

1 Procenti: Rešitve

1. Plašč so v začetku sezone podražili za 15%. Ob razprodaji so ceno znižali za šestino in je znašala 28750. Kolikšna je bila cena pred začetkom sezone?

Rešitev:

c_0 ...cena plašča pred podražitvijo

c_1 ...nova zvišana cena

c_2 ...nova znižana cena ob razprodaji = 28750 SIT

$$\begin{aligned}c_1 &= c_0 + 15\% \text{ od } c_0 = \frac{115}{100}c_0 \\c_2 &= c_1 - \frac{1}{6} \text{ od } c_1 = c_1 - \frac{c_1}{6} = \frac{5c_1}{6} \implies \frac{5c_1}{6} = 28750\end{aligned}$$

$$c_1 = \frac{28750 \cdot 6}{5} = 34500$$

Cena po prvi podražitvi je bila 34500 SIT

$$c_1 = 34500 = \frac{115}{100}c_0 \implies \frac{115c_0}{100} = 34500$$

$$c_0 = \frac{34500 \cdot 100}{115} = 30000$$

Cena po prvi podražitvi je bila 30000 SIT.

2. Če povečamo rob kocke za 2 cm se prostornina poveča za 78.4%. Kolikšna je površina prvotne kocke?

Rešitev:

a ...rob kocke

$$V = a^3$$

nov rob... $a + 2$

$$\text{nova prostornina: } V_1 = V + 78,4\%V = \frac{178,4}{100}V = \frac{1784}{1000}V \implies$$

$$\begin{aligned}(a+2)^3 &= \frac{1784}{1000}V \\a+2 &= \sqrt[3]{\frac{1784}{1000}V} = \sqrt[3]{\frac{1784}{1000}} \cdot \sqrt[3]{V}\end{aligned}$$

Vstavimo $a = \sqrt[3]{V}$.

$$a+2 = \sqrt[3]{\frac{1784}{1000}} \cdot a$$

$$a+2 = 1.21a$$

$$2 = 0.21a$$

$$a = \frac{2}{0.21} = 9.52.$$

3. Cena računalnika s 5% prometnim davkom je 191100SIT. Kolikšna je cena računalnika brez prometnega davka? Za koliko procentov bi se moral poceniti računalnik, da bi bila njegova cena z davkom vred enaka sedanji ceni brez prometnega davka?

Rešitev:

c ...cena računalnika brez davka

c_d ...cena računalnika z davkom=191100SIT

$$c_d = c + 5\% \text{ od } c = c + \frac{5}{100}c = c(1 + \frac{5}{100})$$

$$191100 = c(1 + \frac{5}{100})$$

$$c = \frac{191100 \cdot 100}{105} = 182000$$

Cena brez prometnega davka je 182000 Sit.

Računalnik je potrebno poceniti za $191100 - 182000 = 9100$ SIT

$$p\% \text{ od } 191100 = 9100$$

$$\frac{p}{100} \cdot 191100 = 9100$$

$$p = \frac{9100 \cdot 100}{191100} = 4.76$$

Računalnik se mora poceniti za 4.76%.

4. V tovarni so na štirih strojih v enem dnevu naredili 20000 vijakov. Na prvem stroju so naredili 15% te količine, na drugem stroju $\frac{2}{5}$ celotne količine, na tretjem stroju pa so naredili dvakrat več kot na četrtem stroju. Koliko procentov celotne količine so naredili na tretjem stroju in koliko vijakov so naredili na četrtem stroju v tem dnevu?

Rešitev: glej v zvezek

5. Cena športnih copat je bila 8000SIT. Podražili so jih za 10% in nato še za 20%. Kolikšna je bila cena ob drugi podražitvi? Za koliko odstotkov bi jih morali poceniti, da bi bila njihova cena enaka tisti pred omenjenima dvema podražitvama? Rezultat zaokroži na štiri mesta.

Rešitev: glej v zvezek

6. Kilogram kave je stal 1500SIT. Nato so jo podražili za 20%, čez dva tedna pa so jo pocenili za 10%. Kolikšna je bila cena kave po pocenitvi?

