



RAZISKOVALNA NALOGA

Kako temperaturna sprememba vpliva na uglasitev kitare?

Področje: FIZIKA

Avtor: Tilen KOŠIR

Mentor: Oliver OGRIS

Kranj, 2015

Povzetek

Glavni namen te raziskovalne naloge je bil poiskati povezavo med frekvencami kitarskih strun in spremembo temperature, kateri je bila kitara izpostavljena. Torej, če zapišem namen te raziskovalne naloge v obliki vprašanja, bi se to glasilo: Kako sprememba temperature vpliva na uglasenost kitare?

Raziskava se deli na dva dela. V prvem delu je bila kitara dvakrat izpostavljena spremembi temperature v velikosti 40-ih Kelvinov. Frekvenca tako imenovane G strune je bila izmerjena v različnih časovnih intervalih. S tem eksperimentom sem ugotovil, koliko časa mora biti kitara izpostavljena spremembi temperature, da se frekvenca strune ne spreminja več. Pridobljene rezultate sem uporabil v drugem delu raziskovalne naloge, kjer sem izvedel še en eksperiment, v katerem sem kitaro izpostavljala različnim temperaturnim spremembam. Tokrat sem zabeležil frekvence vseh strun pri vsaki temperaturi. Z uporabo matematičnih znanj in fizike sem naredil lineariziran graf frekvence v odvisnosti od spremembe temperature. Glede na padec frekvence na en Kelvin vseh šestih strun sem izračunal povprečen padec frekvence na en Kelvin.

Po rezultatih sodeč je ena ura dovolj, da se kitara aklimatizira na spremembo temperature. S pomočjo te ugotovitve sem v drugem delu ugotovil, da se frekvenca strun v povprečju spremeni za $0,8 \pm 0,4$ Hz na en Kelvin.

Abstract

The main purpose of this investigation was to find out relationship between frequency of guitar's strings and change in temperature to which guitar was exposed to. This also led me to the next research question: How is the tuning of guitar affected by temperature change?

Investigation was carried out with two different experiments. In the first one guitar was exposed to change in temperature of 40 K twice. The frequency of G string was recorded in various time intervals. The purpose of this experiment was to find out the sufficient time to which guitar should be exposed to a temperature change in order that frequency does not change anymore. In the second experiment guitar was exposed to various changes in temperature for a certain period of time which was determined with the first experiment. Frequency of all strings was recorded at each temperature. Using mathematics and physics a linearized graph frequency versus change in temperature was obtained in order to find out how much does frequency of a string change per unit Kelvin. Based on all 6 strings of the guitar an average frequency drop/increase per unit Kelvin was determined.

It turned out that one hour is sufficient time in which new frequencies (at which strings vibrate) do not change anymore. By using that piece of evidence second experiment showed that strings' frequency can change in average for $0,8 \pm 0,4$ Hz when temperature is increased/decreased for one Kelvin.

Kazalo

Povzetek	0
Abstract	1
Uvod	3
Teorija.....	3
Posledica temperaturnih sprememb.....	4
Eksperiment 1 – Določanje časa, za katerega mora biti kitara izpostavljena temperaturni spremembi	6
Pripomočki.....	6
Definiranje spremenljivk	6
Metoda zbiranja podatkov	7
Formiranje Hipoteze.....	8
Prezentacija in interpretacija dobljenih rezultatov	9
Drugi eksperiment – Izpostavljanje kitare različnim temperaturnim spremembam	12
Pripomočki.....	12
Definiranje spremenljivk	12
Metoda zbiranja podatkov	13
Formiranje Hipoteze.....	13
Prezentacija in interpretacija rezultatov	15
Diskusija faktorjev, ki so vplivali na vseh 6 strun	17
Dodatna diskusija faktorjev, ki so vplivali na strune E, A in D	18
Zaključek.....	18
Bibliografija.....	20
Priloge.....	21
Priloga I.....	21
Priloga II.....	23
Priloga III.....	23
Priloga IV.....	25
Priloga V.....	27
Priloga VI.....	29

Uvod

Ohraniti kitaro uglaseno med koncertom je ena najpomembnejših stvari za kitarista. A problem lahko nastane, če se vreme nenadoma spremeni. Kaj lahko v takem primeru nekdo pričakuje? Kako dolgo rabi kitarista, da se novim pogojem prilagodi? Koliko sprememba temperature vpliva na uglasenost kitare? Ker sem sam igram kitaro in se še nikoli nisem znašel v takšni situaciji, si tovrstna vprašanja nenehno postavljam. Odlična rešitev, s katero si lahko odgovorim na svoje dvome, se mi zagotovo zdi raziskovalna naloga iz fizike.

Glavni namen te naloge je odgovoriti na naslednje vprašanje: Kako spremembe temperature vpliva na uglasenost kitare? Raziskovalna naloga bo razdeljena na dva različna eksperimenta, ki sta pravzaprav povezana. V prvem bo kitarista postavljena v okolje, v katerem bo izpostavljena spremembi temperature. Zabeležen bo čas, ki ga kitarista potrebuje, da se frekvenca strun ustali. V drugem delu bo kitarista izpostavljena različnim temperaturnim spremembam. S tem bom pridobil trend, s katerim upada frekvenca na en Kelvin.

Teorija

Najprej je treba razložiti, kako se določena frekvenca (ali drugače rečeno tudi ton) na kitari formira. Frekvenca je povezana s hitrostjo, s katero val potuje po struni (in formira stoječe valovanje) ter z valovno dolžino samega vala. Enačba, ki to opisuje je naslednja:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Kjer je f frekvenca, c hitrost vala in λ valovna dolžina.

Ko je struna zaigrana, ta ne vibrira le z eno frekvenco ampak z večimi. A ena izmed teh vendarle prevladuje in ima amplitudo večjo od drugih. Ta frekvenca se imenuje tudi fundamentalna frekvenca. Vse druge frekvence, s katerimi struna vibrira, pa so v bistvu višje harmonične frekvence fundamentalne. Fundamentalna frekvenca se na struni formira na način kot prikazuje slika:

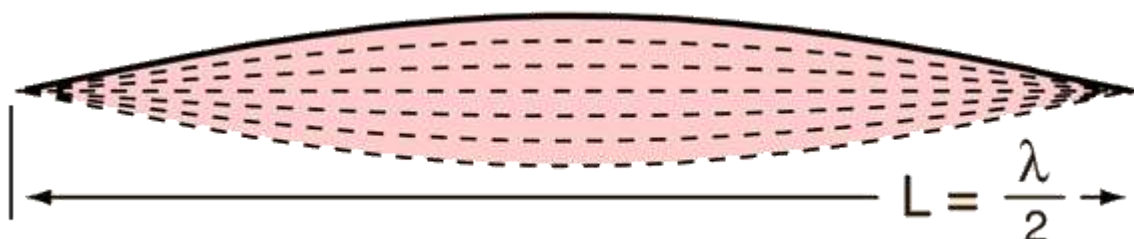


FIGURA 1: FUNDAMENTALNA FREKVENCA¹

¹ (Nave, 2000)

Dolžina L na kateri se formira stoječe valovanje je enaka $\frac{\lambda}{2}$, zato se lahko prejšnja enačba zapiše tudi na sledeč način:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L}$$

Kjer je f_0 fundamentalna frekvenca, c hitrost vala, λ valovna dolžina, L pa je dolžina, na kateri se stoječe valovanje formira.

Iz zgornje enačbe lahko vidimo, da je valovna dolžina fundamentalnih frekvenc enaka pri vseh šestih strunah kitare. Med drugim nam to tudi pove, da je fundamentalna frekvenca pogojena s hitrostjo vala na struni. Ta pa je povezana s silo, s katero je struna na kitari napeta (Nave, 2000):

$$c = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{\rho \times V}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \times A}}$$

Kjer je c hitrost vala, F sila s katero je struna napeta, m masa strune, L dolžina na kateri struna vibrira, ρ gostota materiala iz katerega je struna narejena, V volumen strune, A pa je ploščina prečnega preseka strune.

Znano je, da se struna malo raztegne, ko jo napnemo z določeno silo. Enačba, ki to opisuje, je naslednja (Giancoli, 2005):

$$\Delta F = E \times A \times \frac{\Delta L}{L}$$

Kjer je ΔF sprememba sile, s katero je struna napeta, E Youngov modul elastičnosti, A ploščina prečnega preseka strune, ΔL sprememba v dolžini strune, L pa je dolžina strune (hkrati je ta enaka dolžini, na kateri se stoječe valovanje formira).

Posledica temperaturnih sprememb

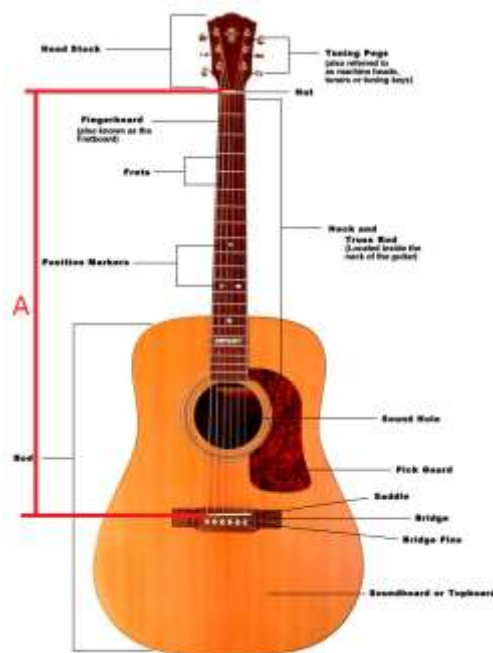
Teorija nam govori, da se materiali pri spremembi temperature raztezajo ali pa krčijo. 'Eksperimenti narejeni na tem področju potrjujejo, da je dolžina, za katero se nek material skrči ali pa raztegne, proporcionalna z spremembo temperature, le če niso te spremembe prevelike.' (Giancoli, 2005). Enačba

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Kjer je ΔL dolžina za katero se je material raztegnil, L_0 prvotna dolžina materiala, α koeficient linearnega raztezka, ΔT pa je sprememba v temperaturi.

Ta teorija pa je lahko uporabljena tudi na kitari. V tem primeru sta ključna dva dela kitare in sicer strune ter vrat kitare vključno s trupom kitare do tako imenovanega Bridge-a (na sliki 1 je ta del označen z črko A). Temperatura na ta dva dela vpliva na enak način, vendar je efekt, ki ga raztezanje lesa in pa raztezanje strun povzroča, različen.

Z naraščanjem temperature se strune raztezajo, kar zniža silo s katero je struna napeta, to pa posledično zniža tudi frekvenco s katero struna vibrira. Ko temperatura naraste, pa se razteza tudi les. Njegov največji raztezek je opazen vzporedno z letnicami. Raztezek lesa strune napne in s tem poviša tudi fundamentalne frekvence, s katero določene strune vibrirajo. Ne smemo pa pozabiti, da se z raztezkom lesa poveča tudi dolžina, na kateri se stoječe valovanje formira, kar pa po drugi strani frekvenco zniža. Vse te spremenljivke bodo v eksperimentalnem delu upoštevane, njihov vpliv pa bo hkrati tudi preverjen.



