

Gimnazija Kranj

NEGATIVNI KRISTALI KOT PLATEAUJEV PROBLEM

Avtor: Sara Ručigaj

Mentor: dr. Jure Žalohar, prof. fiz.

2011

UVOD

V zadnjih letih so zbiralci mineralov na več slovenskih nahajališč našli več tisoč drobnih kristalov kremenca. Za pričujoče besedilo so najbolj pomembne najdbe kristalov v okolici Crngroba in Bezuljaka, ki so sedaj last mineraloške zbirke Franceta Stareta iz Žabnice ter Joža Pristavca iz Ljubljane.

Kristale običajno opazujemo od zunaj in se čudimo in navdušujemo njihovim lepim barvam in oblikam. Pravilna zunanja zgradba kristalov je posledica notranje urejenosti. Osnovni gradniki kristalov, ki so atomi ali molekule, so urejeni v pravilno kristalno mrežo. Vendar nas podrobnejše opazovanje kristalov pod mikroskopom prepriča, da kristali v resnici niso tako popolni, kot bi pričakovali. V njih je polno drobnih nepravilnosti, kot so razni vključki in razpoke. Pod mikroskopom se nam v notranjosti kristalov odpre čudovit kolejdoskopski svet notranjih odsevov, loma svetlobe, odbojev itd. Fotografiji, ki poskuša v objektiv ujeti ta kristalni mikrokozmos, pravimo fotomikrografija.

Kot primer fotomikrografije smo v letošnjem letu fotografirali in preizkali vključke v kremenovih kristalih iz Crngroba iz zbirke Franceta Stareta. Crngrob predstavlja eno najzanimivejših nahajališč kremenovih kristalov sedimentnega tipa. Od tod so v zadnjih desetletjih postali znani pentljasti, artičokasti, žezlasti in skeletni kristali. Ti se pojavljajo v gnezdih v temnosivem bituminoznem apnencu.

Pri fotografiranju vključkov se je izkazalo, da so vzorci v njih presenetljivo podobni vzorcem in podobam, ki so jih v prvi polovici 20. stoletja risali slikarji v abstraktnem slikarstvu. Najbolj fascinantna je primerjava med Mirojeve sliko »The blue« in serijami negativnih kristalov, kakršne najdemo v kremenovih kristalih. Zdi se, da takšna osupljiva podobnost ne more biti naključna, pač pa je lahko le posledica določenih fizikalno-matematičnih zakonov, ki delujejo v ozadju narave in določajo obnašanje kristalov in možganov.

V tej nalogi sem podrobno matematično analizirala serije negativnih kristalov v kremenovih kristalih. Izvedla sem natančne meritve njihove porazdelitve glede na velikost in glede na medsebojno razdaljo. Izkazalo se je, da so fizikalni procesi, ki negativne kristale oblikujejo povezani z t.i. Plateaujevim problemom.

Kazalo

UVOD	2
MINERALI IN KRISTALI	4
Lastnosti kristalov	4
Obarvanost	4
Oblika	5
Kristalizacija	6
NEKAJ PODATKOV O KREMENU	9
Vrste kremenovih kristalov	9
Lastnosti kremenovih kristalov	9
Oblike kremenovih kristalov	10
Nastanek	12
Magmatski tip	12
Metamorfni tip	12
Vulkanski tip	12
Pegmatitni tip	12
Alpski tip	13
Hidrotermalni tip	13
Sedimentni tip	13
Vključki v kremenovih kristalih	14
KRISTALI KREMENA IZ CRNGROBA IN BEZULJAKA	16
Vključki v kristalih kremena iz Crngroba	16
PLATEAUJEV PROBLEM	18
Minimalna površina	18
Fenomen verig in mrež negativnih kristalov	19
Matematična analiza druge faze	21
Matematična analiza tretje faze	22
Število prostostnih stopenj pri nastajanju negativnih kristalov	23
MERITVE IN REZULTATI	24
Analiza meritev	25
INTERPRETACIJA IN ZAKLJUČKI	27

MINERALI IN KRISTALI

Minerali so osnovna geološki gradniki našega planeta in celega osončja nasploh - poznamo že precej več kot 3000 različnih vrst mineralov. So naravne kemične spojine, ki so nadzorovale in v svoji zgradbi zabeležile proces razvoja in oblikovanja Zemlje ter ostalih planetov, ki se še vedno odvija. Vsaka najmanjša sprememba v temperaturi, zgrabi okolice ali pritisku se zapiše v kristalno zgradbo minerala in pusti trajno sled. Te sledi pomagajo razumeti, kaj se v zgodovini je in se še bo dogajalo z našim planetom.

Vsaka kamnina je zgrajena iz mineralov. Večina kristalnih struktur je tako majhnih ali deformiranih, da jih s prostim očesom nismo sposobni razločiti.

Kristali so trdni delci snovi z atomi, razporejenimi v ponavljajočih se geometrijskih vzorcih. Imajo ravne robove, gladke zunanje ploskve in pogojno simetrične kote. Pravilno oblikovana zunanost je posledica pravilne notranje zgradbe – atomi, ioni ali molekule so razporejene po prostorski **kristalni mreži** – s fizikalnimi pravili vnaprej določenem sistemu razvrščanja.

Kristale navadno sestavlja en sam element ali spojina, pogosto pa se v njih pojavljajo tudi trdni, tekoči ali plinasti vključki drugih snovi, čemur bomo v nadaljevanju namenili več pozornosti.

Lastnosti kristalov

Obarvanost

Nekateri kristali so pri naravni svetlobi vedno enako obarvani, saj njihovi osnovni delci odbijajo samo določeno barvo. Taki kristali se imenujejo idiokromatski kristali (npr. žveplov, ki jih vidimo vedno rumene, ali zeleni olivin).



