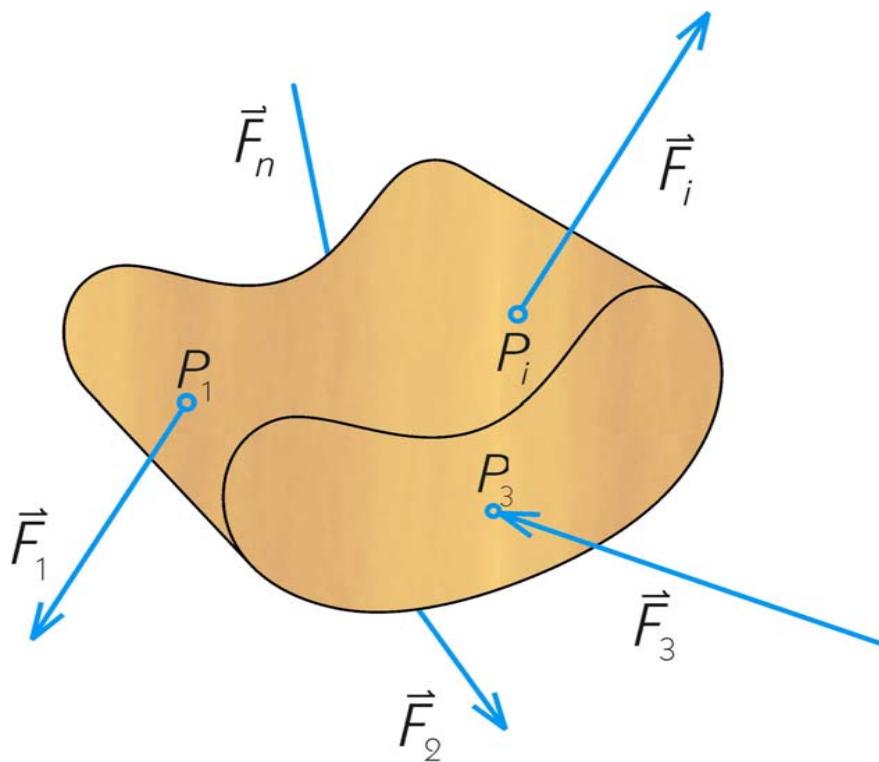
Podobno sestavimo vse momente posameznih sil v *rezultirajoči moment*:

$$M_V = \sum_{i=1}^n F_i \cdot a_i = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot F_{iy} - y_i \cdot F_{xi})$$

*Lega in smer rezultante je določena z enačbama:*

$$a = \frac{M_V}{R} \quad , \quad \operatorname{tg} \alpha_R = \left| \frac{R_y}{R_x} \right|$$

## Splošni sistem sil v prostoru



Splošni sistem sil v prostoru sestavljajo sile, ki ne leže v eni sami ravnini.