SLIKA 1: AKUSTIČNA KITARA IN NJENI DELI (GONZALLES, 2014)

Eksperiment 1 – Določanje časa, za katerega mora biti kitara izpostavljena temperaturni spremembi

V prvem eksperimentu bom določil čas, ki je potreben da se fundamentalne frekvence na kitari po temperaturni spremembi ustalijo. Ta eksperiment ima predvsem dva namena:

1. Izvedel bom, koliko časa moram kitaro pustiti izpostavljeno temperaturni spremembi v drugem eksperimentu.
2. Ta eksperiment mi bo pokazal koliko časa kitara potrebuje v našem vsakdanjiku, da se aklimatizira v novih pogojih.

Pripomočki

- Akustična kitara
- Vernierov merilnik temperature
- Mobilni telefon z nameščeno aplikacijo PitchLab, s katero bom meril fundamentalne frekvence strun (PitchLab Smartphone Apps, 2015)
- Savna (služila bo kot okolje, v katerem bo kitara izpostavljena temperaturnim spremembam)
- Prenosni računalnik z nameščenim programom Logger Pro 3 (Vernier, 2015)
- Ventilator
- Štoparica

Definiranje spremenljivk

Neodvisna spremenljivka bo v tem primeru čas, za katerega bo kitara postavljena v savno.

Odvisna spremenljivka bo fundamentalna frekvenca G strune. Razlog za merjenje le fundamentalne frekvence strune G je opisan pod sekcijo 'Metoda zbiranja podatkov' na strani 7.

Kontrolirane spremenljivke:

- Temperatura, kateri bo kitara izpostavljena, mora biti konstantna (40°C in 20°C), vendar se moramo zavedati, da je takšne pogoje zelo težko vzdrževati.
- Merilnik temperature in kitara bosta v savni postavljena na isto višino, saj je zrak v savni različno vroč na različnih višinah, zaradi razlike v gostoti med vročim in hladnim zrakom.
- Vlažnost mora ostati konstantna, saj je ta poleg temperature eden večjih faktorjev, ki vpliva na spremembo frekvence. To bo zagotovljeno s tem, da se bo eksperiment naredil naenkrat. Kakršnekoli tekočine morajo biti odstranjene iz savne in pa tudi iz sobe poleg nje, saj te spreminjajo vlažnost zraka.
- Ventilator bo mešal vroč zrak produciran z grelnikom. S tem se bo le-ta hitreje in bolj enakomerno porazdelil po prostoru. To bo hkrati omogočilo lažje kontroliranje temperature, saj bodo spremembe hitrejše.
- Če se kitara čez noč v sobi poleg savne razglasi, se ne bo pred eksperimentom uglasovala še enkrat, saj bi to lahko vplivalo na same rezultate.

Metoda zbiranja podatkov

Najprej se bo kitara postavila v sobo poleg savne, ki je na sobni temperaturi (idealno okoli 20°C). Tam bo tudi ušla. Ker še ni znano, koliko časa kitara potrebuje, da se na novo okolje privadi, bo ta pridržana v sobi čez noč (soba poleg savne bo čez noč ogrevana na sobno temperaturo 20-ih stopinj Celzija)

Naslednji dan se bo izvedel eksperiment. Merilnik temperature se mora povezati s prenosnikom, ki ima nameščeno programsko opremo Logger Pro 3, nato pa bo postavljen v savno. Na tej točki, bo treba savno segreti na 40°C. Ker je točno določeno temperaturo zelo težko doseči in jo vzdrževati, ni nujno, da je savna segreta na točno 40°C, vendar je treba zabeležiti točno vrednost skupaj z najvišjo in najnižjo temperaturo, ki se je pojavila med eksperimentom.

Frekvenca strune G bo nato s pomočjo PitchLab aplikacije zabeležena pri sobni temperaturi, preden se bo kitara postavila v savno. V trenutku, ko se bo kitara premestila v savno, bom pričel meriti čas. Fundamentalna frekvenca strune G bo zabeležena v različnih neenakomernih časovnih intervalih, ki so opisani v prilogi II, dokler se frekvenca ne ustali. Ventilator mora biti operativen skozi cel eksperiment.

Potem, ko se frekvenca G strune ustali, bo kitara ponovno premeščena v prostor poleg savne. Frekvenca bo v časovnih intervalih merjena na enak način kot v prvem delu eksperimenta.

Postavitev eksperimenta prikazujeta slika 2 ter figura 2.

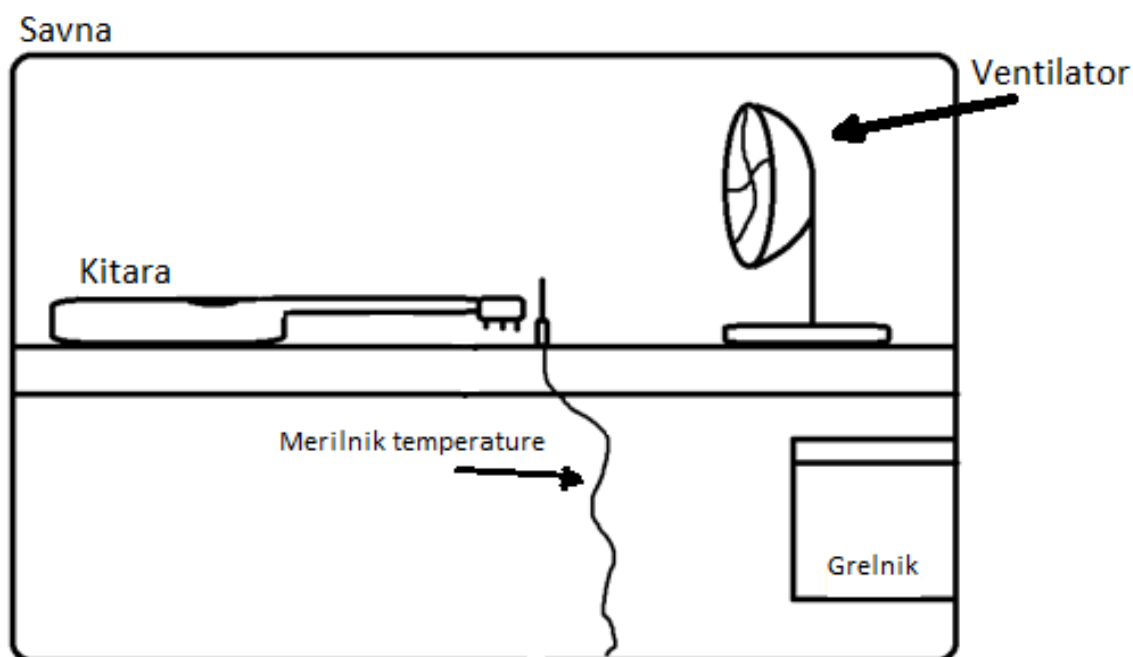


FIGURA 2: POSTAVITEV PRVEGA IN TUDI DRUGEGA EKSPERIMENTA;



SLIKA 2: POSTAVITEV PRVEGA IN DRUGEGA EKSPERIMENTA;

Formiranje Hipoteze

Ker ima jeklo večji linearni raztezek ($17.3 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$ (Anon., 2015)) kakor les ($3 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$ (Anon., 2015)), predvidevam, da se bodo jeklene strune raztezale in krčile bolj kakor les. Ne smemo pa pozabiti, da se hitrosti raztezanja lesa in jekla v našem primeru zagotovo razlikujeta. Razlog za to tiči v različni debelosti materialov (lesen del kitare je debelejši zato se bo raztezal veliko počasneje kakor pa jeklene strune). Iz tega lahko sklepamo, da frekvenca ne bo naraščala in upadala linearno, ampak kakor kaže figura 3.

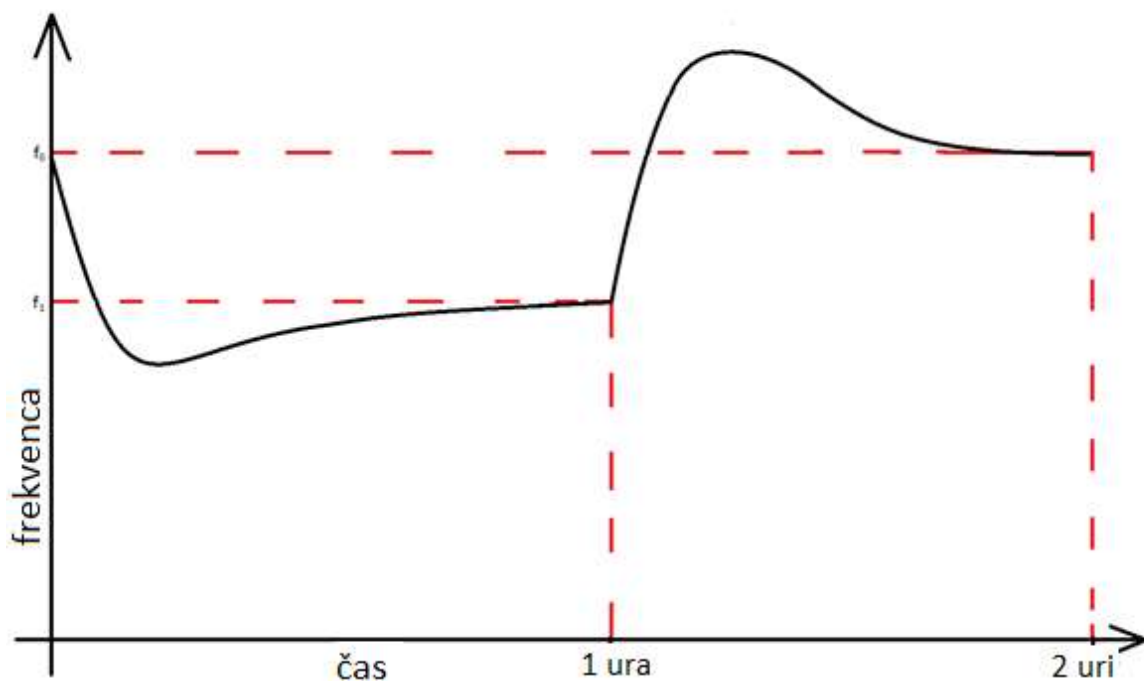
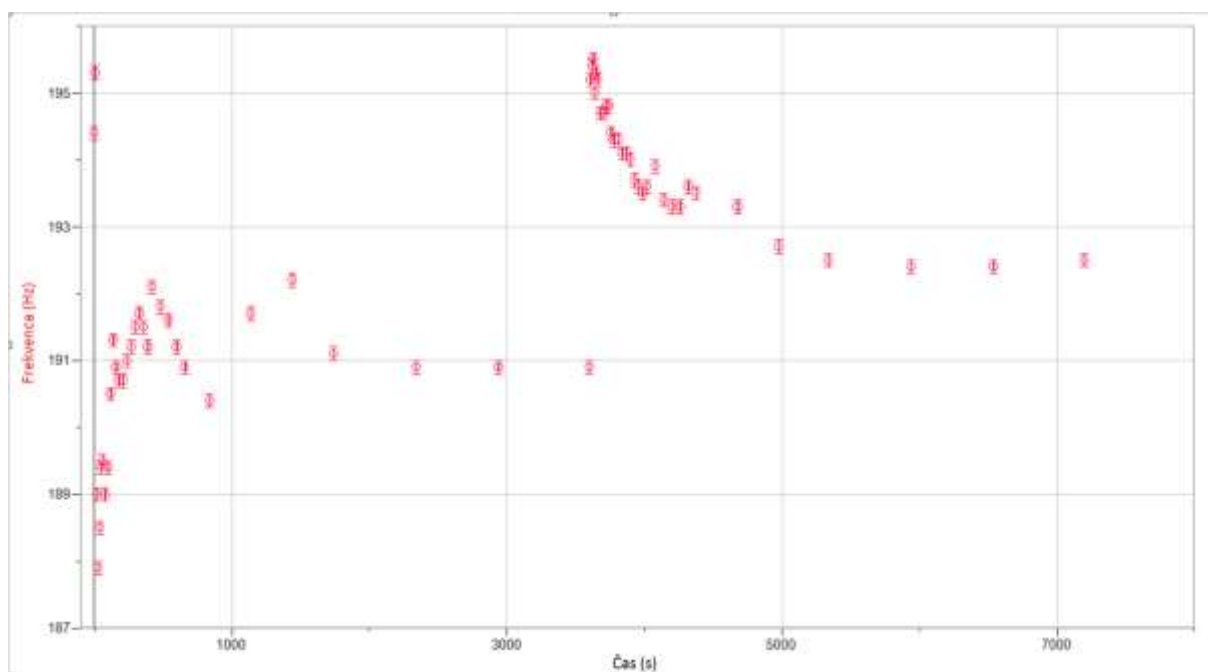