žveplov kristali



olivin

Pogostejši so alokromatski kristali – pojavljajo se v različnih barvah, ki so odvisne predvsem od primesi in sprememb v atomski strukturi (npr. kristali kremenca). Ti so še posebej zanimivi za izdelavo posnetkov s postopkom fotomikrofografije.



Tri vrste kremenovega kristala: rozevec, citrin in ametist

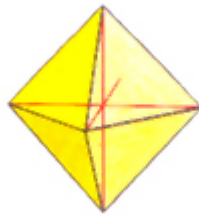


Nekatere vrste kristalov, kot je kamena strela (kremenov kristal), odbijajo vse barve barvnega spektra. Kot posledica te lastnosti jih vidimo bele.

Oblika

Zunanja oblika kristala je odraz njegove notranje atomske strukture. Obliko skladanja atomov določa tridimenzionalno ogrodje, imenovano **kristalna mreža**. Najmanjša enota vsake mreže je »osnovna celica«, ki se na mreži teoretično lahko ponavlja v neskončnost, v realnosti pa se ponavljanje seveda ustavi ob prenehanju rasti kristala, le ta pa je omejen z zunanjimi ploskvami. Kristale glede na razporeditev osnovnih celic in zunanjih ploskev ter njihovo simetrijo lahko razporedimo v sedem kristalnih sistemov, ki so navedeni na spodnji sliki.

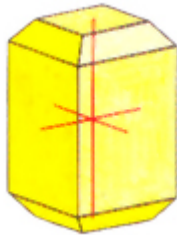
1. kubični



2. heksagonalni



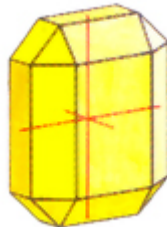
3. tetragonalni



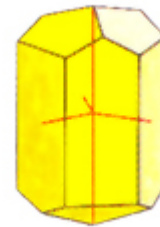
4. triklinski



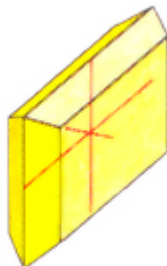
5. ortorombski



6. romboedrični
oz. trigonalni



7. monoklinski



Vsi kristali, ki pripadajo istemu sistemu, imajo enako osnovno obliko, seveda pa lahko del kristala tudi manjka, ali pa več kristalov skupaj tvori manj pravilne oblike in so zato težje razpoznavni. Na zunanjo obliko kristalov močno vplivajo tudi pogoji kristalizacije (pritisk, temperatura, velikost prostora ipd.), ki se med procesom rasti kristala lahko tako spremenijo, da se spremeni tudi sistem in kristalna mreža, po kateri se razvrščajo atomi.

Kristalizacija

Kristali na splošno nastanejo, ko se staljena snov ohlaja in strjuje, ali ko se iz raztopine, v kateri so raztopljeni minerali, izloči tekočina in ostane trdna snov. Ko se kristal oblikuje, se

gradniki (atomi, ioni ali molekule) povežejo v pravilno strukturo – kristalno mrežo. Kristal raste, ko se mreži pridruži vedno več gradnikov. Počasneje kristal nastaja, večji zraste.

Kristali se lahko oblikujejo v raztopljeni in nato hitro ohlajeni kamnini ob vulkanskem izbruhu – ti nastanejo najhitreje, ko se staljena kamnina ohladi in so zato najčistejši, lahko se kristalizirajo iz npr. vodne raztopine, v redkejših primerih pa celo iz hlapov (npr. žveplovih hlapov iz vulkanskih dimnikov - fumarol).



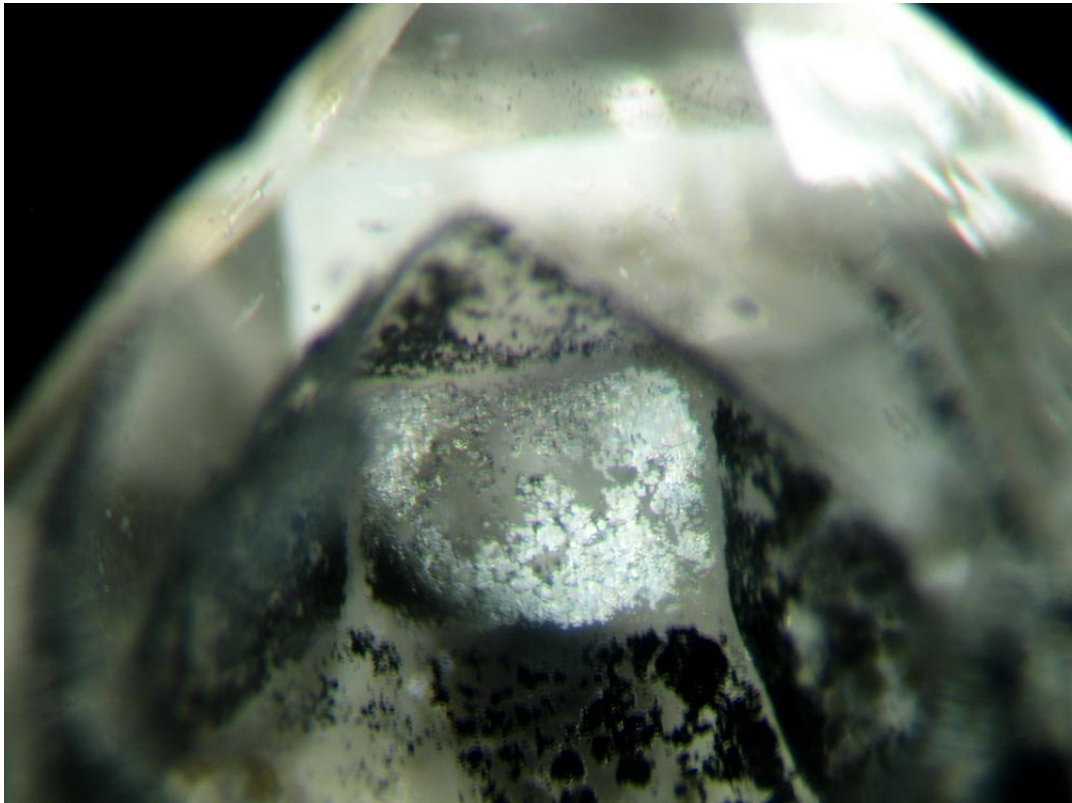
Fumarola, kjer se izločajo žveplovih minerali.