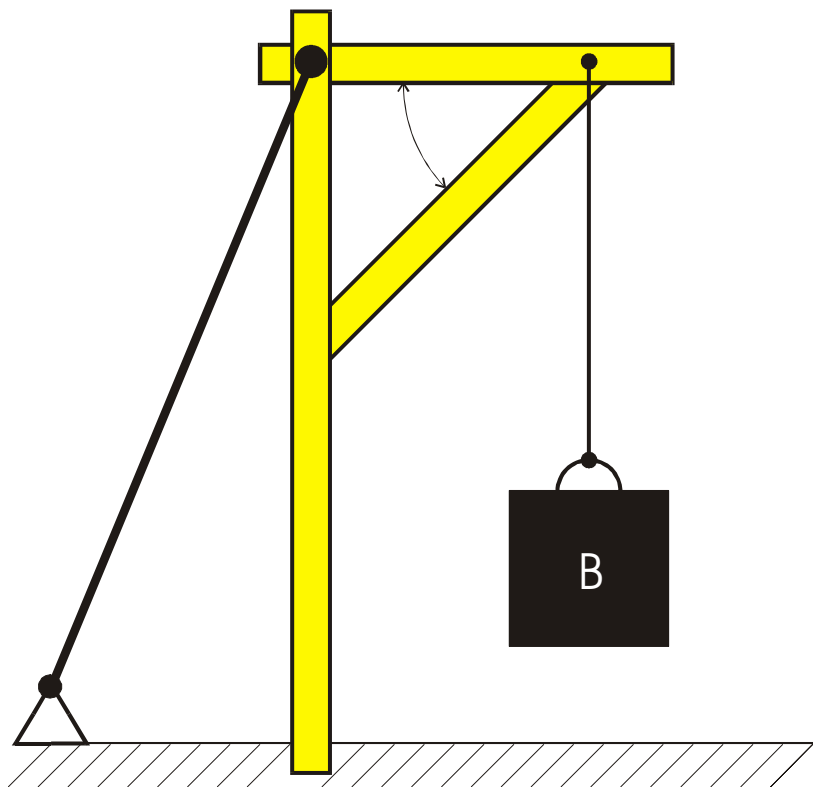
Takšen sistem sil nam tudi nazorno prikaže gibanje togega telesa v prostoru:

- translacijo (rezultanta) in
- rotacijo (statični moment).

## Vaja 1:

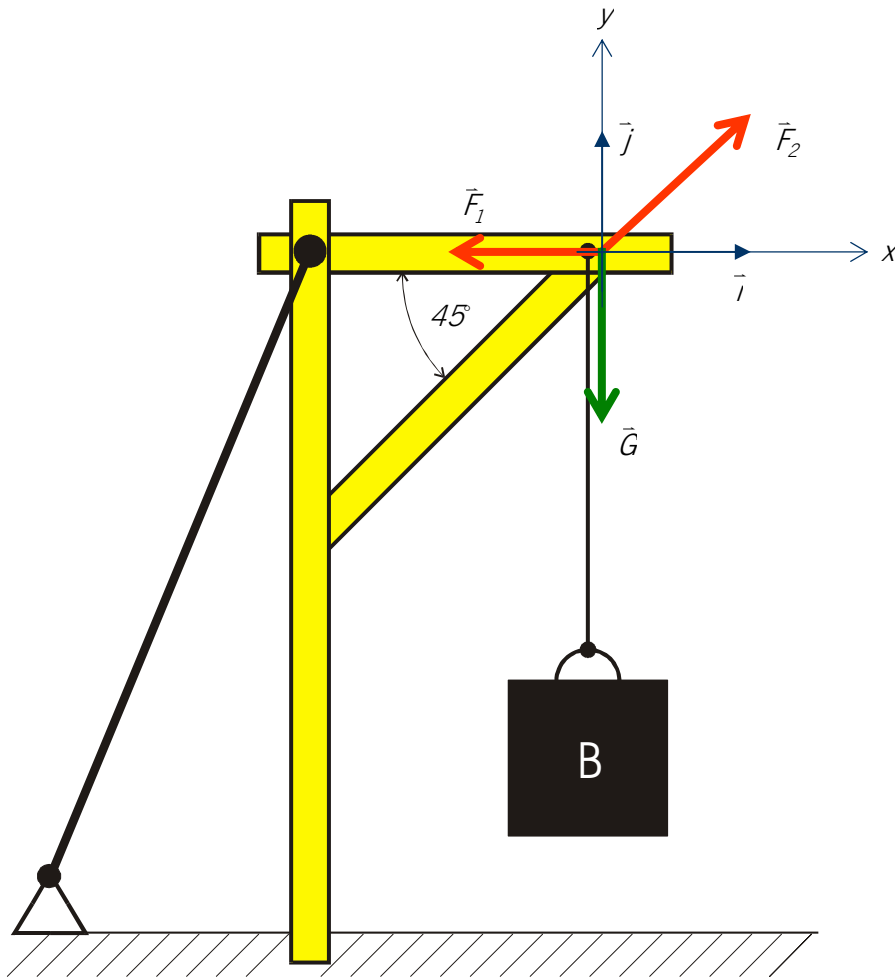
*Določi sili v veznih palicah, kateri nosita breme B tako, da bo sistem v ravnotežju!*