Rešitev: podobno kot naloga 5.

7. Podjetji A in B prodajata blago po različnih cenah. Pri podjetju A naročimo 100kg blaga, pri podjetju B pa 50kg blaga. Če nam samo podjetje A odobri 10% popusta, plačamo 7500SIT; če nam pa samo podjetje B odobri 20% popusta, plačamo 7400SIT. Izračunaj prvotni ceni kilograma blaga (brez popusta) pri obeh podjetjih.

Rešitev:

$$a = 100kg$$

$$b = 50kg$$

c ...cena vsega blaga

c_1 ...cena 100kg blaga pri podjetju A

c_2 ...cena 50kg blaga pri podjetju B

c_a ...celotna cena, ki jo plačamo, če kupimo s popustom pri podjetju A=7500SIT

c_b ...celotna cena, ki jo plačamo, če kupimo s popustom pri podjetju B=7400SIT

$$c_a = (c_1 - 10\% \text{ od } c_1) + c_2 = \left(c_1 - \frac{10}{100}c_1\right) + c_2 = \frac{90}{100}c_1 + c_2 = 7500$$

$$c_b = (c_2 - 20\% \text{ od } c_2) + c_1 = \left(c_2 - \frac{20}{100}c_2\right) + c_1 = \frac{80}{100}c_2 + c_1 = 7400$$

$$\frac{90}{100}c_1 + c_2 = 7500 \implies c_2 = 7500 - \frac{90}{100}c_1$$

$$\text{Vstavimo } c_2 = 7500 - \frac{90}{100}c_1 \text{ v enakost } \frac{80}{100}c_2 + c_1 = 7400 \implies$$

$$\frac{80}{100} \left(7500 - \frac{90}{100}c_1\right) + c_1 = 7400$$

Rešimo enačbo za c_1 in dobimo $c_1 = 5000$. (toliko torej znaša cena 100 kg blaga)

$$\text{Cena blaga podjetja A je potemtakem } \frac{5000}{100} = 50SIT$$

.Ceno c_2 dobimo, če c_1 vstavimo v enakost $\frac{90}{100}c_1 + c_2 = 7500$ in rešimo enačbo za c_2 :

$$\frac{90}{100}5000 + c_2 = 7500$$

Dobimo rešitev $c_2 = 3000$.

Sledi, da je

$$\text{cena 1kg blaga podjetja B } \frac{3000}{100} = 30SIT$$

8. Cena obleke je bila v marcu 22500SIT. Maja se je zvišala za 20%, nato pa je v juliju padla za 10% in v septembru še za nadaljnih 10%.

(a) Kolikšne so bile cene obleke v maju, juliju in septembru?

(b) Kolikšna je razlika med prvo in zadnjo ceno v tolarjih in kolikšna v procentih?

Rešitev: glej primer 5

9. Na sestanku športnega društva so ugotovili, da 65% članov igra nogomet, 45% članov igra tenis, 16 članov pa se ukvarja z obema športoma. Vsak član se ukvarja vsaj z enim izmed omenjenih športov. Koliko članov je v društvu?

Rešitev: Ker se vsak ukvarja vsaj z enim športom, sledi sklep da se 10% vseh ukvarja z obema športoma. Če je 10% članov enako 16, potem 100% ustreza številu 160 članom.

10. Cena metra blaga je bilo 900SIT. Blago se je najprej podražilo za 10% in čez en mesec za 10% pocenilo. Koliko je treba sedaj plačati za 2.5m blaga?

Rešitev: glej zvezek.

11. Cena mesečne vozovnice je bila 1500SIT. Podražili so jo za 20%, kasneje pa ponovno za 5%. Kolikšna je bila cena po ponovni podražitvi? Za koliko % bi jo morali sedaj poceniti, da bi bila enaka prvotni ceni?

Rešitev: glej primer 5.

12. V posodi imamo 36l 50% raztopine H_2SO_4 . Koliko litrov destilirane vode moramo doliti, da bomo dobili 40% raztopino H_2SO_4 ?