Ko se minerali oblikujejo, je njihov prostor običajno zelo omejen - npr. ozke razpoke med dvema drugima kamninama – in tako zrastejo v grobe, brezoblične mase, ki jih ne prepoznavamo kot kristale. Če pa je prostor med kamninami dovolj velik – npr. jame, široke razpoke in prelomi ali luknje v kamnini – se lahko svobodno oblikuje kristalna zgradba vse dokler popolnoma ne zapolni prostora, ali pa se proces kristalizacije ustavi zaradi drugačnih vzrokov. Take prostore, zapolnjene z oblikovanimi kristali imenujemo geode (popolnoma zaprte ali pol-odprte (ang. »vug«) kroglaste votline v magmatski kamnini) in žepi.



odprta geoda ametista

Kristali seveda niso neuničljivi. Tako kot lahko zelo hitro nastanejo ob spletu pravih okoliščin, se že ob manjši spremembi pogojev tudi zlahka razgradijo. Če se razmere izboljšajo, lahko kristal ponovno zraste, pogosto pa se v njem opazijo t.i. fantomski kristali – ostanki prejšnjih oblik, ki jih je popolnoma prerasel nov kristal.



Fantom znotraj kremenovega kristala iz Crngroba je premazan z bitumnom



Fantom v kremenovem kristalu z Madagaskarja je preraščen s rdečim hematitom

NEKAJ PODATKOV O KREMENU

Ker velik del te naloge temelji na kristalih kremenca, mu bo tu namenjene nekaj več pozornosti.

Kremen je eden najpogostejših mineralov v naravi. Sestavlja kar 18 % prostornine zemeljske skorje oz. 12,5 utežnih odstotkov. Njegova osnovna kemijska formula je SiO_2 (silicijev dioksid), največ velikih kristalov pa ima kot osnovni gradnik SiO_4 (tetraeder), ki se s sosednjimi gradniki povezuje v vijačno strukturo. Nahaja se v vseh vrstah kamnin, torej tako v magmatskih in metamorfnih kot tudi v sedimentnih kamninah. Največ kremenca je v obliki umazano belih zrnatih, vlaknastih, gostih skupkov, iz katerih redko zrastejo kristali.

Vrste kremenovih kristalov

Kremen se pojavlja v zelo raznovrstnih strukturnih oblikah, ki so odvisne od okoliščin nastanka. Ta pojav imenujemo polimorfizem. Če so razmere ugodne, se kremen oblikuje v zelo lepe kristale, ki se na videz razlikujejo predvsem po obarvanosti in obliki.

Najpogostejše makro(veliko)kristalne različice kremenca so prozorna ali belkasta kamena strela, vijoličasti ametist, temni (rjavi ali celo črni) čadavec, roževcec ali rožnati kremen, svetlo rumenkasti citrin, tigrovo in mačje oko itd.

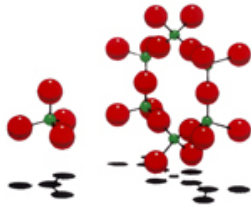
Mikro(drobno)kristalne oblike pa so kalcedon ter njegove oblike - jaspis(rdeč, rjav, rumen ali zelen) ahat in oniks(popolnoma črn).

V amorfni (ne-kristalni) obliki poznamo še opal, ki na videz mavrično spreminja in preliva barve.

Lastnosti kremenovih kristalov

- Je mlečne barve in steklastega sijaja
- Dosega 7. stopnjo trdote po Mohsovi lestvici (1. stopnjo obsegajo mehki lojcevec ipd, 10. - najvišjo - pa diamant)
- Dobro prevaja toploto, zato je na dotik hladen
- Slabo razkolen
- Pri normalnih pogojih slabo topen v vodi, pri povečani temperaturi/pritisku pa zelo dobro
- Povišana pH povečuje topnost (CO_2 , NaCl)

- Spada v trigonalni kristalni sistem
- Piezoelektričnost in piroelektričnost – ob obremenitvi ali povišanju temperature se ustvari električni naboj (možen vzrok za nastanek kroglastih strel?) – posledica vijačne strukture



kremenova notranja struktura (SiO_4)

Oblike kremenovih kristalov

Oblika je odvisna od pogojev, še posebej pa od hitrosti nastanka. Značilnosti hitro rastočih kristalov so denimo:

- Skeletna rast – robovi so lepše razviti od ploskev (sedimentni tip)
- Pentljasti kristali – širši ob koncih
- Brstični kristali – iz ožjega osrednjega dela pentljastih kristalov rastejo novi, manjši kristali
- Artičokasti kristali – razvije se samo en del pentlje z brstičnimi kristali, ki je pritrjena na podlago
- Žezlasti kristali – artičokasti kristal z normalno razvitim višjim osrednjim kristalom

Značilnosti počasi rastočih kristalov pa so:

- Zvijanje okoli osi – vse ploskve so rahlo ukrivljene (zaradi skladanja osnovnih gradnikov v vijačnico)
- Makromozaičnost – zaradi težnje po izravnavi zvitega mesta tam zraste več manjših kristalov
- Vijačni kristal – če je kristal na podlago pritrjen z enim od robov, hitreje zraste v relativni 'vodoravni' – prečni smeri in se pri tem zvija okoli osi.