*Masa bremena je 100 kilogramov.*

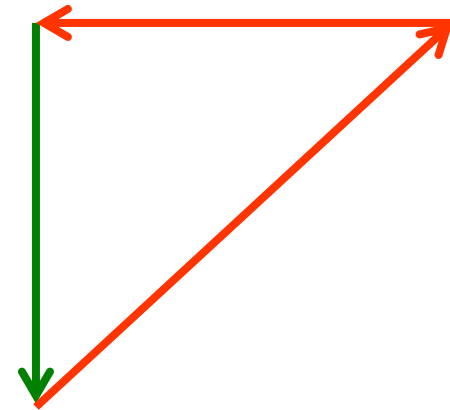


# Grafična rešitev

## Legopis sil



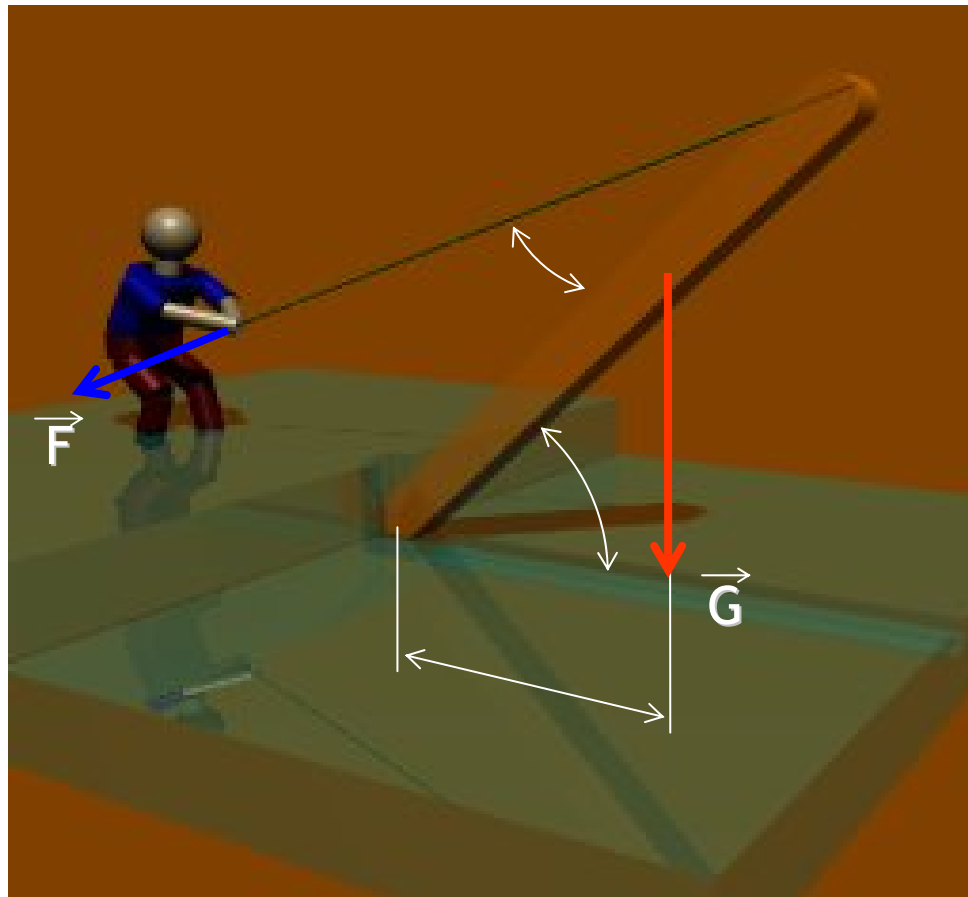