FIGURA 3: GRAF FREKVENCE V ODVISNOSTI OD ČASA, KI NAJ BI GA ,PO MOJI HIPOTEZI SODEČ, DOBIL.

V prvi uri, ko bo kitara postavljena v savno, se bodo strune raztezale veliko hitreje kakor les in posledično dosegle končni raztezek pred lesom. To bo sprva povzročilo velik vpad frekvence, saj se bo napetost strune drastično zmanjšala. Ker se bo les nato še vedno raztezal tudi po tem, ko so se strune raztegnile že do konca, bo frekvenca počasi začela naraščati, saj se bo sila s katero so strune napete počasi večala. Po prvi uri (ali če to ne bo dovolj, ko se bo frekvenca označena z f_1 na figuri 3 ustalila,) bo kitara postavljena nazaj v sobo poleg savne, ki je še vedno na sobni temperaturi. Takrat pa se bodo materiali začeli krčiti. Strune se bodo ponovno raztegnile pred lesom, kar bo frekvenco v prvih minutah drugega dela eksperimenta najprej močno dvignilo, nato pa bo zaradi krčenja lesa ponovno začela upadati. V idealnih pogojih bi morala ustaljena frekvenca biti enaka frekvenci na začetku prvega eksperimenta (ta frekvenca je na figuri 3 označena z f_0).

Prezentacija in interpretacija dobljenih rezultatov

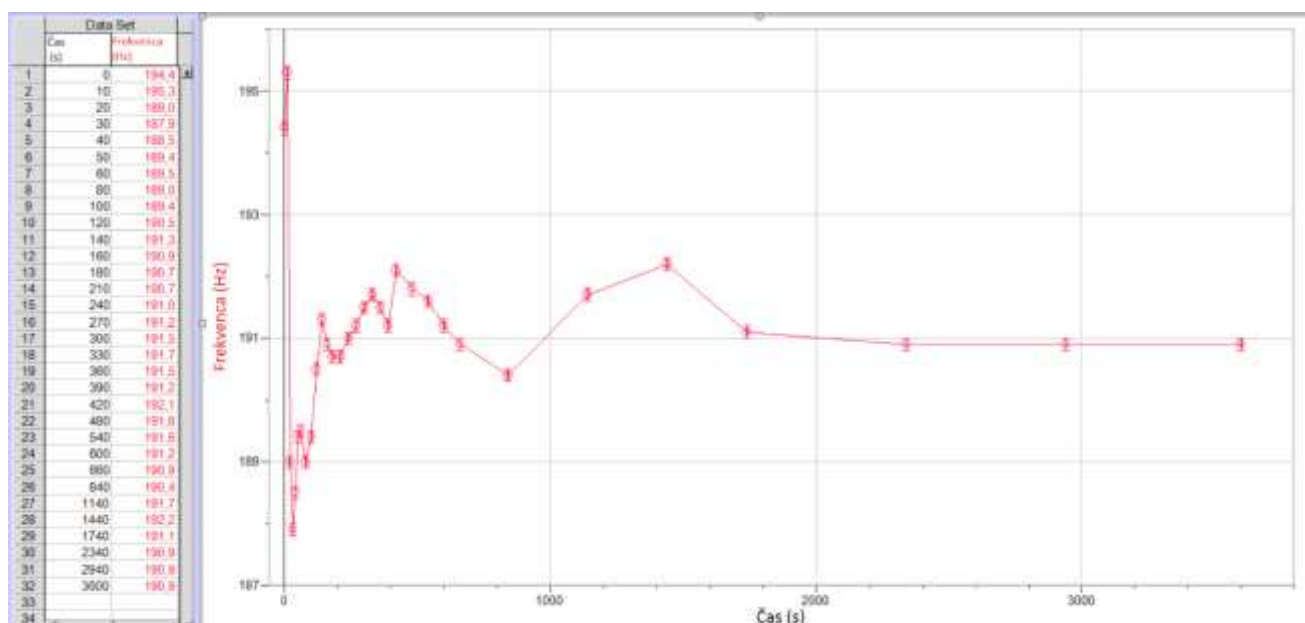
Dobljeni podatki in njihove napake so omenjeni v Prilogi I in se zaradi preglednosti naloge tu drugače kot v obliki grafa ne prikazujejo. S pomočjo programa Logger Pro 3 sem izdelal naslednji graf frekvence v odvisnosti od časa:



GRAF 1: FREKVENCE V ODVISNOSTI OD ČASA; ABSOLUTNE NAPAKE PODATKOV SO RAZLOČENI V PRILOGI I

Zaradi lažje interpretacije podatkov je graf 1 razdeljen na dva različna grafa. Graf 2 prikazuje prvi del eksperimenta, ko je bila kitara postavljena v (temperature $43^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$), graf 3 pa prikazuje drugi del eksperimenta, ko je bila kitara premeščena nazaj v sobo poleg savne (Temperatura $20,0^{\circ}\text{C} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$).

Točke na grafih 2 in 3 so povezane zaradi lažje predstave (zaporedje zabeleženih frekvenc je tako bolj razvidno):



GRAF 2: GRAF FREKVENCE V ODVISNOSTI OD ČASA, KI PRIKAŽUJE PRVI DEL PRVEGA EKSPERIMENTA

Trend, ki sem ga v moji hipotezi izpostavil je na grafu 2 razviden, vendar pa hkrati graf 2 vsebuje tudi odstopanja, saj lahko vidimo, da točke na grafu ne bi formirale gladke funkcije. Razloga za to sta predvsem dva:

- Prvi razlog je nestabilna temperatura, ki je odgovorna za dva večja zoba narejena iz točk. Kakor lahko vidimo, je absolutna napaka temperature v tem delu eksperimenta precej visoka ($\pm 2^{\circ}\text{C}$), saj sem temperaturo zelo težko vzdrževal konstantno med tem, ko sem hkrati beležil še frekvence G strune. Predvidevam, da so bile pri najvišji temperaturi ($44,5^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$) zabeležene nižje frekvence kakor bi bile pri 42°C . Pri najnižji temperaturi ($40,4^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$) pa so bile zabeležene višje frekvence, kot pa bi bile pri 42°C . Na grafu 2 je med drugim tudi razvidno v katerih časovnih intervalih so bile temperature nižje od 42°C in v katerih delih višje od 42°C . Na primer v intervalih 200 s – 400 s in 1200 s – 1800 s je bila temperatura nižja kakor 42°C .
- Drugi razlog je preskakovanje strune čez sedlo, ki je povzročilo manjše nazobčane predele. Kot je do sedaj že znano, so se strune raztezale mnogo hitreje kot les. Sila lepenja med sedlom in pa strunami preprečuje struni, da bi se te premikale preko sedla. Vendar les s svojim raztezanjem nato struno počasi ponovno napenja, kar poveča napetost na dveh predelih: med uglasovalnimi vijaki in pa sedlom ter med sedlom in pa bridge-om. Sodeč po grafu 2 je napetost strune med sedlom in bridge-om v nekem danem trenutku večja kakor pa seštevek sile lepenja in pa sile s katero je napeta struna med sedlom in pa uglasovalnimi vijaki, kar povzroči, da struna preskoči in napetost v struni ponovno malo popusti. To se na grafu 2 odraža kot majhni preskoki z višje na nižjo frekvenco (čeprav bi frekvenca v bistvu morala naraščati).

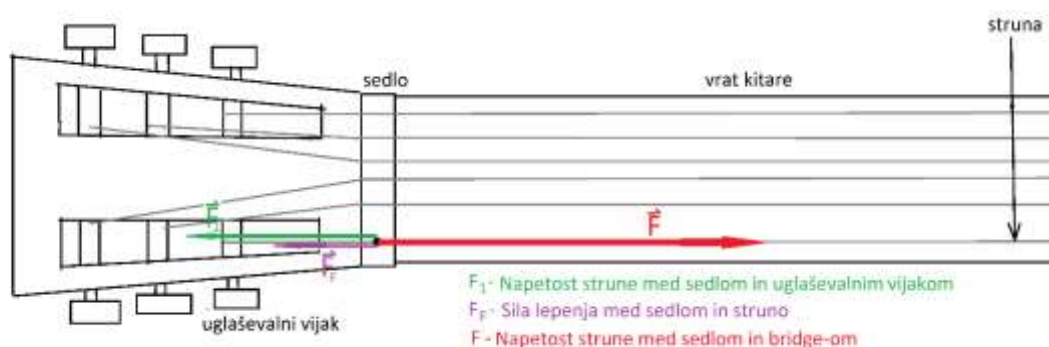
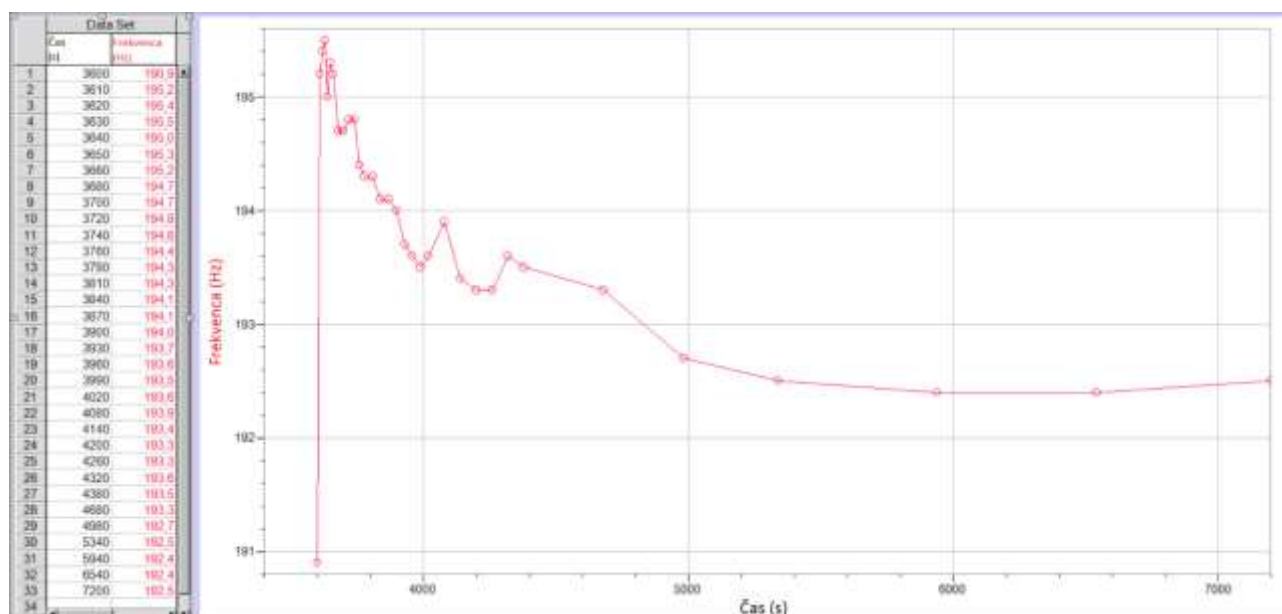