Kopuča kremenovih kristalov iz Crngroba



Droben biterminiran kremenov kristal iz Crngroba

Nastanek

Kremen lahko nastaja na veliko načinov, splošno pa ločimo 7 različnih tipov geološkega okolja, v katerih je možnost nastanka kremenovih kristalov:

Magmatski tip

Ko se tekoča magma ohlaja, postopno nastajajo magmatske kamnine - pri višji temperaturi se najprej izkristalizirajo glinenci in sljude. Ti oblikujejo pravilne kristale, saj v tekoči kamnini nimajo ovir. Ko je temperatura dovolj nizka, da začne kristalizirati kremen, na voljo ni več neomejenega prostora, zato kristali prevzamejo obliko okolja. Takšne kristale imenujemo *ksenomorfni* (*gr. tuje oblike*) kristali.

Metamorfni tip

Tektonski premiki in spremembe povzročijo, da se kamnine kemijsko in mehansko preoblikujejo (sprememba pritiska in temperature). Nastajajo metamorfne kamnine, prihaja pa tudi do procesa rekristalizacije in s tem spet do nastanka nepravilnih *ksenomorfnih* kristalov.

Vulkanski tip

Ob vulkanskem izbruhu pride magma na površje, pritisk (in temperatura) hitro padeta in pride do hitrega izločanja vode. V nastalih votlinah lahko pride do kristalizacije lepih, pravilno oblikovanih kristalov. Take votline imenujemo geode, zelo pogosto pa je v njih kristaliziran ametist.

Pegmatitni tip

Med postopkom kristalizacije magmatskih kamnin pride do ločevanja lažjih vodnih raztopin z minerali. Ko okoliški pritisk in temperatura raztopine padata, se počasi zločajo kristali prej raztopljenih mineralov – tak tip okolja imenujemo *pegmatitni* (*gr. ogrodni*). Ob nižjem pritisku raztopina ostane v granitni talini in se ohladi istočasno z njo. Tako nastale kristale imenujemo *singenetske pegmatite* (*hkratni*). Če je pritisk večji, raztopina lahko prodre v razpoke višje ležečih že ohlajenih kamnin in tam kristalizira. Dobimo *epigenetske pegmatite* (*naknadne, kasnejše*) v obliki žil, ujetih v višji kamnini. Če se raztopina ohladi hitro, so kristalčki drobni, žile pa imenujemo *aplitne žile*. Če se tekočina ohlaja počasi, nastanejo

precej velika kristalna zrna in *pegmatitne žile*. V takih razmerah, še posebej če so razpoke široke, lahko nastanejo tudi več metrov veliki kristali.

Alpski tip

Alpske razpoke nastanejo ob pokanju kamnin v globini tudi do 10 km. Zaradi visoke temperature in pritiska se okoliške kamnine raztapljajo in spet odlagajo v razpokah. Zaradi približevanja kontinentalnih plošč in orogeneze se gorstva zelo počasi dvigujejo, skupaj z njimi pa tudi razpoke. Kristali v raztopini v teh razpokah ob počasnem nižanju temperature in pritiska počasi rastejo v značilnih združbah in se bližajo površju. Običajno niso večji od 10 cm, obstajajo pa tudi izjeme. Seveda ta tip ni prisoten samo v Alpah, kjer je najbolj znan, ampak povsod, kjer prihaja do dvigovanja gorstev.

Hidrotermalni tip

Do tega tipa kristalizacije prihaja na mestih, kjer vroča voda iz globin prinaša raztopljene minerale. Take raztopine nastanejo zaradi vulkanskega delovanja in pridejo na površje ob nastalih tektonskih prelomih in razpokah, kjer se ob zadostni količini prostora minerali odlagajo v obliki lepih kristalov. Na takih mestih skoraj nikoli ne najdemo samo kristalov ene vrste, saj so v vodi raztopljeni zelo raznovrstni minerali (parageneza – skupno pojavljanje). Na podoben način kristalizirajo tudi nasičeni hlapci.

Sedimentni tip

Ta vrsta kristalov se razvije v mladih sedimentnih kamninah, ki nastanejo v procesu sedimentacije. Lepo oblikovani kristali s svetlečimi gladkimi ploskvami nastanejo z oblikovanjem kristalizacijskih jeder (nukleacija) v dveh oblikah. Prvi način nukleacije poteka iz raztopine v razpoki sedimentne kamnine, ki nato pade na podlago v obliki drobnega, a popolnoma izoblikovanega kristala, ki je prozoren in ima lepo razvite vse ploskve. Kristali malo spominjajo na diamante, kar povedo tudi njihova imena (naprimer 'cerkniški diamant'). Druga vrsta – *autigenetski (notranji)* kristali nastanejo znotraj same sedimentne kamnine – kristalizacijsko jedro se oblikuje v mehkem sedimentu, ki vsebuje kremenico (t.j. kremenovo raztopino) in raste, dokler se sediment ne pretvori v trdno kamnino. Dobimo pa *biterminirane kristale*. Zaradi načina nastanka imajo veliko vključkov – predvsem anhidridnih (spojina, ki ji je odvzeta kemično vezana voda) in bitumenskih (ogljikovodiki iz nafte ipd.). Nekateri so zaradi vključkov navidez povsem črni.

