

Vektorji

- V kocki $ABCDEFGH$ tvorijo bazo vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. K je središče kvadrata $DCGH$, na robu BC pa je točka M , tako da je $BM : MC = 3 : 2$. Nariši.
 - Izrazi z bazo vektorje $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{KM}$ in $\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{ME}$!
 - Ugotovi, v kakšnem razmerju deli daljica MD diagonalo AC !
- Določi števili m in n tako, da bosta vektorja $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + n\vec{k}$ in $\vec{b} = 3\vec{i} + m\vec{j} + 5\vec{k}$ kolinearna!
- V kvadratu $ABCD$ deli točka E stranico DC v razmerju $2 : 5$. V kolikšnem razmerju deli točka F (presečišče daljice AE in diagonale BD) diagonalo BD ? Nariši.
- V enakokrakem trikotniku ABC je CE višina na osnovnico. Na kraku BC je točka D , tako da velja $|BD| : |DC| = 2 : 3$. Presečišče daljice CE in AD je točka M . Izračunaj $|AM| : |AD|$!
- Vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ so linearno neodvisni. Izračunajte števila x, y in z tako, da je

$$(x + y - 1)\vec{a} - (3y + 2z)\vec{b} = (y - 2z + 4)\vec{c}.$$
- V trikotniku ABC je točka N nožišče težiščnice na b , E pa deli stranico CB v razmerju $3 : 2$. Zveznica AE seka zveznico BN v točki F . Določi razmerje $|BF| : |FN|$!
- Na stranici CD paralelograma $ABCD$ leži točka E , tako da velja $DE : DC = 3 : 7$. Zveznica AE seka diagonalo DB v točki T . Izračunaj razmerje $BT : TD$.
- Dani so vektorji $\vec{a} = 4\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{e}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$ in $\vec{e}_2 = \vec{i} + 2\vec{j}$. Zapiši vektor $\vec{a}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\vec{e}_1$ in $\vec{e}_2$. Nariši.
- Dokaži z vektorji, da se diagonalni v kvadratu razpolavljata!
- Dan je trikotnik ABC . Točka D leži na stranici AB tako, da velja $|AD| : |DB| = 1 : 3$, točka E leži na daljici BC tako, da velja $|BE| : |EC| = 1 : 2$ in točka F deli daljico AC v razmerju $|CF| : |FA| = 1 : 2$. Točka G je presečišče daljic DC in EF . V kakšnem razmerju deli točka G daljico DC ?
- V paralelogramu $ABCD$ deli točka E stranico AB v razmerju $|AE| : |EB| = 1 : 1$, točka F stranico BC v razmerju $|BF| : |FC| = 1 : 4$ in točka G stranico AD v razmerju $|AG| : |GD| = 3 : 2$. Točka S je presečišče daljic ED in FG . V kakšnem razmerju deli točka S daljico ED ? Nariši.
- Ali so vektorji $\vec{a} = (1, 3, 1)$, $\vec{b} = (2, -5, 1)$ in $\vec{c} = (7, -1, 5)$ linearno neodvisni? Izračunaj kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.
- Kakšen mora biti x , da bo vektor $\vec{a} = (-4, x, 3)$ dolg 13 enot?
Kakšen mora biti x , da bo $\vec{a} \perp \vec{b}$, če je $\vec{b} = (x, x, 1)$?
- Srednjica trapeza $ABCD$ seka stranici d in b v točkah P in R . Dokaži, da velja:

$$\overrightarrow{PR} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}).$$
- V trikotniku ABC deli točka D stranico AB v razmerju $|AD| : |DB| = 1 : 4$. V kakšnem razmerju deli težiščnica na a daljico CD ?

16. Razstavi vektor $\vec{a} = (-1, 1, 4)$ na linearno kombinacijo vektorjev $\vec{e}_1 = (-1, 3, 5)$, $\vec{e}_2 = (0, 1, 4)$ in $\vec{e}_3 = (1, -2, 6)$!
17. Dane so točke $A(3, 1, 4)$, $B(1, -3, -1)$ in $C(-2, 1, 1)$.
- Zapiši vektor $\vec{r} = 4\vec{r}_A - \vec{r}_B - \vec{r}_C$.
 - Določi koordinate težišča trikotnika ABC .
 - Izračunaj notranje kote trikotnika.
18. Izrazi vektor $\vec{v} = (-2, 2, 8)$ z linearno kombinacijo vektorjev $\vec{a} = (-1, 3, 5)$, $\vec{b} = (0, 1, 4)$, $\vec{c} = (1, -2, 6)$.
19. Stranici paralelograma $ABCD$ sta podani z linearnima kombinacijama: $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ in $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$ enotskih vektorjev $\vec{m}$ in $\vec{n}$, ki oklepata kot 60° . Izračunaj dolžini diagonal paralelograma!
20. $\vec{AC} = \vec{e}$, $\vec{BD} = \vec{f}$ sta diagonalami paralelograma. Izrazi s tema vektorjema $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$.
21. Izračunaj $2\vec{a} - 3\vec{b}$, če je $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ in $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Izračunaj $\angle(\vec{a}, \vec{b})$.
22. V trikotniku ABC poznamo oglišči $A(1, 3, 4)$ in $B(-1, 3, -1)$ ter težišče trikotnika $T(1, 4, 1)$. Nariši.
- Določi koordinate točke C in koordinate razpolovišča stranice AB .
 - Izračunaj dolžino težiščnice na stranico c . Točen rezultat.
 - Izračunaj obseg trikotnika ABC . Rezultat zaokroži na dve decimali.
 - Izračunaj kot γ
 - Na stranici BC določi T , da bo $TC \perp TA$.
23. V tetraedru (privilni enakorobi tristrani piramidi) $ABCD$ določi kot med vektorjema $\vec{AB}$ in $\vec{CD}$. Naj bo M razpolovišče roba BD . Določi kot AMD .
24. V kocki $ABCDEFGH$ (E nad A) je točka S razpolovišče diagonal stranske ploskve $EFGH$. Točka M naj bo razpolovišče roba AE . Vektorska baza: $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AE} = \vec{c}$
- Izračunaj skalarni produkt $\vec{MS} \cdot \vec{MC}$.
 - Določi dolžino vektorja $\vec{BS}$
 - Izračunaj velikost kota $\angle CMS$
25. Določi x , da bo vektor $\vec{a} = (2x, 1, 1-x)$ oklepel z vektorjema $\vec{b} = (-1, 3, 0)$ in $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$ enak kot.
26. Izračunaj kote, s katerima premica skozi točki A in B oklepa z koordinatnimi osmi, če je:
- $A(0, 0, 0)$, $B(3, -6, 2)$
 - $A(3, 5, -1)$, $B(-1, 6, 3)$
27. Določi x , da bosta vektorja $\vec{a} = (2x, 4, 6)$ in $\vec{b} = (-2, -4, x)$ enako dolga.
28. Določi enotski vektor v smeri vektorja $\vec{a} = (2, -1, -2)$.
29. S pomočjo vektorjev dokaži paralelogramsko enakost:

$$e^2 + f^2 = 2a^2 + 2b^2,$$

kjer sta e, f diagonali, a, b stranici.

Rešitve mi lahko pošljete po elektronski pošti. Zaželeno je uporaba urejevalnikov besedil kot so **OpenOffice**, **MS Word** ali **Latex**.