## Poligon sil

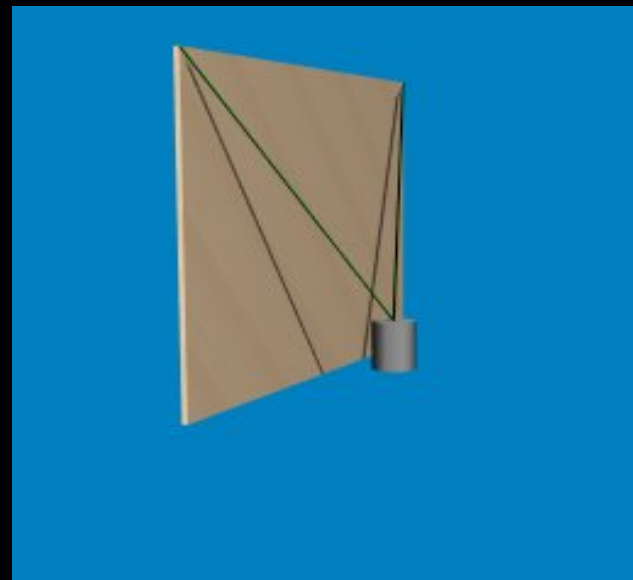
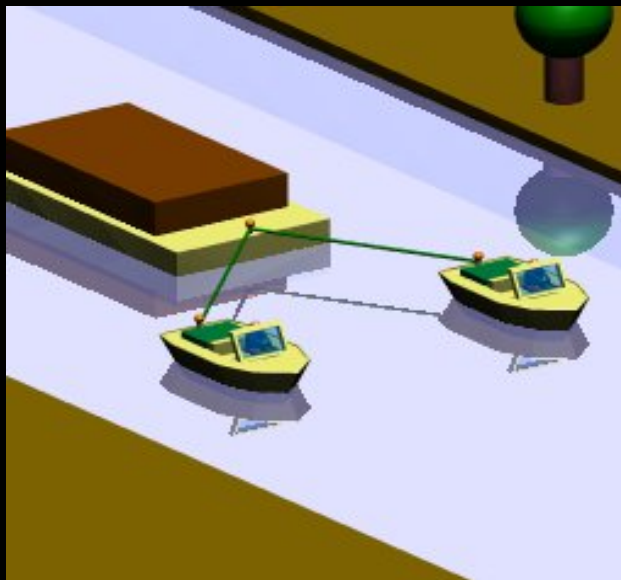
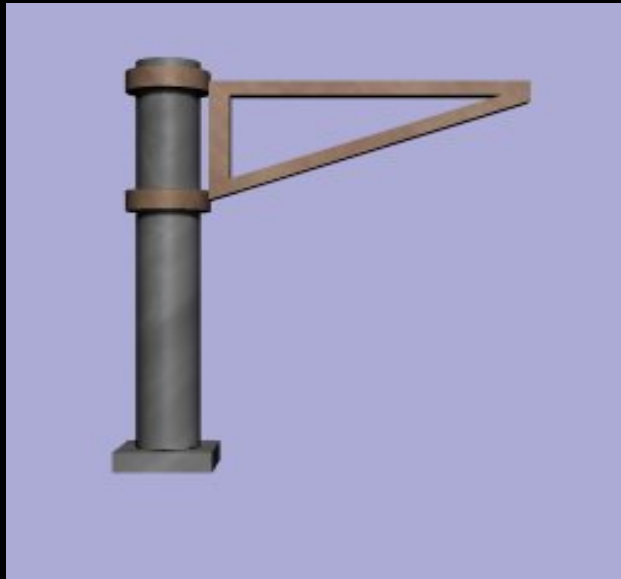
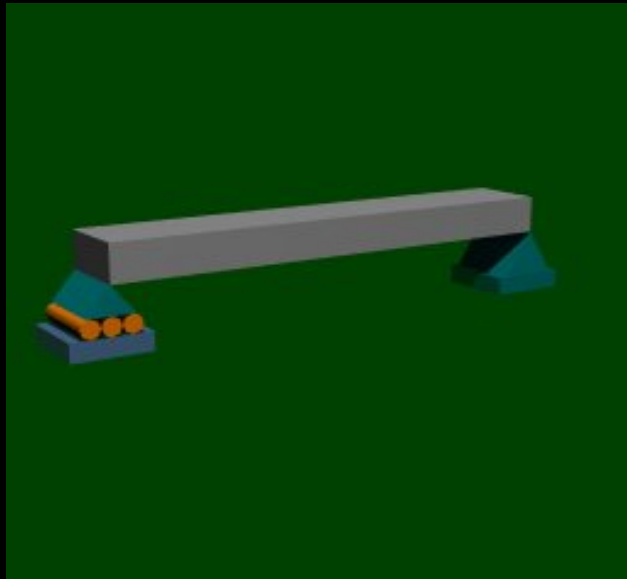