Vključki v kremenovih kristalih

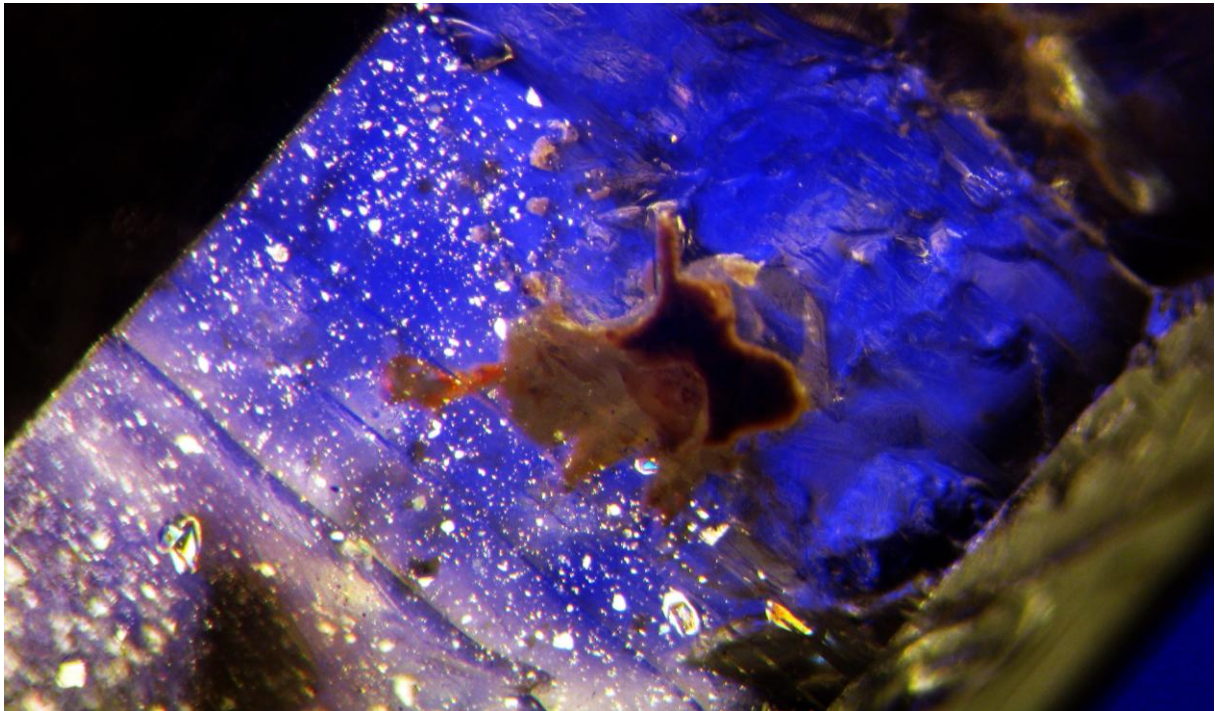
Ko kristal raste, pogosto vase zajame delce trdnih in tekočih ali plinastih snovi, na podlagi katerih je mogoče ugotoviti natančno zgodovino rasti in razvoja ter pogojev ob rasti kristala.

1. Vključki trdne snovi so predvsem ostanki in deli drugih kristalov. Ti so lahko nastali še preden jih je prerasel kremen, zato ohranijo obliko in barvo – so protogenetski vključki. Epigenetski – kasnejši vključki se oblikujejo v razpokah kremenovih kristalov, ko so ti že prenehali rasti, npr. limonitni vključki (vrsta železovega oksida). Tretja možnost vključevanja trdnih delcev je singenetsko – hkratno z rastjo kristala, npr. obraščanje hematita in pirita.

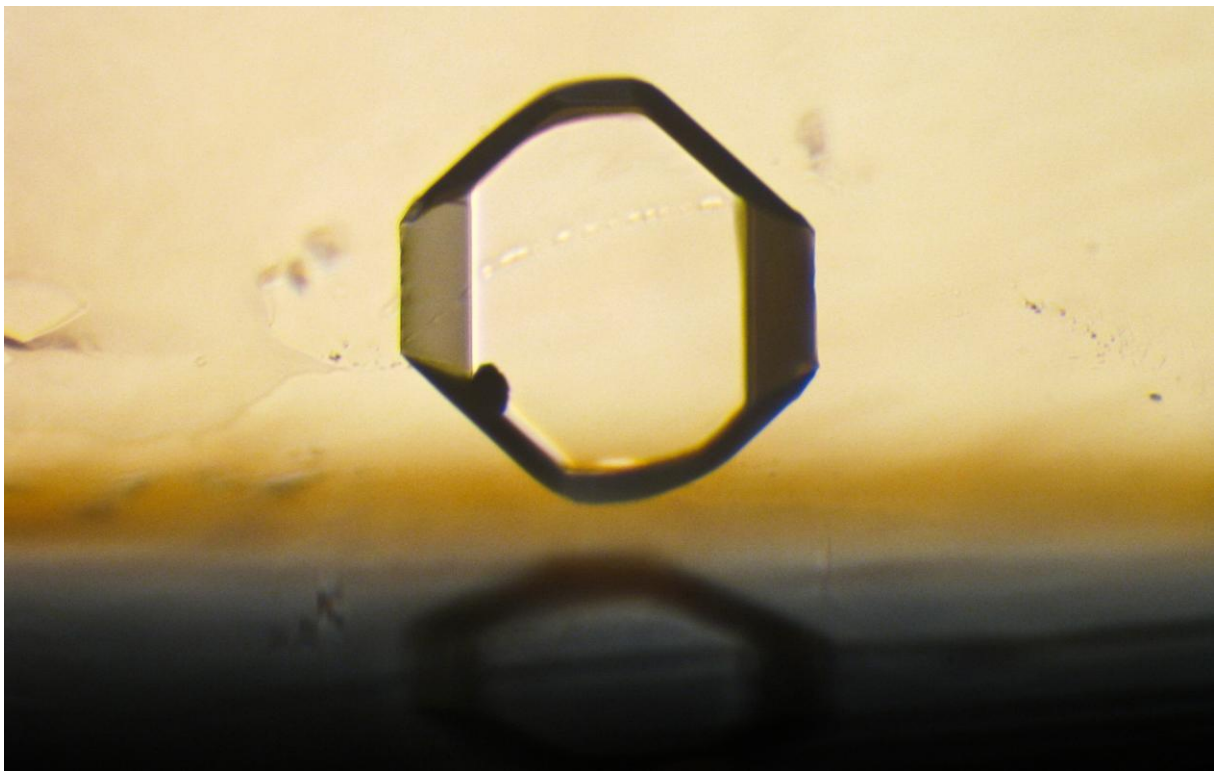
Med procesom rasti se na površino kristala usedajo okoliški trdni delci, npr. delci mulja ali okruški s sten razpoke. Te delce nato preraste nova plast kremenca, v notranjosti pa ostane obris kristala, kakršen je bil takrat. Ta postopek se lahko ponovi večkrat zaporedoma, navidezne oblike pa imenujemo *fantomski kristali*.

