

A

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ a) $X = U - (A \cup B) = \{5, 7, 9, 10, 11\}$, (za $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 1 točka)
- b) $Y = A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 7, 9, 10, 11\}$, (za A^c in B^c 1 točka)
- c) $B - A = \{8\}$, $(B - A) \times B = \{(8, 1), (8, 4), (8, 6), (8, 8)\}$, $m((B - A) \times B) = 4$.
2. $D(6519, 7011) = 123$ po Evklidovem algoritmu, $v = \frac{6519 \cdot 7011}{D} = 371583$ (za delitelja 1 točka, poznavanje formule 1 točka, rezultat 1 točka).
3. Ali velja $\underbrace{\neg(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)}_{\star}$? Da.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg(A \wedge \neg B)$	$\neg A \vee B$	$\star$
p	p	n	n	n	p	p	p
p	n	n	p	p	n	n	p
n	p	p	n	n	p	p	p
n	n	p	p	n	p	p	p

4. Ker smo prešteli 104 dijake, pomeni, da so 4 v preseku (znajo angleško in nemško). Samo en jezik pa pozna $34 - x$ (angl.) in $39 - x$ (nem.), skupaj torej 65.
5. a) Poenostavitev in razstavljenjje izraza $(x+1)^2 + (x-2)(x+2) + 3$ nam prinese $2x(x+1)$, kar pomeni, da je izraz deljiv z $x+1$.
- b) $3^{23} + 2 \cdot 3^{21} + 3^{20} = 3^{20}(3^3 + 2 \cdot 3 + 1) = 34 \cdot 3^{20}$. Ker je izraz deljiv z 34, je deljiv tudi s 17.
6. Število $23ab$ mora biti deljivo s 5 in s 3. Zaradi deljivosti s 5 mora biti b enak 0 ali pa 5. Ločimo dva primera:
- (i) če je $b = 0$, je vsota števk $5 + a$, kar pomeni, da je tedaj $a = 1, a = 4, a = 7$. Števila: 2310, 2340, 2370
- (ii) če je $b = 5$, je vsota števk deljiva s 3 za $a = 2, a = 5, a = 8$. Števila: 2325, 2355, 2385
7. Dokaz: $4(3n+1)^2 + (3n+2)^2 + 13 = 9n^2 + 6n + 1 + 9n^2 + 12n + 4 + 13 = 18n^2 + 18n + 18 = 18 \cdot k$, kar pomeni, da je izraz deljiv z 18. _____

Kriterij ocenjevanja:

ocena	1	2	3	4	5
%	< 45	45 – 59	60 – 74	75 – 89	≥ 90

skupaj 32
točk

B

1. $A = \{1, 2, 5, 10\}$ a) $U - (A \cap B)^c = \{1, 2, 10\}$, za $(A \cap B)^c$ 1 točka
 b) $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 2, 10\}^c = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 c) $(A - B) \times A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 5), (5, 10)\}$, moč je enaka 4.
2. $v(5289, 5781) = 248583$, delitelj z Evklidom: $D = 123$ (1 točka)
3. Ali velja $\underbrace{\neg(A \vee \neg B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge B)}_{\star}$? Da.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee \neg B$	$\neg(A \vee \neg B)$	$\neg A \wedge B$	$\star$
p	p	n	n	p	n	n	p
p	n	n	p	p	n	n	p
n	p	p	n	n	p	p	p
n	n	p	p	p	n	n	p

4. Označimo moč preseka množic z x . Velja:

$$x + (70 - x) + (55 - x) + 5 = 100.$$

Dobimo $x = 30$. Obe živali ima 30 ljudi, samo en o pa $40 + 25 = 65$ anketirancev.

5. a) $(x - 1)^2 - (x + 2)(x + 3) + 12 = -7(x - 1)$
 b) $2^{45} + 2^{43} - 3 \cdot 2^{42} = 7 \cdot 2^{42}$
6. Število mora biti deljivo s 5 in z 9: deljivost s 5: $b = 0$ ali $b = 5$.
 1. $b = 0$; $12 + a$ je deljivo z 9, če je $a = 6$
 2. $b = 5$; $17 + a$ je deljivo z 9, če je $a = 1$
 Obstajata torej dve taki števili: 29115 in 29160.

7. $(3n + 1)(3n + 2) + 7 = 9n^2 + 3n + 6n + 2 + 7 = 9(n^2 + n + 1)$

Ali je deljivo tudi z 18? Ne, protiprimer: ne velja za števili 4 in 5.

Kriterij ocenjevanja:

ocena	1	2	3	4	5
%	< 45	45 – 59	60 – 74	75 – 89	≥ 90

skupaj 32
točk