Rešitev:

k ...količina kisline

m ...količina raztopine=36l

v ...voda, ki jo moramo doliti

$$\text{koncentracija} = \frac{\text{kislina}}{\text{celotna raztopina}}$$

Če imamo 50% koncentracijo, velja

$$50\% = 0.5 = \frac{k}{r} \implies k = 0.5 \cdot r$$

Kisline je potemtakem polovico celotne raztopine.

Če hočemo 40% raztopino, moramo dodati nekaj vode v . To se pozna pri koncentraciji raztopine:

$$\begin{aligned}40\% &= 0.4 = \frac{k}{r+v} \implies 0.4(r+v) = k \\ r+v &= \frac{k}{0.4} \implies v = \frac{0.5r}{0.4} - r = r\left(\frac{0.5}{0.4} - 1\right) = r \cdot \frac{0.1}{0.4} = \frac{r}{4} = \frac{36l}{4} = 9l\end{aligned}$$

Splošno:

(a) če želimo x litrov p - % raztopine raztopiti na r - % raztopino; $r \leq p$, moramo doliti

$$v = \left(\frac{1 - \frac{p}{100}}{1 - \frac{r}{100}} - 1 \right) x$$

vode.

(b) Če izrazimo iz zgornje enačbe r , dobimo procentno raztopino, ki jo dobimo, če dolijemo v p procentno raztopino v vode:

$$r = \left(1 - \frac{1 - \frac{p}{100}}{1 + \frac{v}{x}} \right) \cdot 100.$$

Če ne vlijemo nič vode, t.j. $v = 0$, dobimo $r = p$ (koncentracija se ne spremeni), kar je smiselno.

13. Kraja A in B sta oddaljena za 250km. Med njima se nahaja kraj C, ki je od kraja A oddaljen za 10% več kot od kraja B. Kje na poti med A in B se nahaja kraj B?

Rešitev:

$$d(A, B) = 250$$

$$d(A, C) = d(C, B) + 10\% \text{ od } d(C, B)$$

$$d(A, B) = d(A, C) + d(C, B)$$

$$\begin{aligned}250 &= d(A, C) + d(C, B) + 10\% \text{ od } d(C, B) = \frac{210}{100} \cdot d(C, B) \implies d(C, B) = \\ \frac{250 \cdot 100}{210} &= \frac{2500}{21} = 119.05\end{aligned}$$

Kraj C je od kraja B oddaljen za 119.05km. kraj B pa od A preostanek, to je 131.95km.

13. Vsota dveh števil je 400. Prvo število je enako 60% vrednosti drugega števila. Kateri sta ti dve števili?

Rešitev:

a... prvo število

b...drugo število

$$a + b = 400 \quad (1)$$

$$a = 60\% \text{ od } b = \frac{60}{100} \cdot b$$

vstavimo v (1) in dobimo:

$$\frac{60}{100}b + b = 400$$

$$\text{Izračunamo iz enačbe } b \text{ in dobimo } b = \frac{40000}{160} = 250.$$

Od tod sledi, da je $a = 400 - 250 = 150$.

14. Vsota treh zaporednih števil je enaka 10% devetkratne vrednosti najmanjšega števila. Katera števila so to?

Rešitev: Tri zaporedna števila označimo z $a, a + 1, a + 2$.

Iz podatkov sledi: $a + (a + 1) + (a + 2) = 10\% \text{ od } (9a)$

$$3a + 3 = \frac{10}{100} \cdot 9a$$

Iz neačbe izračunamo a :

$$a = -\frac{10}{7}.$$

To so števila $-\frac{10}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{4}{7}$.

15. Podjetje je prodalo $\frac{1}{5}$ sadja s 15% dobičkom, 40% sadja so prodali s 25% dobičkom, preostalo pa so prodali s 40% izgubo.

(a) Je imelo podjetje s prodajo izgubo ali dobiček?

(b) Določi dobiček (izgubo)?