2. Tekoči in plinasti vključki so največkrat ostanki kristalne raztopine, iz katere je kristal nastal. Večkrat se pojavljajo v hitro rastočih kristalih ob spremembi pritiska. Snovi, ki so bile pod večjim pritiskom v trdnem stanju, se ob znižanju tlaka utekočinijo ali uplinijo, v kristalu pa ostanejo votlinice z mehurčki plina ali tekočino, ali celo obojim. Tekočinski vključki so pogosto ostanki vode in višjih ogljikovodikov (nafta, bitumen), plinasti pa mehurčki metana ali ogljikov dioksid.

Zaradi tektonskih premikov kamnine, v kateri se razvijajo, se v kristalu pojavijo razpoke. V razpoko v še rastočem kristalu se nato ujamejo tekoči, plinasti ali trdni delci (lahko vse tri vrste delcev hkrati), kristal pa jih nato spet preraste z novo plastjo. Ta proces se lahko ponavlja vse dokler kristal raste in poka. Vanj se tako zariše natančna zgodovina pogostosti in jakosti tektonskih dogodkov.



Pestrost najrazličnejših vključkov v kristalu kremenca iz Crngroba pod polarizirano prepuščeno svetlobo.



Negativni kristal znotraj kremenovega kristala iz Crngroba. V njegovi notranjosti je metan in drobna kapljica organskih primesi (bitumen).

KRISTALI KREMENA IZ CRNGROBA IN BEZULJAKA

Kot že omenjeno, je kremen eden najpogostejše najdenih mineralov na Zemlji. Najštevilčnejša najdišča so ob stikih tektonskih plošč, kjer se dvigujejo nova gorstva, kot so Alpe in Himalaja, še posebej znano nahajališče velikih pegmatitnih kremenovih kristalov pa je v Braziliji.

Kar lepo število najdišč je znanih tudi v Sloveniji, čeprav je velik del območja še povsem neraziskan in jih bo v prihodnosti zagotovo odkritih še mnogo več. Naj jih naštejem le nekaj: Cezlak, Hrastnik, Žirovski Vrh in Slovenska Bistrica ter celo okolica Ljubljane so nahajališča alpskega tipa, Cerknica in Crngrob sta večji najdišči kristalov v sedimentih, zelo zanimivo je tudi najdišče pri Bezuljaku – proučujem prav kristale iz tega vira. Moje zanimanje so vzbudili predvsem zaradi velikega števila vključkov, o katerih nekaj več v naslednjem poglavju, in zaradi možnosti podrobnejšega vpogleda in beleženja s postopkom fotomikrografije.

Na območju Crngroba je bilo v zadnjem času odkritih kar precej mineralološko zelo zanimivih najdb – predvsem kremenovih kristalov izredno raznovrstnih oblik. Posebnost le-teh je v tem, da se nahajajo direktno v matični kamnini in preperini nad njo, ne pa v rudnikih ali kraških jamah kot običajno, zato so bolj dovzetni za spremembe, povezane z okoljem, ter imajo verjetno prav zato toliko več kristalnih vključkov, ki so zanimivi za to nalogo.