FIGURA 4: PREZENTACIJA SIL, KI DELUJEJO NA STRUNO



GRAF 3: GRAF FREKVENCE V ODVISNOSTI OD ČASA, KI PRIKAŽUJE DRUGI DEL PRVEGA EKSPERIMENTA

V drugem delu eksperimenta je trend v primerjavi s prvim delom veliko bolj razviden. Struna se je v primerjavi z lesom krčila hitreje, kar je sprva drastično povišalo frekvenco (razvidno v časovnem intervalu od točke (3600; 190,0) do točke (3630; 195,5)). Krčenje lesa, ki takrat še ni bilo zaključeno, pa je napetost strune zmanjševalo, kar je povzročilo zniževanje frekvence.

Ker temperatura ni variirala tako močno kakor v prvem delu eksperimenta, je graf 3 brez večjih zobčkov, a manjši so še vedno prisotni. Ti so ponovno rezultat sile lepenja in pa razlik v napetosti strun na obeh straneh sedla.

Iz prvega eksperimenta sem izvedel dve pomembni zadevi:

- Začetna fundamentalna frekvenca G strune na začetku eksperimenta se ni ujemala s tisto na koncu eksperimenta (začetna frekvenca je bila $194,4 \text{ Hz} \pm 0,1 \text{ Hz}$ med tem, ko je bila frekvenca izmerjena na koncu $192,5 \text{ Hz} \pm 0,1 \text{ Hz}$). To dejstvo je zelo pomembno, saj mi bo pomagalo razložiti možne nepričakovane rezultate v drugem eksperimentu.
- S tem eksperimentom sem dokazal, da je ena ura dovolj, da se kitara prilagodi novi temperaturi, saj se frekvenca strune zadnje pol ure obeh delov prvega eksperimenta ni spreminjala (ali pa se je zelo malo).

Drugi eksperiment – Izpostavljanje kitare različnim temperaturnim spremembam

V drugem eksperimentu bo kitara izpostavljena različnim temperaturnim spremembam. Namen tega eksperimenta je izvedeti, kako se fundamentalna frekvenca strun dejansko spreminja z spremembo v temperaturi.

Pripomočki

Pripomočki tega eksperimenta so isti kakor v prvem in zaradi tega ne bodo ponovno naštet (zapisani so na strani 6).

Definiranje spremenljivk

Neodvisna spremenljivka v drugem eksperimentu je temperatura, kateri bo kitara izpostavljena s sobne temperature. Narejenih bo pet poskusov, v katerih bo ta temperatura različna:

<u>Poskus</u>	<u>Temperatura, kateri bo kitara iz sobne temperature izpostavljena</u>
1	20 °C
2	30 °C
3	40 °C
4	50 °C
5	60 °C

TABELA 1: PRIKAZ TEMPERATUR, V KATERE BO KITARA V VSAKEM POSKUSU IZPOSTAVLJENA

Opomba: Ker bodo zapisane temperature zelo težko točno dobljene, bom kitaro izpostavil temperaturam, ki so blizu zapisanih in zabeležil njihovo vrednost.

Odvisna spremenljivka v drugem delu eksperimenta bo fundamentalna frekvenca vseh strun (torej strun E, A, D, G, B, E) na kitari ob določeni temperaturi.

Kontrolirane spremenljivke:

- Kitara v vsaki temperaturni spremembi izpostavljena eno uro.
- Iz prvega eksperimenta smo izvedeli, da frekvenca na začetku ni enaka frekvenci na koncu eksperimenta. Prav zaradi tega se kitara ne bo prestavljala ven iz savne med posameznimi poskusi
- Merilnik temperature in kitara bosta v savni postavljena na isto višino, saj je zrak v savni različno vroč na različnih višinah, zaradi razlike v gostoti med vročim in hladnim zrakom.
- Vlažnost mora ostati konstantna, saj je ta poleg temperature eden večjih faktorjev, ki vpliva na spremembo frekvenca. To bo zagotovljeno s tem, da se bo eksperiment naredil naenkrat. Kakršnekoli tekočine morajo biti odstranjene iz savne in pa tudi iz sobe poleg nje, saj te spreminjajo vlažnost zraka.
- Ventilator bo mešal vroč zrak produciran z grelnikom. S tem se bo le-ta hitreje in bolj enakomerno porazdelil po prostoru. To bo hkrati omogočilo lažje kontroliranje temperature, saj bodo spremembe hitrejše.

- Če se kitara čez noč v sobi poleg savne razglasi, se bo eno uro pred eksperimentom uglaševala še enkrat, saj bi to lahko vplivalo na same rezultate (iz prvega eksperimenta smo izvedeli da je ena ura dovolj).

Metoda zbiranja podatkov

Kitara bo najprej postavljena v sobo poleg savne. Po eni uri (Sedaj že vemo, da je ena ura dovolj.) bodo fundamentalne frekvence vseh šestih strun izmerjene z mobilno aplikacijo PitchLab, hkrati pa bo z merilnikom temperature izmerjena še temperatura, v kateri so bile te frekvence izmerjene (v prvem poskusu naj bi ta temperatura bila okoli 20°C).

Merilnik temperature in pa kitara bosta nato postavljena v savno, ki se bo segrela najprej na okoli 30°C. Ko bo temperatura dosegla željeno vrednost (v tem primeru okoli 30°C), se bo s štoparico pričel meriti čas. Po eni uri bodo pri tej temperaturi z aplikacijo PitchLab ponovno izmerjene fundamentalne frekvence.

Z isto metodo bodo dobljene fundamentalne frekvence pri drugih poskusih kjer bo temperatura, kateri bo kitara izpostavljena, merila okoli 40°C, 50°C in še 60°C. Kot je bilo že povedano, bo kitara ostala v savni med posameznimi poskusi in med njimi ne bo prestavljena v sobo poleg savne.

Formiranje Hipoteze

Teoriji o raztezanju in krčenju materialov ter o formiranju fundamentalnih frekvenc na kitari sta bili v tej nalogi že razloženi, sedaj pa bosta uporabljeni na tem specifičnem primeru, kjer bom skušal ugotoviti, kako so fundamentalne frekvence strun na kitari odvisne od spremembe temperature?

Celotna izpeljava naslednje enačbe je zaradi preglednosti naloge opisana in razložena v prilogi IV. Dobljena je bila naslednja zveza:

$$f = -f_0 \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha}{F_0} \times \Delta T + f_0$$

Dobljena zveza je v bistvu linearna enačba v obliki $y = kx + n$ pri čemer je:

- Nova frekvenca f enaka y ,
- $f_0 \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha}{F_0}$ enako k (koeficientu premice),
- Začetni fundamentalni frekvenci f_0 enaka n ,
- Sprememba temperature ΔT enaka x .

Med izpeljavo je bilo predpostavljeno, da se dolžina L , na kateri struna vibrira, ne spreminja s spremembo temperature, saj je sprememba v dolžini ΔL v primerjavi z dolžino L izredno majhna in je lahko zato zanemarljiva.²

² Dokaz za to je zapisan v prilogi IV

Glede na izpeljavo bi v drugem eksperimentu fundamentalna frekvenca morala biti linearno odvisna od spremembe temperature. Figura 5 to odvisnost prikazuje:

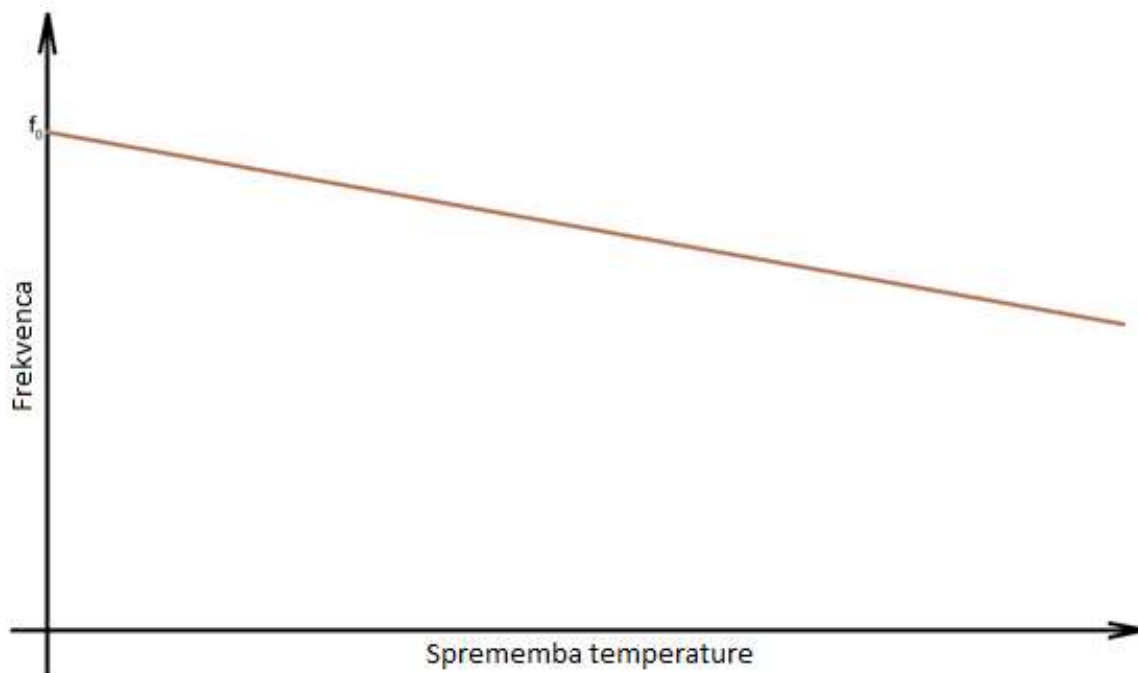
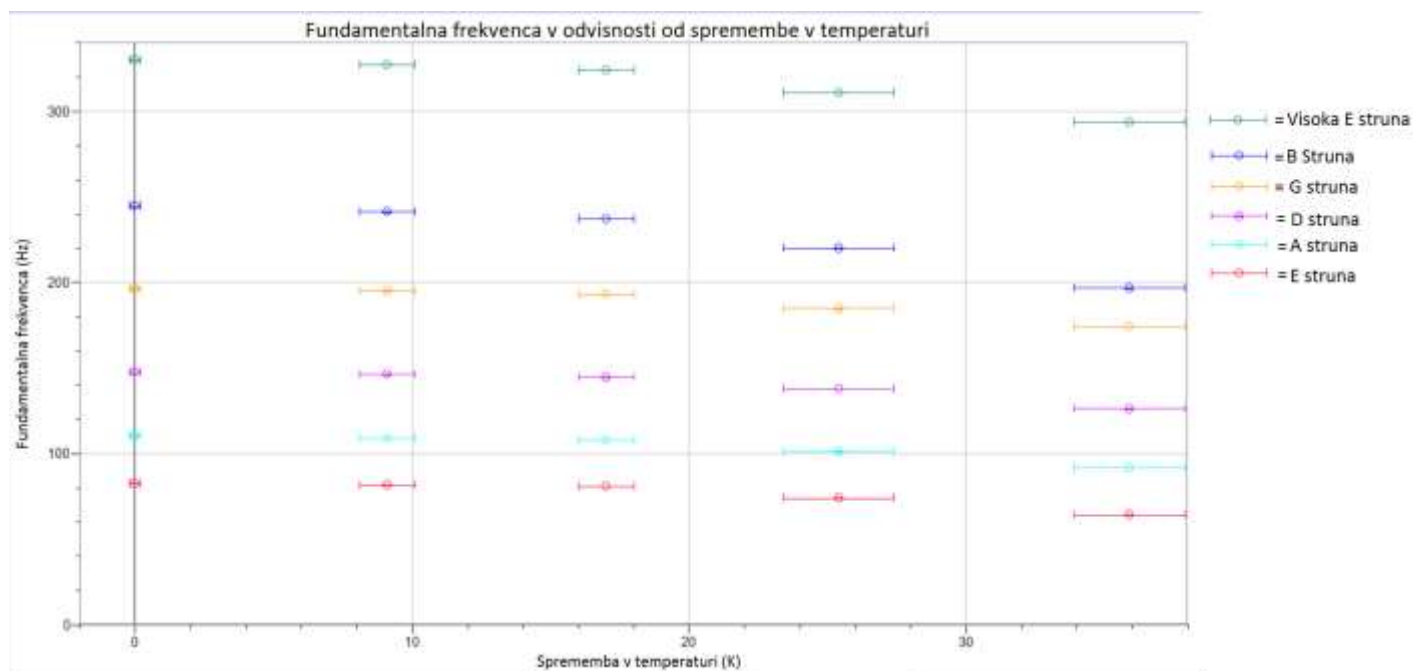


FIGURA 5: PREZENTACIJA ODVISNOSTI NOVE FUNDAMENTALNE FREKVENCE OD SPREMEMBE V TEMPERATURI;
OPOMBA – GRAF NI NARISAN V PRAVEM MERILU

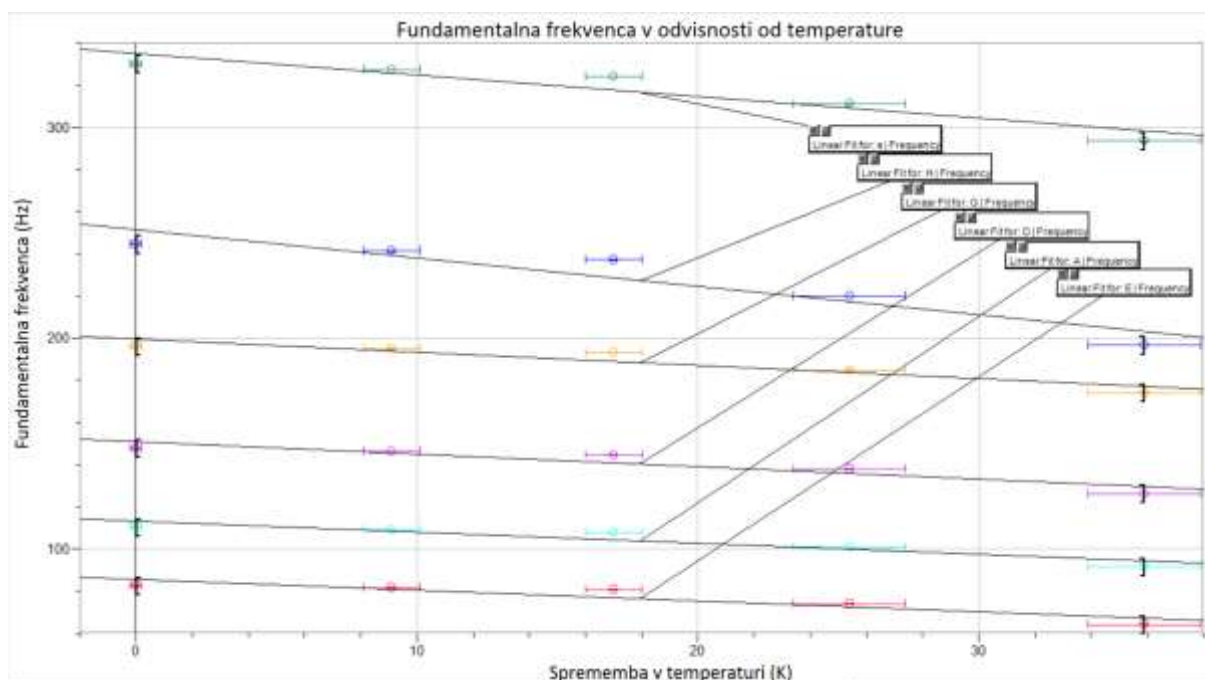
Prezentacija in interpretacija rezultatov

Podatki izmerjeni med drugim eksperimentom so zaradi preglednosti naloge zabeleženi v prilogi III. Ti podatki so bili nato uporabljeni za formiranje grafa fundamentalne frekvence v odvisnosti od spremembe v temperaturi. Graf je bil narejen s programom Logger Pro 3:



GRAF 4: FUNDAMENTALNA FREKVENCA V ODVISNOSTI OD SPREMEMBE V TEMPERATURU ZA VSEH 6 STRUN; ABSOLUTNE NAPAKE PRIKAZANE NA GRAFU 4 SO RAZLOŽENE V PRILOGI III

Graf 4 prikazuje, da frekvenca na posameznih strunah z naraščanjem temperature vpada. Trend, s katerim frekvence posameznih strun vpadajo, je prav tako podoben. Na tej točki je potrebno z uporabo 'linear fit' funkcije v Logger Pro 3 programu skozi dobljene točke potegniti premico, ki najbolje opiše vpad frekvence na enoto temperature. Gradienti, ki smo jih dobili in pa njihove absolutne napake so nato primerjane z gradienti, ki so izračunani iz teorije. Metoda, s katero dobimo oboje, je opisana v prilogi V:



GRAF 5: GRAF 4 (FUNDAMENTALNA FREKVENCA V ODVISNOSTI OD SPREMEMBE V TEMPERATURI) Z POTEGNJENIMI PREMNICAMI, KI NAJBOLJE OPIŠEJO VPAD FREKVENCE NA ENOTO TEMPERATURE

Struna	Teoretični gradient $\left[\frac{\text{Hz}}{\text{K}}\right]$	Eksperimentalno dolčen gradient $\left[\frac{\text{Hz}}{\text{K}}\right]$
E	-1,8576	$-0,5 \pm 0,2$
A	-1,5114	$-0,5 \pm 0,1$
D	-1,0591	$-0,6 \pm 0,1$
G	-0,3513	$-0,6 \pm 0,2$
B	-0,2524	$-1,3 \pm 0,3$
Visoka E	-0,2129	$-1,0 \pm 0,2$

TABELA 2: TEORETIČNI IN EKSPERIMENTALNO DOLOČENI GRADIENTI

Tabela 2 prikazuje veliko odstopanje med eksperimentalnimi in teoretičnimi gradienti. Rezultati bodo zato razloženi v diskusiji z namenom, da se doseže logičen zaključek.

Diskusija faktorjev, ki so vplivali na vseh 6 strun

Eden večjih faktorjev, ki so razlog za takšno odstopanje, je zagotovo dejstvo, da se strune raztegujejo ne samo v delu kjer vibrirajo, ampak tudi med sedlom in pa ugleševalnimi vijaki³. Posledica tega in pa raztezanja lesa je bila že razložena v prvem delu te raziskovalne naloge in se odlično vidi na grafu 1 v prvem eksperimentu. Eksperimentalno določen gradient je zaradi tega absolutno gledano večji kot pa bi moral biti v skladu s teorijo. A stopnja, za katero ta faktor vpliva na vpad frekvence, ni za vse strune enaka, saj je je efekt, ki ga pusti, odvisen od dolžine strune za sedlom kitare, kar vključuje dvoje: dolžino strune med sedlom in ugleševalnimi vijaki ter količino navite strune na ugleševalnih vijakih. Skratka več kot je strune za sedlom, bolj je dobljen eksperimentalni gradient strune odvisen od tega faktorja, ki povzroči strmejši gradient.

V teoriji je bilo predpostavljeno, da se les razteza samo v delu, kjer struna vibrira (se pravi med bridge-om in pa sedlom)⁴. Ta del vključuje 2 različna dela kitare: vrat in pa del preostalega kitarskega trupa⁵. Vsa teorija temelji na dejstvu, da se vrat kitare razteza v smeri letnic le vzporedno z strunami, kar pa ni popolnoma resnično. V realnosti se vrat zagotovo razteza vsaj še tangencialno, kar še dodatno poveča silo, s katero les s svojim raztežkom napne strune. To povzroči, da ima raztezek lesa v bistvu večji efekt na dobljeno frekvenco, kot pa sem razložil v teoretičnem delu. Ta faktor vpliva na dobljene frekvence ravno obratno kot pa prvi, ki sem ga omenil, saj znižuje vpad frekvence na enoto temperature, kar bi v končni fazi moralo povzročiti, da bi bili gradient absolutno gledano manjši kot pa teoretično izračunani. A kitarski vrat predstavlja le približno dve tretjini dolžine, na kateri strune vibrirajo. Tu je še preostali del kitarskega trupa, ki se razteza drugače od vrata, saj je konstrukcija le-tega povsem drugačna. Zagotovo se tudi ta razteza v smer vzporedno s strunami, a stopnja za katero se razteza v to smer je drugačna, kakor pri vratu.

