

$\mathbb{C}$ - vaje, $\vec{a}$

1. Izračunaj:

- (a) $\sqrt{-81} - \sqrt{-144}$
 (b) $(2 - 4i) + 3(3 + 6i)(3 + 6i) - 9(2 - i)^2 - i^{99}$
 (c) $\frac{26 + 13i}{5 + 12i} - \frac{39 - 26i}{5 - 12i}$
 (d) $\frac{(1 + i)^3}{(1 - i)^3}$
 (e) $i^{109} + (1 + 2i)^2 - 5(1 + i) + |\sqrt{2} - \sqrt{23}i|$

2. Določi x in y , če

$$(2 + xi)(5 + i) = 14 + yi$$

3. Naj bo

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_3 &= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{aligned}$$

Pokaži, da velja:

- (a) $z_1^2 = -z_2^2 = z_3^2 = i$
 (b) $z_1^4 = z_2^4 = z_3^4 = -1$
 (c) Določi $z = -(z_1 + z_2 + z_3)$ ter vsa štiri kompleksna števila nariši v koordinatnem sistemu. Kakšen lik določajo?

4. Določi morebitne skupne točke med parabolama

$$\begin{aligned} y &= 7x^2 + 32x + 41 \\ y &= 6x^2 + 31x + 40 \end{aligned}$$

5. Z računaom preveri, ali se parabola in premica

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^2}{4} - \frac{1}{3}, \\ y &= -\frac{x}{5} - 3 \end{aligned}$$

sekata.

6. Razstavi v $\mathbb{C}$.

- (a) $x^2 + 9y^2$
 (b) $2a^4 - 162x^4$
 (c) $a^4 - 5a^2 + 4$

7. Reši enačbe v $\mathbb{C}$.

- (a) $x^4 - 45x^2 - 196 = 0$
 (b) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{25}{2}x^2 = -72$

8. Določi kompleksno število z , če zanj velja

- (a) $(\operatorname{Re}(z) = -1) \wedge (\operatorname{Im}(z) > 2)$
 (b) $(\operatorname{Im}(z) = 5) \wedge (\operatorname{Re}(z) = 3)$
 (c) $(|z| < 2) \wedge (\operatorname{Im}(z) = 1)$

Skiciraj množice rešitev v kompleksni ravnini.

9. Določi z , če je

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Re}(z) + 3\operatorname{Im}(z) &= 4 \\ \operatorname{Re}(z) + 2\operatorname{Im}(z) &= 1 \end{aligned}$$

Pokaži še, da je $|\bar{z} - 2i| = 5$.

10. Skiciraj kompleksni ravnini množice:

- (a) $|z| = 5$
 (b) $|z| \leq 4$
 (c) $|z + i| \geq 3$
 (d) $|z + 1 + 2i| = 3$

11. Kako bi z enačbo opisal množico točk v kompleksni ravnini, ki jo lahko določimo s krogom s središčem v številu $z_0 = -4i$ in polmerom $r = 5$.

12. Naj bo

$$\begin{aligned} z_1 &= 3 + 4i \\ z_2 &= 5 - 12i \end{aligned}$$

Izračunaj $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ ter pokaži, da velja

$$2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = (|z_1 + z_2|)^2 + (|z_1 - z_2|)^2$$

Nariši v kompleksni ravnini. kaj predstavlja zgornja enakost? Ali velja to v splošnem? Če da, potem to dokaži.

13. Med točke $A(-7, 4, 5)$, $B(-3, 4, 5)$ in $C(1, 2, 3)$ razp-nemo vektorje $\vec{BA}$, $\vec{CA}$ in $\vec{BC}$.

- (a) Določi vektor $5\vec{BA}$
 (b) Izračunaj kot med vektorjema $\vec{AC}$ in $\vec{AB}$
 (c) Ali sta $3\vec{BA}$ in $\vec{BC} - \vec{AC}$ linearno odvisna?
 (d) Izračunaj dolžino daljice AT , kjer je T težišče trikotnika. Kaj dobimo, če prezrcalimo izračunano razpolovišče stranice AB preko točke T ?
 (e) Določi D , da bo $ABCD$ paralelogram.
 (f) Na stranici AB določi točko M , da bo veljalo $AM : MB = 1 : 3$.

14. Trapez: $a = 13$ cm, $b = 12$, $c = 2$ cm, $d = 8$ cm. Izračunaj kota ob večji osnovnici v trapezu.15. Enakostranični trikotnik ABC . Točka M leži na BC , $BM : MC = 2 : 3$. Določi razmerje med AS in SM , če je S presečišče daljice AM in višine na stranico AB .