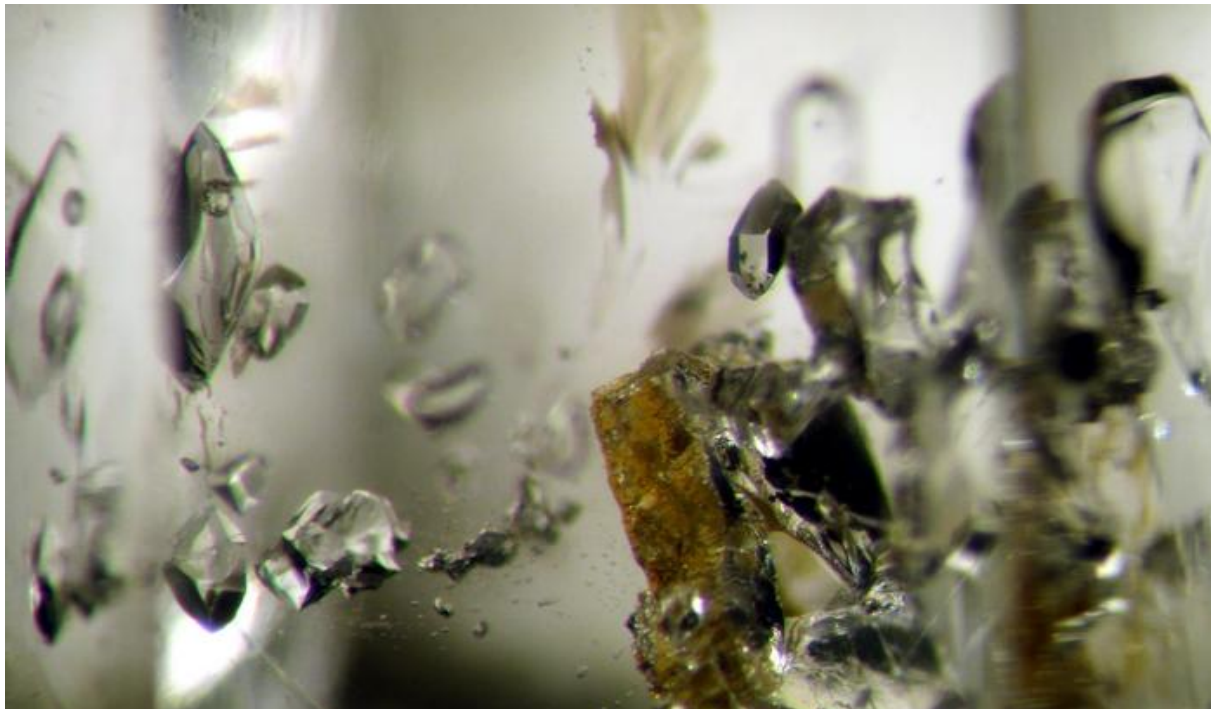
Na obeh najdiščih lahko najdemo izredno raznovrstne kristalne oblike, na podlagi katerih lahko izvemo veliko o kamnini, iz katere so se kristalizirali. Posebno zanimivi so kristali z vključki v vseh treh fazah – tekoči, trdni in plinasti, ki so dovolj veliki, da jih lahko opazimo s prostim očesom. Velika posebnost in razlog, zakaj proučujem prav kristale iz teh najdišč, so številni mikroskopsko majhni conalni bitumenski vključki, ki tvorijo fantomska jedra, mene pa zanimajo predvsem zato, ker lepo prikazujejo preoblikovanje kristala po načelu plateujevega problema.

Vključki v kristalih kremen iz Crngroba

Kot posledica prisotnosti organskih primesi so pogosto kristali temno obarvani zaradi črnih bitumenskih vključkov. Vendar poleg le-teh najdemo v crngrobskih kristalih tudi izjemno pestrost tekočinskih vključkov (vodna razstopina, metan, CO₂, olje, nafta). Ti tekočinski vključki so pogosto pravilno oblikovani (negativni kristali). Najpogostejši so dvofazni

vklučki, v katerih poleg tekočine opazimo še droben mehurček plina, ki je lahko plinast CO₂, metan ali pa vodna para. Pri premikanju kristala se mehurčki pogosto premikajo (libele). Nekoliko redkejši so v Crngrobu vključki drugih mineralov, recimo kalcita, dolomita, pirita in soli. V nekaterih kristalih kremenca opazimo drobne kubične kristale pirita, kalcitni ali dolomitni kristali pa so večino izprani in so za njimi ostale le votlinice. V nekaterih primerih najdemo kot vključke tudi manjše kristale kremenca, ki so lahko popolno ali nepopolno vraščeni. Te vključke lahko razločimo zaradi drobnih prevlek organske snovi, ki se je izločila na njihovi površini. Organske, največkrat bitumenske prevleke dostikrat prekrivajo notranje obrise starejših kristalov (fantomi), ki jih je kremen prerasel pri nadaljni rasti. Pod polarizirano svetlobo organski vključki zažarijo v najrazličnejših mavričnih barvah. Če pa uporabimo še barvno senčenje, pa zažarijo v fascinantnih fluorescenčnih barvah.

V redkih primerih v kremenovih kristalih iz Crngroba opazimo tudi sledi notranjih eksplozij. Do teh je lahko prišlo, če so postale napetosti okoli večfaznih (tekočina in plin) vključkov prevelike, naprimer zaradi spreminjanja temperature. V kasnejšem času so se razpoke, ki so nastale kot posledica teh eksplozij, zacelile in so videti kot tanke pajčevine drobnih negativnih kristalov.



Bogastvo najrazličnejših vključkov v kremenovih kristalih iz Crngroba: na fotografiji vidimo številne negativne kristale, desno spodaj je vključek večjega dolomitnega kristala, razpoke pa so prevlečene s tanko plastjo bitumna.

PLATEAUJEV PROBLEM

Ta naloga se ukvarja s Plateaujevim problemom oz. s primerjanjem obnašanja milnih mehurčkov, ki so najjasnejša ponazoritev Plateaujevega problema, s tekočinskimi ali plinastimi vključki v kristalu skozi daljše časovno obdobje.