Dejstvo je, da je na kitaro vpetih 6 strun naenkrat. Ko se je temperatura zvišala, bi strune lahko s svojimi raztezki in silami s katerimi so napete vplivale druga na drugo, kar bi lahko spremenilo njihovo napetost. Posledica tega bi bili drugačni eksperimentalno določeni gradienti. Predvidevam, da so bile strune na katerih je bila zabeležena višja fundamentalna frekvenca bolj prizadete od strun na katerih so bile zabeležene nižje fundamentalne frekvence, saj je bila sodeč po proizvajalcu strun napetost v strunah z nižjimi fundamentalnimi frekvencami večja. (D'Addario & Company, 2007)

Ne smemo pa pozabiti tudi na predpostavko, ki je bila narejena med izpeljavo teoretičnega grafa in pa posledično teoretičnega gradienta. Predpostavljeno je bilo, da se dolžina na kateri struna vibrira, ne spreminja, ker je sprememba v dolžini pri temperaturni spremembi 40ih stopinj Celzija zelo majhna v primerjavi z dolžino, na kateri struna vibrira. A ker se vrat kitare razteza tudi tangencialno, je ta raztezek gotovo večji od zabeleženega. Ta faktor je povzročil, da je vpad frekvence na enoto temperature večji, kot pa predlaga teorija, saj je podaljševanje dolžine na kateri struna vibrira, nižja frekvenco.

³ Glej sliko 1 (stran 5)

⁴ Glej sliko 1 (stran 5)

⁵ Na sliki 1 je ta del označen z A

Dodatna diskusija faktorjev, ki so vplivali na strune E, A in D

Vsi efekti, ki so vplivali na strune G, B in pa visoko E so bili že razloženi, medtem ko je na ostale tri strune (E, A in D) vplival še najmanj en faktor. Vpad frekvence glede na povišanje temperature je nižji, kot pa predlaga teorija. Glavni razlog za to je struktura teh strun, ki ni homogena, saj so strune E, A in D narejene iz jekla okoli katerih je navita še medenina. To je glavni faktor, ki je vplival na gradiente teh strun, saj je teorija izpeljana na dejstvu, da so strune homogene, kar pomeni, da je Youngov modul povsod vzeta za jeklo. Vrednost Youngovega modula za medenino je nekje med $102 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$ in $125 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$ (Anon., 2015), medtem ko je vrednost Youngovega modula za jeklo enak $180 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$ (Anon., 2015). Če bi se Youngov modul upošteval, bi bil teoretičen gradient absolutno gledano nižji. Ne smemo pa pozabiti na dejstvo, da je medenina navita okoli jeklene strune, kar pomeni, da sila s katero je struna napeta, deluje pravokotno na navito medenino. Stopnje za katero ta faktor vpliva na eksperimentalno dobljene rezultate zaradi tega ne morem določiti.

Zaključek

Kljub temu, da se eksperimentalni rezultati razlikujejo od teorije, so lahko še vedno zelo uporabni. Kakor ti kažejo, lahko za akustično kitaro pričakujemo naslednje vpade frekvenc, ko se temperatura viša:

- $-0,5 \pm 0,2 \frac{Hz}{K}$ za E struno,
- $-0,5 \pm 0,1 \frac{Hz}{K}$ za A struno,
- $-0,6 \pm 0,1 \frac{Hz}{K}$ za D struno
- $-0,6 \pm 0,2 \frac{Hz}{K}$ za G struno
- $-1,3 \pm 0,3 \frac{Hz}{K}$ za B struno
- $-1,0 \pm 0,2 \frac{Hz}{K}$ Za visoko E struno

Da odgovorim na vprašanje, ki sem si ga zadal na začetku raziskovalne naloge, bom podal povprečno vrednost, za katero so se fundamentalne frekvence na strunah spremenile na enoto temperature. Torej, ko se temperatura zviša za en Kelvin lahko v povprečju pričakujemo razglasitev kitarskih strun (vpad frekvence) za $0,8 Hz \pm 0,4 Hz^6$. Ta podatek je lahko zelo uporaben za vse kitariste, ki vsakodnevno igrajo na različnih lokacijah in jih zanima, kaj lahko pričakujejo ob spremembah temperature.

Kot pri vseh raziskovalnih nalogah so tudi v tej področja, ki bi bila vredna dodatne raziskave z namenom, da se zmanjša število limitacij in s tem izboljša rezultate dobljene v tej raziskovalni nalogi. Prav tako pa bi bil lahko eksperimentalni del izboljšan tudi brez dodatnih raziskav. Tu je naštetih nekaj najpomembnejših:

- Vredno bi bilo raziskati, na kakšen način se vrat in preostal del trupa kitare dejansko raztezata. To bi rezultate definitivno izboljšalo, saj bi se število aproksimacij uporabljenih v tej nalogi močno zmanjšalo

⁶ Absolutna napaka je izračunana po naslednji formuli:

$$\pm \left| \frac{\text{maksimalen gradient vseh strun} - \text{minimalen gradient vseh strun}}{2} \right|$$

- Sedlo kitare bi bilo lahko zamenjano z sedlom, ki vsebuje vijake, saj ti lahko fiksirajo pozicijo strun na kitari in preprečujejo, da bi strune zdrsnile preko sedla. To bi zagotovilo, da bi napetost v struni vpadala le zaradi razteza lesa in pa strune med sedlom in pa bridge-om. A ne smemo pozabiti, da bi s tem le dobili rezultate, ki so bližji teoriji, naloga pa bi s tem izgubila dejanski pomen, saj večina kitar takšnih sedel (razen nekaterih električnih) nima.
- Začetna temperatura kateri bi bila kitara izpostavljena, bi morala biti manjša. Najbolje bi bilo, da bi začel z -10°C in končal s 40°C , saj bi tovrstni rezultati imeli večjo moč aplikacije na realen svet. Na žalost to v mojem primeru ni bilo mogoče.
- V prvem eksperimentu bi moral beležiti frekvence vseh strun, saj obstaja možnost, da se nekatere strune niso še povsem prilagodile spremembi temperature v eni uri.
- Vlažnost je zagotovo ena od faktorjev, ki so zagotovo vplivali na eksperiment. Z raziskavo, kako vlažnost vpliva na raztezek lesa, bi zagotovo izboljšal svoje rezultate.

Obstajajo pa tudi še področja, ki bi si zaslužila še dodatno raziskavo:

- Vpliv spremembe temperature na najlonske strune bi bil vreden raziskave, saj ima najlon kot material čisto drugačne lastnosti kot pa jeklo.
- Efekt vlažnosti na fundamentalne frekvence strun bi bile lahko raziskane, saj je vlažnost poleg temperature eden največjih vzrokov za razglasitev strun.

Bibliografija

Anon., 2015. *The Engineering ToolBox*. [Elektronski]
Available at: http://www.engineeringtoolbox.com/linear-expansion-coefficients-d_95.html
[Poskus dostopa 25 February 2015].

Anon., 2015. *The Engineering ToolBox*. [Elektronski]
Available at: http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html
[Poskus dostopa 25 February 2015].

D'Addario & Company, I., 2007. *EZ890, Super Light, .009 - .045*. s.l.:s.n.

Giancoli, D. C., 2005. *PHYSICS Principles with Applications Sixth edition*. sixth ured. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.

Gonzalles, A., 2014. *Music Guitar Girl*. [Elektronski]
Available at: <https://musicguitargirl.wordpress.com/tag/acoustic-guitar-parts/>
[Poskus dostopa 11 marec 2015].

Nave, C. R., 2000. *Hyperphysics*. [Elektronski]
Available at: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/waves/string.html>
[Poskus dostopa 24 February 2015].

PitchLab Smartphone Apps, 2015. *PitchLab; 1.0.21; [mobilna aplikacija]*. s.l.:s.n.

Vernier, 2015. *Logger Pro 3; (3.9); [programska oprema]*. s.l.:s.n.

Priloge

Priloga I

Zabeleženi podatki:

Z merilnikom temperature, sta bili zabeleženi temperature prvega eksperimenta:

$$T_{\text{savna}} = 43^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\text{soba}} = 20,0^{\circ}\text{C} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$$

Absolutna napaka merilnika temperature je bila $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$, a absolutni napaki zabeleženih temperatur sta višji zaradi temperaturnih sprememb med eksperimentom. Metoda za določanje absolutne napake je razložena samo za T_{savna} , saj je ta T_{soba} metoda računanja enaka:

Minimalna in maksimalna temperature v savni med eksperimentom sta bili zabeleženi:

$$T_{\text{max}} = 44,5^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\text{min}} = 40,4^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$$

S pomočjo naslednje formule je izračunana absolutna napaka:

$$\text{absolutna napaka} = \pm \left| \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{2} \right| = \pm \left| \frac{44,5^{\circ}\text{C} - 40,4^{\circ}\text{C}}{2} \right| = \pm 2,05^{\circ}\text{C} = \pm 2^{\circ}\text{C}$$

Na koncu vsakega intervala je bila s pomočjo PitchLab aplikacije zabeležena fundamentalna frekvenca strune. Narejeni sta bili dve posamezni tabeli: Prva prikazuje čas merjenja od 0 s do 3600 s in druga prikazuje čas merjenja od 3600 s do 7200 s. Ti dve tabeli sta razdeljeni glede na temperaturo, v katero je bila kitara izpostavljena (z sobne temperature v $43^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ v tabeli 3 in iz te temperature v $20,0^{\circ}\text{C} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$ v tabeli 4):

Čas ob katerem je bila zabeležena frekvenca [± 1 s]	Fundamentalna frekvenca G strune [$\pm 0,1$ Hz]	Čas ob katerem je bila zabeležena frekvenca [± 1 s]	Fundamentalna frekvenca G strune [$\pm 0,1$ Hz]
0 s	194,4 Hz	300 s	191,5 Hz
10 s	195,3 Hz	330 s	191,7 Hz
20 s	189 Hz	360 s	191,5 Hz
30 s	187,9 Hz	390 s	191,2 Hz
40 s	188,5 Hz	420 s	192,1 Hz
50 s	189,4 Hz	480 s	191,8 Hz
60 s	189,5 Hz	540 s	191 Hz
80 s	189,0 Hz	600 s	191,2 Hz
100 s	189,4 Hz	660 s	190,9 Hz
120 s	190,5 Hz	840 s	190,4 Hz
140 s	191,3 Hz	1140 s	191,7 Hz
160 s	190,9 Hz	1440 s	192,2 Hz
180 s	190,7 Hz	1740 s	191,1 Hz
210 s	190,7 Hz	2340 s	190,9 Hz
240 s	191,6 Hz	2940 s	190,9 Hz
270 s	191,2 Hz	3600 s	190,9 Hz

TABELA 3: ZABELEŽENE FREKVENCE V ČASU, KO JE BILA KITARA IZPOSTAVLJENA TEMPERATURI $42^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$

Čas ob katerem je bila zabeležena frekvenca [± 1s]	Fundamentalna frekvenca G strune [± 0,1 Hz]	Čas ob katerem je bila zabeležena frekvenca [± 1s]	Fundamentalna frekvenca G strune [± 0,1 Hz]
3600	190,9	3900	194
3610	195,2	3930	193,7
3620	195,4	3960	193,6
3630	195,5	3990	193,5
3640	195,0	4020	193,6
3650	195,3	4080	193,9
3660	195,2	4140	193,4
3680	194,7	4200	193,3
3700	194,7	4260	193,3
3720	194,8	4320	193,6
3740	194,8	4380	193,5
3760	194,4	4680	193,3
3780	194,3	4980	192,7
3810	194,3	5340	192,5
3840	194,1	5940	192,4
3870	194,1	6540	192,4
		7200	192,5

TABELA 4: ZABELEŽENE FREKVENCE V ČASU, KO JE BILA KITARA IZPOSTAVLJENA TEMPERATURI $20,0^{\circ}\text{C} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$

Absolutne napake tabel 3 in 4:

- Absolutna napaka zabeležene frekvence ustreza absolutni napaki PitchLab aplikacije.
- Absolutna napaka časa ustreza absolutni napaki štoparice.

