(I.)

1. Podani sta premici p: $\;x - 2y = 0$ in q: $\;x + y = 6$. Izračunaj ploščino trikotnika, ki ga omejujeta dani premici skupaj z ordinatno osjo.

2. Na neki šoli 9,6% učencev obiskuje novinarski krožek. Likovni krožek obiskuje 7,2% učencev. Na šoli je le en učenec, ki obiskuje oba krožka; kar 83,6% učencev pa ne obiskuje nobenega od teh dveh krožkov. Izračunaj, koliko je vseh učencev na šoli.

3. Izračunaj v $\mathbb{C}$: $\;\dfrac{1-13i}{3-5i} \cdot (2-2i) + (2i-1)^2$

4. Poenostavi naslednji izraz (za $x > 0$): $\;\dfrac{(\sqrt{x})^3}{x^{1/2}} - \left(\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x^{1/3}}\right)^3$

5. Izračunaj teme in ničli ter nariši graf kvadratne funkcije $f(x) = (x+2)(x+8) + 5$.

6. Reši enačbo: $\;5^{x+1} - 2 \cdot 5^{x-1} = \dfrac{23}{25}$

7. Trikotnik je podan s podatki: $b = 6\,\mathsf{cm}$, $t_c = 7\,\mathsf{cm}$, $c = 8\,\mathsf{cm}$. Izračunaj (na štiri mesta natančno) α, p in v_a.

8. V pravokotniku $ABCD$ deli točka U stranico AB v razmerju $|AU| : |AB| = 2 : 5$. Izrazi vektor $\overrightarrow{\mathbf{y}} = \overrightarrow{CU}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{\mathbf{b}} = \overrightarrow{AD}$

9. Izračunaj točno vrednost izraza $\operatorname{tg}\alpha$, če veš, da je $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ in velja $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

10. Nariši graf funkcije: $\;f(x) = \dfrac{(x-1)^2}{(x+1)(x-3)}$

. . . .

Rešitve:

(1) $p = 12$
(2) 250
(3) $\cdots = -1 - 10i$
(4) $\cdots = x - x = 0$
(5) $x_1 = -3,\; x_2 = -7;\; T(-5, -4)$
(6) $x = -1$
(7) $\alpha \doteq 86{,}42^\circ,\; p \doteq 23{,}95\,\mathsf{cm}^2,\; a = \sqrt{94}\,\mathsf{cm},\; v_a \doteq 4{,}941\,\mathsf{cm}$
(8) $\overrightarrow{\mathbf{y}} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \overrightarrow{\mathbf{b}}$
(9) $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{5}{12}$
(10) /

(II.)

1. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točke $A(1,1)$, $B(7,5)$, $C(10,7)$ in $D(-2,-1)$; če se da.

2. Izračunaj obseg trikotnika z oglišči $A(9,6)$, $B(37,13)$ in $C(19,26)$. Rezultat zaokroži na štiri mesta.

3. Izračunaj, koliko je $\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$. Rezultat naj bo točen in primerno poenostavljen.

4. Enakokraki trapez $ABCD$ je podan s podatki: $a = 40\,\mathsf{cm}$, $b = d = 13\,\mathsf{cm}$, $c = 30\,\mathsf{cm}$. Če podaljšamo oba kraka trapeza do skupne točke T, dobimo trikotnik. Izračunaj višino na osnovnico AB v tem trikotniku.

5. Reši enačbo: $\dfrac{x-3}{\sqrt{23-x}} = 1$

6. Zapiši (v splošni obliki) enačbo kvadratne funkcije, ki ima teme v točki $T(7,-8)$, eno od ničel pa pri $x = 5$.

7. Nariši graf funkcije: $f(x) = 2\sin 2x + 1$

8. Poenostavi izraz: $\dfrac{\sin x}{\cos x} \cdot \dfrac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$

9. Dan je polinom $p(x) = 3x^4 + 4x^3 + 1$. Izračunaj stacionarne točke in nariši graf polinoma p.

10. Točki $A(0,30)$ in $B(16,0)$ sta krajišči premera krožnice. Zapiši enačbo te krožnice in (računsko) preveri, ali ta krožnica poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

. . . .