Rešitev:

S... količina sadja

prodaja $\frac{1}{5}$ sadja s 15% dobičkom: $15\% \text{ od } \frac{1}{5}S = \frac{15}{100} \cdot \frac{S}{5} = \frac{3S}{5}$

prodaja 40% sadja s 25% dobičkom: $25\% \text{ od } (40\% \text{ od } S) = \frac{25}{100} \cdot \frac{40}{100}S = \frac{S}{10}$

prodaja preostanka sadja s 45% izgubo: $-45\% \text{ od preostanka } S$

Preostanek: $S - \frac{S}{5} - \frac{40S}{100} = \frac{2}{5}S$

Celoten izkupiček pri prodaji je potem:

$$\frac{3S}{5} + \frac{S}{10} - \frac{45}{100} \cdot \frac{2S}{5} = \frac{13}{25}S$$

Ker je izkupiček pozitiven, je imelo podjetje dobiček.

Ko izrazimo dobiček s stotinami, dobimo: $\frac{13}{25}S = \frac{42}{100}S$. Podjetje je imelo torej 42%-dobiček.

16. Koncentracijo alkohola v pijačah erimo v volumskih procentih. Tako liter vina z 12% alhohola vsebuje 0.12 litrov čistega alkohola. Zdrava odrasla ženska s tem, ko popije več kot 20g čistega alkohola dnevno, tvega poškodbe jeter in možganov. Liter čistega alkohola tehta 0.8kg. Izračunaj, koliko pijače odgovarja 20 g alkohola, če je ta pijača:

(a) pivo s 5% alkohola

(b) vino z 11% alkohola

(c) liker z 20% alkohola

(d) žgana pijača s 40% alkohola.

Rešitev:

Če oseba popije 1l čistega alkohola, to ustreza 800g mase čistega alkohola.

Za 1g mase je potrebno popiti $\frac{1}{800}l$ čistega alkohola.

Da zaužije oseba 20g čistega alkohola, mora spiti $20 \cdot \frac{1}{800}l$ čistega alkohola

Če je alkohola v pijači $1\% = \frac{1}{100}$, mora za zaužitje 20g čistega alkohola popiti $100 \cdot (20 \cdot \frac{1}{800}l)$

odtod sledi sklep:

$\Rightarrow$ če je alkohola v pijači $p\% = \frac{p}{100}$, mora za zaužitje 20g čistega alkohola popiti $\frac{100}{p} \cdot (20 \cdot \frac{1}{800}l) = \frac{5}{2p}l$

(a) Vstavimo sedaj vrednost

$$p = 5 \text{ (pivo): } \frac{5}{2p}l = \frac{5}{2 \cdot 5}l = \frac{1}{2}l = 0.5l$$

$$p = 11 \text{ (vino): } \frac{5}{2p}l = \frac{5}{2 \cdot 11}l = \frac{5}{22}l = 0.23l = 2.3dl$$

$$p = 20 \text{ (liker): } \frac{5}{2p}l = \frac{5}{2 \cdot 20}l = \frac{1}{8}l = 0.125l = 1.25dl$$

$$p = 40 \text{ (žgana pijača): } \frac{5}{2p}l = \frac{5}{2 \cdot 40}l = \frac{1}{16}l = 0.0625l$$

17. Kolesar je prevozil razdaljo od A do B s hitrostjo 20km v 4 urah in pol. Za koliko procentov mora zvečati hitrost, da bo prišel nazaj v treh urah?

Rešitev:

$$v = 20km/h$$

$$t = 4.5h$$

t_1 ...čas, ki ga želi kolesar doseči pri vožnji nazaj

Če želi priti nazaj hitreje, mora isto pot prevoziti z večjo hitrostjo v krajšem času.

$$s = v \cdot t = v_1 \cdot t_1$$

$$\text{Sledi, da je } v_1 = \frac{v \cdot t}{t_1} = \frac{20 \cdot 4.5}{3.5} = 25.714km/h$$

Povečati mora hitrost za 5.714km/h.

$$x\% \text{ od } 20 = 5.714$$

$$\frac{x}{100} \cdot 20 = 5.714 \Rightarrow x = \frac{571.4}{20} = 28.57$$

Torej mora hitrost povečati za 28.57%.