Razložene absolutne napake grafa 1:

- Absolutna napaka zabeležene frekvence ustreza absolutni napaki PitchLab aplikacije. Ta napaka je vidna kot horizontalna napaka na grafu 1.
- Absolutna napaka časa ustreza absolutni napaki štoparice. Ker je ta v primerjavi s celotnim časom merjenja (2 uri) zelo majhna, na grafu ni vidna.

Priloga II

Fundamentalne frekvence G strune so bile beležene v časovnih intervalih, kot jih opisuje naslednji postopek:

V prvi minuti je frekvenca beležena v deset sekundnih intervalih, nato v dvajset sekundnih intervalih naslednje dve minuti. Naslednje 4 minute je bila frekvenca beležena na 30 sekund, 7 minut za tem pa je bila frekvenca beležena na eno minuto. Sledili so 5 minutni intervali beleženja v naslednjih 15 minutah, po tem pa se je frekvenca beležila le še po deset minutnih intervalih dokler ni čas beleženja dosegel ene ure. Če je bila v zadnjih treh časovnih intervalih zabeležena enaka frekvenca, se lahko prvi eksperiment prestavi korak naprej.

Razlog za takšne dolge intervale proti koncu beleženja je hitrost s katero se frekvenca niža, saj je ta proti koncu veliko počasnejša kako pa na začetku eksperimenta.

Priloga III

Zabeleženi podatki:

Temperatura je bila v vsakem poskusu zabeležena z merilnikom temperature. Naslednje temperature so bile zabeležene v posameznih poskusih:

Poskus	Temperatura pri kateri je bila fundamentalna frekvenca izmerjena -T
1	$21,3^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$
2	$30^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$
3	$38^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$
4	$47^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$
5	$57^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$

TABELA 5: TEMPERATURE PRI KATERIH JE BILA V POSAMEZNEM POSKUSU ZABELEŽENA FREKVENCA

Absolutne napake so izračunane na naslednji način:

1. Temperatura je bila merjena skozi celoten eksperiment.
2. Maksimalna in minimalna vrednost temperature, kateri je bila kitara izpostavljena, je uporabljena in s pomočjo le-te je bila po naslednji enačbi izračunana absolutna napaka:

$$\text{absolutna napaka} = \pm \left| \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \right|$$

3. Primer tovrstnega računanja za 5. poskus:

a. Maksimalna temperatura: $60,2^{\circ}\text{C}$

Minimalna temperatura: $55,4^{\circ}\text{C}$

b.
$$\text{absolutna napaka} = \pm \left| \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \right| = \pm \left| \frac{60,2^{\circ}\text{C} - 55,4^{\circ}\text{C}}{2} \right| = \pm 2,4^{\circ}\text{C} = \pm 2^{\circ}\text{C}$$

Z mobilno aplikacijo PitchLab je bila v vsakem poskusu izmerjena fundamentalna frekvenca vseh 6 strun:

Poskus	Temperatura – T [°C]	Izmerjene fundamentalne frekvence [Hz]					
		E struna	A struna	D struna	G struna	B struna	Visoka E struna
1	21,3 ± 0,1	82,4 ± 0,1	110,0 ± 0,1	147,0 ± 0,1	196,2 ± 0,1	244,6 ± 0,1	330,0 ± 0,1
2	30 ± 1	81,6 ± 0,1	109,2 ± 0,1	146,3 ± 0,1	195,1 ± 0,1	241,3 ± 0,1	327,2 ± 0,1
3	38 ± 1	80,7 ± 0,1	107,8 ± 0,1	144,6 ± 0,1	193,1 ± 0,1	237,2 ± 0,1	324,1 ± 0,1
4	47 ± 2	74,0 ± 0,1	101,2 ± 0,1	137,9 ± 0,1	184,8 ± 0,1	220,0 ± 0,1	311,0 ± 0,1
5	57 ± 2	64,2 ± 0,1	91,6 ± 0,1	126,2 ± 0,1	174,1 ± 0,1	196,7 ± 0,1	293,6 ± 0,1

TABELA 6: PRIKAZ IZMERJENIH FREKVENC NA VSEH STRUNAH V VSAKEM POSKUSU

Absolutne napake temperature so bile že razložene, absolutne napake frekvence pa so enake kakor absolutna napaka PitchLab aplikacije.

Za linearen graf na horizontalni osi potrebujemo spremembo temperature (opomba: tudi graf frekvence v odvisnosti od temperature bi že bil linearen a za lažje kasnejše kalkulacije bo zrisan graf frekvence v odvisnosti od spremembe v temperaturi). Sprememba temperature je izračunana tako, da odštejemo temperaturo prvega poskusa od temperature posameznega poskusa.

Primer tovrstnega računanja za 5. poskus:

$$\Delta T = T_{\text{poskus } 5} - T_{\text{poskus } 1} = (57^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}) - (21,3^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}) = 36^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C} = 36\text{ K} \pm 2\text{ K}$$

Dobljeni so bili naslednji rezultati:

Poskus	Sprememba v temperaturi - ΔT [K]
1	0,0 ± 0,2
2	9 ± 1
3	17 ± 1
4	26 ± 2
5	36 ± 2

TABELA 7: SPREMEMBE V TEMPERATURU, KI SO UPORABLJENE V GRAFIH 4 IN 5.

Absolutne napake spremembe v temperaturi je enaka seštevku absolutnih napak obeh poskusov.

Razložene absolutne napake grafa 4:

- Absolutne napake fundamentalnih frekvenc vseh strun so premajhne da bi bile vidne na grafu 4 (±0,1 Hz).
- Absolutne napake spremembe v temperaturi so enake kot tiste, ki so omenjene v tabeli 7 (tam so tudi razložene).

Priloga IV

Do sedaj vemo, da je $f_0 = \frac{c}{2L}$ in $c = \sqrt{\frac{F}{\rho \times A}}$. Če te dve enačbi združimo dobimo naslednje:

$$f_0 = \frac{\sqrt{\frac{F_0}{\rho \times A}}}{2L}$$

Kjer je F_0 začetna napetost strune (napetost pred drugim eksperimentom), ρ gostota strune, A ploščina prečnega preseka strune, f_0 fundamentalna frekvenca pred eksperimentom in L dolžina na kateri struna vibrira.

A za vsako drugo frekvenco f , ki nastane kot posledica spremembe v temperaturi, je sila s katero je struna napeta enaka:

$$F = F_0 + \Delta F$$

Kjer je F nova napetost strune in ΔF sprememba v napetosti.

V našem primeru je vrednost spremembe v napetosti ΔF negativna. Dokaz za to je prvi eksperiment, ki je pokazal da se z naraščajočo temperaturo fundamentalna frekvenca na struni niža. Za vsako novo frekvenco, ki nastane kot posledica temperaturne spremembe, torej velja naslednja izpeljana enačba:

$$f = \frac{\sqrt{\frac{F_0 - \Delta F}{\rho \times A}}}{2L} = \frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}} \sqrt{F_0 - \Delta F}$$
$$f = \frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}} \times \sqrt{F_0} \left(\sqrt{1 - \frac{\Delta F}{F_0}} \right)$$

Na tej točki je potrebno eno stvar poenostaviti. Ta enačba ne vključuje dejstva, da dolžina L na kateri struna vibrira, s temperaturo narašča. Da se to zadevo lahko poenostavi in predpostavi, da se ta dolžina L ne spreminja, je potreben dokaz. V prvem eksperimentu sem zato pri temperaturni spremembi 40ih stopinj Celzija z metrom izmeril dolžino L pri 20°C in pa pri 60°C. Dobil sem naslednje rezultate:

- $L_{20^\circ\text{C}} = 64,40 \text{ cm} \pm 0,05 \text{ cm}$
- $L_{60^\circ\text{C}} = 64,50 \text{ cm} \pm 0,05 \text{ cm}$

Sprememba v dolžini ΔL je v tem primeru $0,1 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$. Ker je ta vrednost zelo majhna v primerjavi z začetno dolžino L , se lahko predpostavi, da se ta dolžina L z naraščajočo temperaturo ne spreminja in posledično ostaja konstantna.

ΔF je prav tako enaka $\Delta F = E \times A \times \frac{\Delta L}{L}$, a v bistvu je ΔF rezultat spremembe v dolžini, ki jo povzroči temperaturna sprememba. Enačba, ki je bila že razložena in ta dva dejstva povezuje je naslednja: $\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$. Če je ta enačba aplicirana na prejšnjo dobimo naslednje:

$$\Delta F = E \times A \times \frac{L_0 \alpha \Delta T}{L_0} = E \times A \times \alpha \Delta T$$

α (koeficient termičnega raztezka) je v tej enačbi enak $\alpha_{\text{jeklene strune}} - \alpha_{\text{les}}$. Dokaz za to je naslednja izpeljava:

$$\Delta L = \Delta L_{\text{jeklene strune}} - \Delta L_{\text{les}} = L_0 \alpha_{\text{jeklene strune}} \Delta T - L_0 \alpha_{\text{les}} \Delta T = L_0 (\alpha_{\text{jeklene strune}} - \alpha_{\text{les}}) \Delta T$$

Zgornja enačba je lahko uporabljena z enačbo $f = \frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}} \times \sqrt{F_0} \left(\sqrt{1 - \frac{\Delta F}{F_0}} \right)$, a pred tem je treba narediti aproksimacijo. Da lahko dobimo linearno zvezo med frekvenco in pa spremembo temperature mora biti del enačbe $\sqrt{1 - \frac{\Delta F}{F_0}}$ poenostavljen. V primeru da je vrednost $\frac{\Delta F}{F_0}$ zelo majhna v primerjavi z 1, se lahko uporabi naslednja aproksimacija: $\sqrt{1 - \frac{\Delta F}{F_0}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta F}{F_0}$ (Giancoli, 2005). Kot dokaz, da se ta poenostavitev lahko uporabi, so narejeni naslednji izračuni za struno G (podatki so bili vzeti iz prvega eksperimenta):

$$\text{Sprememba frekvence v prvi uri: } \Delta f = f_0 - f_{\text{po prvi uri}} = 194,4 \text{ Hz} - 190,9 \text{ Hz} = 3,5 \text{ Hz}$$

$$\text{Frekvenca po prvi uri: } f_{\text{po prvi uri}} = 190,9 \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{po prvi uri}}} = \frac{\frac{\sqrt{\frac{\Delta F}{F_0}}}{\frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}}}}{\frac{1}{2L\sqrt{\frac{F_{\text{po prvi uri}}}{\rho \times A}}}} = \frac{\sqrt{\Delta F}}{\sqrt{F_{\text{po prvi uri}}}}$$