## Vaja 2:

*Določi silo in naklonski kot vrvi, pod katerim mora mož na sliki držati gredo, Da bo ta mirovala.*

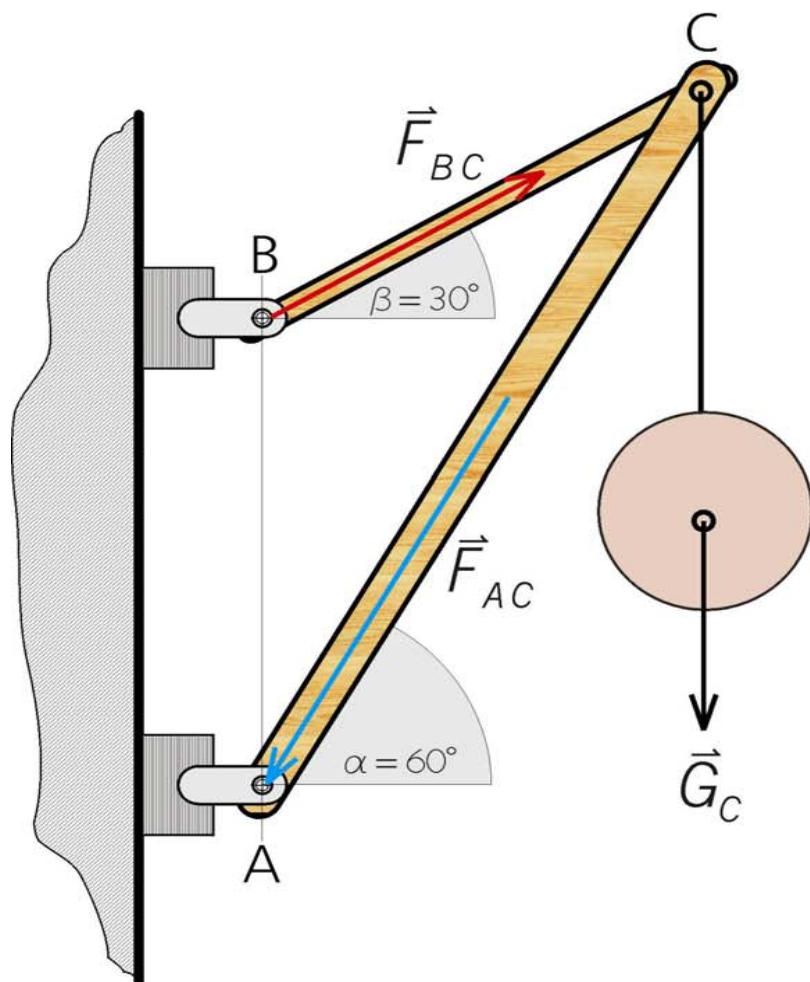
*Masa bremena je 100 kilogramov.*







LEGOPIS SIL



MNOGOKOTNIK SIL