<u>*Rešitve:*</u>

(1) Se da: $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
(2) $o = \sqrt{833} + \sqrt{493} + \sqrt{500} \doteq 73{,}43$
(3) $\cdots = \frac{1}{4}\sqrt{2}$
(4) $v = 48\,\mathsf{cm}$
(5) $x = 7$ (opozorilo: $x \neq -2$)
(6) $f(x) = 2x^2 - 28x + 90$
(7) /
(8) $\cdots = 1$
(9) Minimum (in dvojna ničla): $m(-1,0)$; vodoravni prevoj: $P(0,1)$
(10) $(x-8)^2 + (y-15)^2 = 289$, poteka skozi $O(0,0)$

(III.)

1. V trgovini so imeli na zalogi 154 električnih pečic, ki jih zaradi visoke cene niso mogli prodati. Da bi privabili kupce, so ceno znižali za 10%, pozneje pa še za 5%. Zdaj jih prodajajo po 83,79 €. Izračunaj prvotno ceno.

2. Reši enačbo: $x + \dfrac{x-20}{x-4} = \dfrac{3x+4}{4-x}$

3. Dane so točke $A(2,1)$, $B(15,6)$ in $C(10,7)$, ki skupaj s točko D določajo paralelogram $ABCD$. Izračunaj (v stopinjah, minutah in sekundah) ostri kot med diagonalama tega paralelograma.

4. Izračunaj teme in ničli ter nariši graf funkcije $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)(x+3)$.

5. Izračunaj natančno vrednost izraza: $\dfrac{2^{3/4} \cdot 0{,}25^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-5/3}}{\sqrt[4]{2}}$

6. Poenostavi izraz: $\left(\dfrac{1}{\sin x} - \sin x\right) \operatorname{tg} x + \dfrac{1}{(1+\operatorname{ctg}^2 x)\cos x}$

7. Reši enačbo: $2\log x + \log(x+1) = \log(5x^2 + x - 4)$

8. Hiperbola v središčni legi ima asimptoto z naklonskim kotom 60°. Zapiši enačbo te hiperbole, če veš, da poteka skozi točko $T(5,0)$.

9. Določi število $u \in \mathbb{R}$ tako, da bodo števila $\sqrt{u}$, $u-2$, $u+2$ tvorila končno aritmetično zaporedje.

10. Izračunaj kot, ki ga oklepata graf funkcije $f(x) = \sin \dfrac{x+\pi}{3}$ in ordinatna os. Rezultat zapiši v stopinjah in minutah.

. . . .

Rešitve:

(1) 98 €
(2) $x = -4$ (opozorilo: $x \neq 4$)
(3) $\varphi \doteq 24°20'28''$
(4) $x_1 = 4,\ x_2 = -3;\ T(\frac{1}{2}, -\frac{49}{8})$
(5) $\cdots = 2\sqrt{2}$
(6) $\cdots = \frac{1}{\cos x}$
(7) $x_1 = 1,\ x_2 = 4$ (opozorilo: $x \neq -1$)
(8) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{75} = 1$
(9) $u = 9$, zaporedje: 3, 7, 11. (opozorilo: $u \neq 4$)
(10) $\varphi \doteq 80°32'$

(IV.)

1. Izračunaj vrednost izraza: $|1-\sqrt{3}| \cdot \dfrac{\sqrt{3}+1}{0{,}\overline{63}}$. Rezultat zapiši kot okrajšan ulomek.
2. Izračunaj ploščino trikotnika z oglišči $A(3,\sqrt{3}-1)$, $B(3+\sqrt{3},4+\sqrt{3})$, $C(2,2\sqrt{3}-1)$.
3. Krožni izsek s polmerom $16\,\mathsf{cm}$ in središčnim kotom 135° zvijemo v plašč stožca in nato dodamo še primerno osnovno ploskev. Izračunaj površino tako dobljenega stožca. Rezultat naj bo točen.
4. Graf kvadratne funkcije f poteka skozi točke $A(1,\frac{3}{2})$, $B(-2,-6)$ in $C(4,0)$. Zapiši enačbo funkcije f (v splošni obliki) in nariši njen graf.
5. Izračunaj kot med ordinatno osjo in premico z enačbo $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$. Rezultat zaokroži na stotinko stopinje.
6. Izračunaj, koliko pravih štirimestnih števil ima v desetiškem zapisu vsaj eno sodo cifro.
7. V $\mathbb{C}$ razcepi polinom: $p(x)=2x^5+x^4+10x^3+5x^2+8x+4$
8. Dokaži, da je vrednost naslednjega izraza točno $\sqrt{3}$:
$$\frac{\cos 21^\circ \cos 9^\circ - \sin 21^\circ \sin 9^\circ}{\sin 1230^\circ}$$
9. Med števili 2 in $250\sqrt{5}$ vrini šest števil, tako da dobiš končno geometrijsko zaporedje. Vmesne člene izračunaj natančno.
10. Izračunaj ploščino lika med krivuljama $y=x^2-5$ in $y=1-x^2$. Rezultat naj bo točen.