Torej:

$$\frac{\Delta F}{F_{\text{po prvi uri}}} = \frac{\Delta f^2}{f_{\text{po prvi uri}}^2} = \frac{12,25 \text{ Hz}^2}{36442,81 \text{ Hz}^2} = 3,3614 \times 10^{-4} \ll 1$$

Sedaj, ko je bilo dokazano, da se omenjena aproksimacija lahko uporabi, je ta uporabljena v naslednji enačbi:

$$f = \frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}} \times \sqrt{F_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta F}{F_0} \right)$$

$$f = \frac{1}{2L\sqrt{\rho \times A}} \times \sqrt{F_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha \Delta T}{F_0} \right)$$

Ker vemo, da je $f_0 = \frac{\sqrt{F_0}}{2L\sqrt{\rho \times A}}$ lahko storimo naslednje:

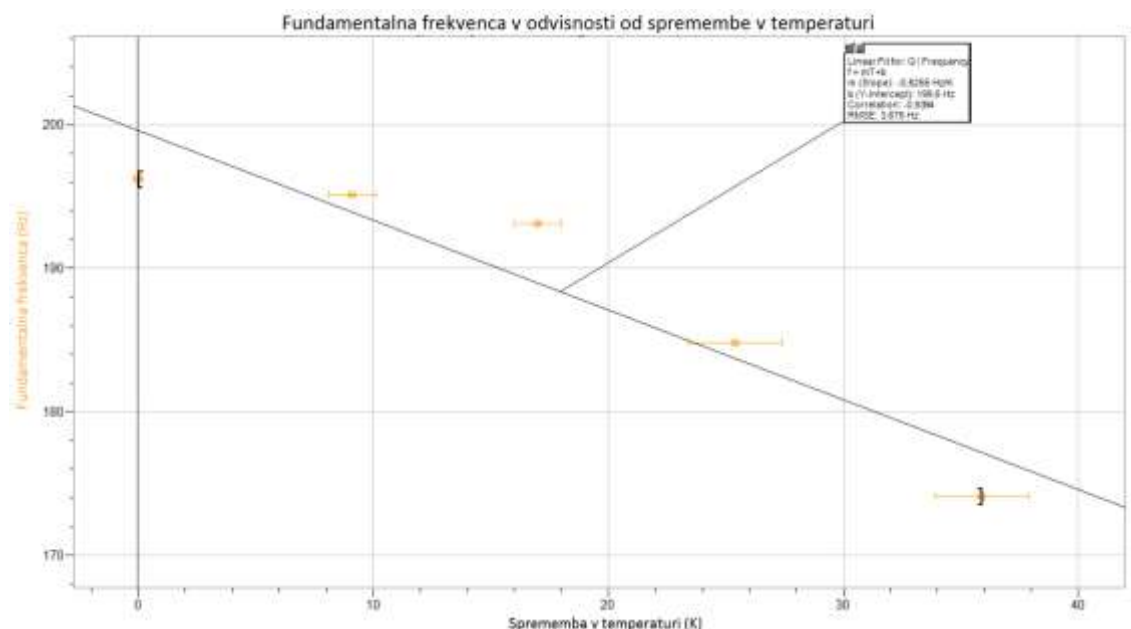
$$f = f_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha \Delta T}{F_0} \right)$$

$$f = f_0 - f_0 \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha \Delta T}{F_0}$$

$$f = -f_0 \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha}{F_0} \times \Delta T + f_0$$

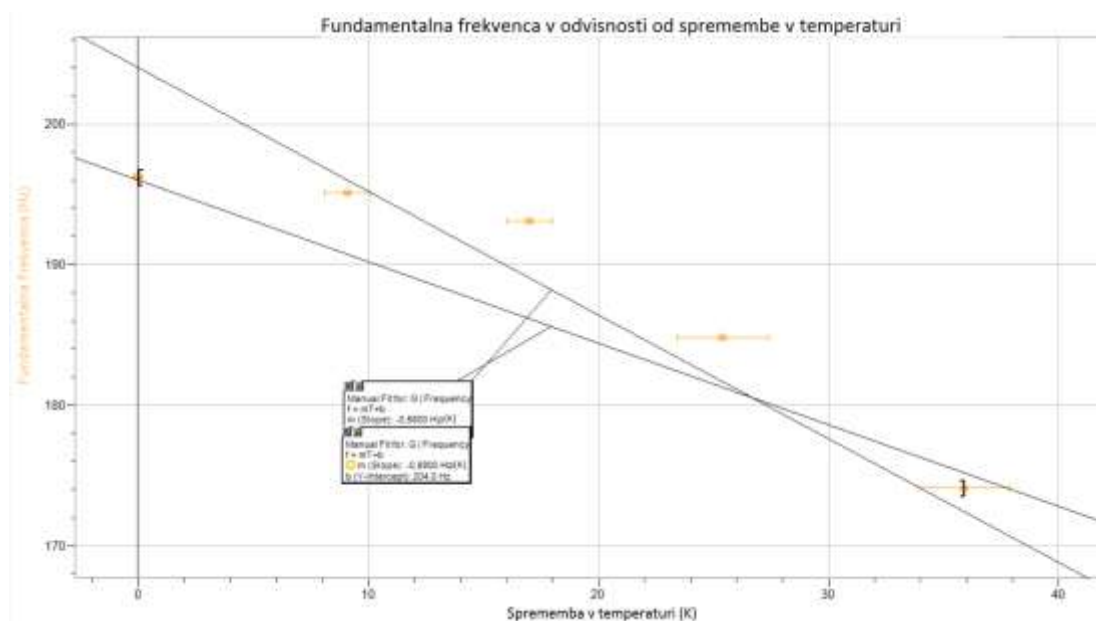
Priloga V

V Logger Pro 3 programu je uporabljena 'linear fit' funkcija. Vrednosti gradientov, ki smo jih s tem dobili, lahko nato primerjamo z teoretično izračunanimi. Zaradi boljšega pregleda nad nalogo je metoda, s katero izračunamo teoretični in določimo eksperimentalni koeficient, prikazana le za struno G. Graf 6 prikazuje eksperimentalno določen gradient na struni G:



GRAF 6: PRIKAZ EKSPERIMENTALNO DOLOČENEGA GRADIENTA G STRUNE

Iz grafa 6 lahko vidimo, da je eksperimentalno določen gradient enak $-0,6255 \frac{\text{Hz}}{\text{K}}$. Da lahko izračunamo absolutno napako tega gradienta, moramo najprej ugotoviti maksimalen in minimalen gradient:



GRAF 7: MINIMALEN IN MAKSIMALEN GRADIENT GRAFA 6

Maksimalen in minimalen gradient grafa 7 je zapisan v naslednji tabeli:

	Maksimalen gradient	Minimalen gradient
Vrednost gradienta	$-0,8800 \frac{Hz}{K}$	$-0,5800 \frac{Hz}{K}$

TABELA 8: PRIKAZ MAKSIMALNEGA IN MINIMALNEGA EKSPERIMENTALNO DOLOČENEGA GRADIENTA STRUNE G

Absolutna napaka gradienta strune G je izračunana po naslednji formuli:

$$\begin{aligned} \text{absolutna napaka} &= \pm \left| \frac{\text{maksimalen gradient} - \text{minimalen gradient}}{2} \right| = \pm \left| \frac{\left(-0,8800 \frac{Hz}{K}\right) - \left(-0,5800 \frac{Hz}{K}\right)}{2} \right| \\ &= \pm 0,2 \frac{Hz}{K} \end{aligned}$$

Gradient grafa frekvence v odvisnosti od spremembe v temperaturi za struno G je torej enak:

$$-0,6 \frac{Hz}{K} \pm 0,2 \frac{Hz}{K}.$$

Z uporabo formule, ki sem jo izpeljal pod sekcijo 'formiranje hipoteze' za drug eksperiment, lahko izračunamo teoretični gradient strune G:

Vrednost konstant:

- Youngov modul - $E = 180 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$ (Anon., 2015)
- Koeficient skupnega termičnega raztezka: $\alpha = \alpha_{steel} - \alpha_{wood} = 17,3 \times 10^{-6} \frac{1}{K} - 3 \times 10^{-6} \frac{1}{K} = 14,3 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$ (Anon., 2015)

Naslednje vrednosti so bile prebrane iz škatlice, v kateri so bile pri nakupu zavite strune⁷:

- Ploščina prečnega preseka strune G - $A = (0,19 \times 10^{-3})^2 \pi m^2$ (D'Addario & Company, 2007)
- Fundamentalna frekvenca strune G: $f_0 = 196 Hz$ (D'Addario & Company, 2007)
- Napetost strune G pri f_0 : $F_0 = 57.3885 N$ (D'Addario & Company, 2007)

$$\begin{aligned} k &= -f_0 \frac{1}{2} \frac{E \times A \times \alpha}{F_0} = -196 Hz \times \frac{1}{2} \frac{180 \times 10^9 \frac{N}{m^2} \times (0,19 \times 10^{-3})^2 \pi m^2 \times 14,3 \times 10^{-6} \frac{1}{K}}{57.3885 N} \\ &= -0,3513 \frac{Hz}{K} \end{aligned}$$

Z uporabo metode opisane zgoraj so izračunani tudi teoretični in eksperimentalni gradienti ostalih 5ih strun. Dobljeni so bili naslednji rezultati:

Struna	Teoretični gradient $\left[\frac{Hz}{K}\right]$	Eksperimentalni gradient $\left[\frac{Hz}{K}\right]$
E	-1,8576	$-0,5 \pm 0,2$
A	-1,5114	$-0,5 \pm 0,1$
D	-1,0591	$-0,6 \pm 0,1$
G	-0,3513	$-0,6 \pm 0,2$
B	-0,2524	$-1,3 \pm 0,3$
Visoka E	-0,2129	$-1,0 \pm 0,2$

TABELA 9: TEORETIČNI IN EKSPERIMENTALNO DOLOČENI GRADIENTI

⁷ Glej prilogo VI

Priloga VI

Slika škatlice v kateri so bile strune kupljene:



SLIKA 4: SPREDNJA STRAN ŠKATLICE



SLIKA 3: ZADNJA STRAN ŠKATLICE; NA TEJ STRANI SO VIDNE TUDI VSE VREDNOSTI, KI SO BILE UPORABLJENE V DRUGEM EKSPERIMENTU.