. . . .

Rešitve:
(1) $\cdots = \frac{22}{7}$
(2) $p=4$
(3) $r=6\,\mathsf{cm},\ P=132\pi\,\mathsf{cm}^2\ (\doteq 414{,}6902\,\mathsf{cm}^2)$
(4) $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x;\ x_1=0,\ x_2=4,\ T(2,2)$
(5) $\varphi \doteq 56{,}31^\circ$
(6) 8375
(7) $p(x)=2(x+\frac{1}{2})(x+i)(x-i)(x+2i)(x-2i)$
(8) /
(9) $2,\ 2\sqrt{5},\ 10,\ 10\sqrt{5},\ 50,\ 50\sqrt{5},\ 250,\ 250\sqrt{5}$
(10) $a=-\sqrt{3},\ b=\sqrt{3};\ p=8\sqrt{3}$

(V.)

1. Reši enačbo: $2 - |2x - 7| = 10 - 3x$

2. Ugotovi v kateri točki se sekata premici z enačbama $y = \frac{2}{5}x - \frac{9}{5}$ in $y = -\frac{5}{2}x + 4$. Ali veš tudi, kolikšen kot oklepata?

3. Krožnici s polmerom $15\,\mathsf{cm}$ včrtamo pravilen sedemkotnik, temu sedemkotniku pa včrtamo novo krožnico. Izračunaj ploščino krožnega kolobarja, ki ga omejujeta obe krožnici. Rezultat zaokroži na štiri mesta.

4. Delno koreni in poenostavi: $\dfrac{\sqrt{54} - \sqrt{338} - \sqrt{24} + \sqrt{288}}{\sqrt{108} - \sqrt{75} - 1}$

5. Reši enačbo: $\cos^2 x - 4\cos x + 3 = 0$

6. Izračunaj dolžino daljice (tetive), ki jo elipsa E: $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ omejuje na navpični premici, ki poteka skozi gorišče te elipse.

7. Dano je zaporedje $a_n = \dfrac{n^2}{2} - 27n + 7$. Izračunaj, kateri členi tega zaporedja so negativni.

8. Reši neenačbo: $\dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x} \geqslant -2$

9. V zbornici je 35 žensk in 15 moških (en od njih je profesor Dobrovoljc). Izmed sebe z žrebom izberejo tričlansko komisijo. Izračunaj verjetnosti dogodkov:
   A: *da so v komisiji same ženske,*
   B: *da so v komisiji sami moški,*
   C: *da je en od članov komisije tudi prof. Dobrovoljc.*

10. Integriraj: $\displaystyle\int \frac{x^3 + x - 1}{x}\,dx$

. . . .

Rešitve:

(1) $x = 3$ (opozorilo: $x \neq 1$)
(2) $T(2, -1)$, $\varphi = 90^\circ$
(3) $p \doteq 133{,}1\,\mathsf{cm}^2$
(4) $\cdots = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{2}$
(5) $(\cos x - 1)(\cos x - 3) = 0 \implies x = 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$
(6) $e = 4;\ y(4) = \frac{9}{5};\ t = \frac{18}{5} = 3{,}6$
(7) Prvih 53 členov.
(8) $x \in (0, \infty) \cup \{-2\}$
(9) $P(A) = \frac{6545}{19600} \doteq 33{,}39\%$, $P(B) = \frac{455}{19600} \doteq 2{,}32\%$, $P(C) = \frac{1176}{19600} = 6\%$
(10) $\cdots = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$