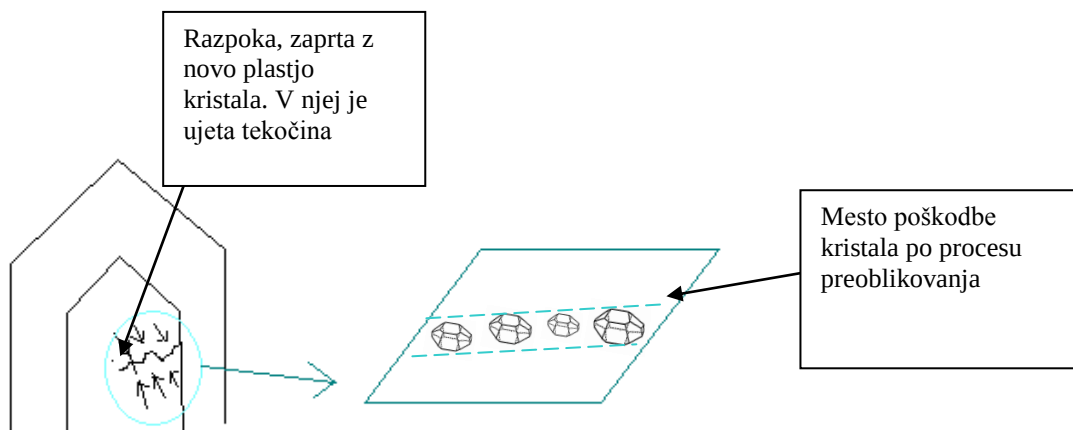
Plateaujev problem se ukvarja z dokazovanjem obstoja *minimalne površine*, ki jo lahko ima nek objekt z že določenimi zunanji meji. Matematično je problem del variacijskega računa, z njegovim obstojem in pravilnostjo nasploh pa se ukvarja geometrija.

Minimalna površina

Minimalna površina je površina, ki minimizira neko dano območje do skrajnosti. Torej mejne ploskve nekega delca zavzemajo najmanjši možen prostor. Vsota glavnih krivin na vsaki dani točki ploskve je enaka nič.

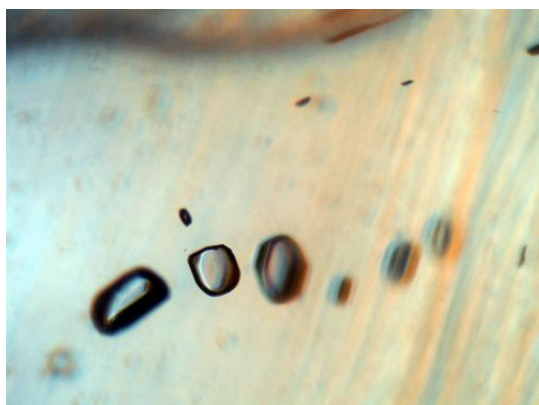
Najenostavnejši prikaz rešitve problema so npr. milni mehurčki, ki imajo za mejo (okvir) žično ogrodje. V tem besedilu pa se ukvarjam z vprašanjem, kako se problem formacije minimalne površine pojavlja tudi v trdnih, torej kristalnih objektih, ki imajo za mejo *kristalno mrežo*.

Dosedanje raziskave so pokazale, da se minimalne površine s kristalno zgradbo lahko ponavljajo v vseh treh dimenzijah. Torej so 'trojno periodične'. Vprašanje pa je, v kakšni meri ta teorija drži v naravno formiranih kristalih in v katere namene bi se jo dalo uporabiti.

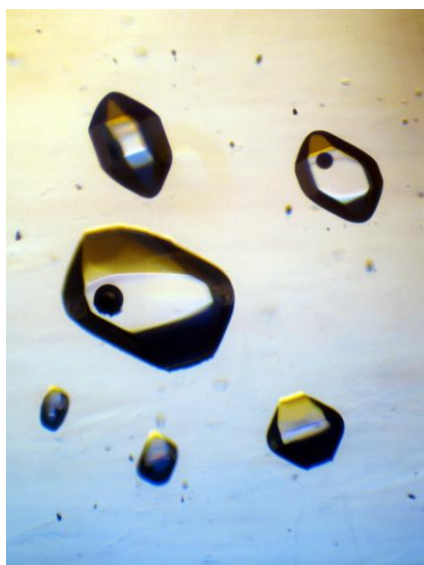


Fenomen verig in mrež negativnih kristalov

Fotomikrografske posnetke kremenovih kristalov kažejo, da se negativni kristali v njih pogosto pojavljajo v strukturah, ki tvorijo mreže in verige. Dva primera sta razvidna na spodnjih dveh fotografijah.



Veriga negativnih kristalov v kremenu iz Crngroba

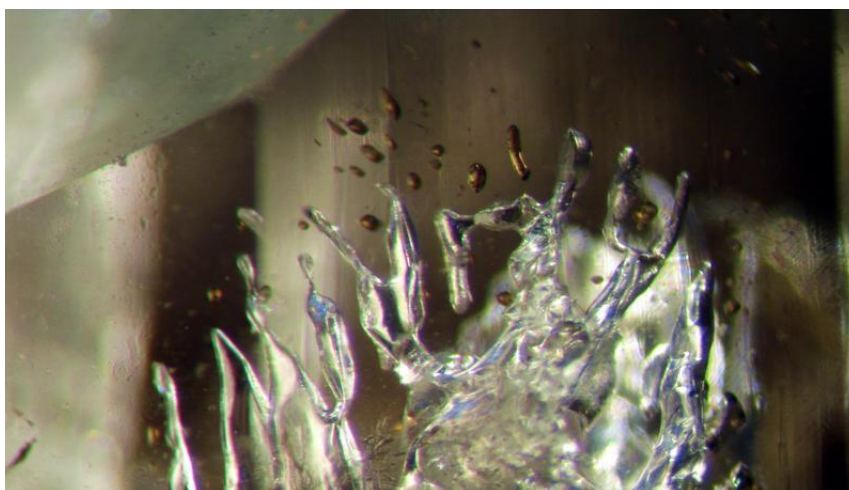
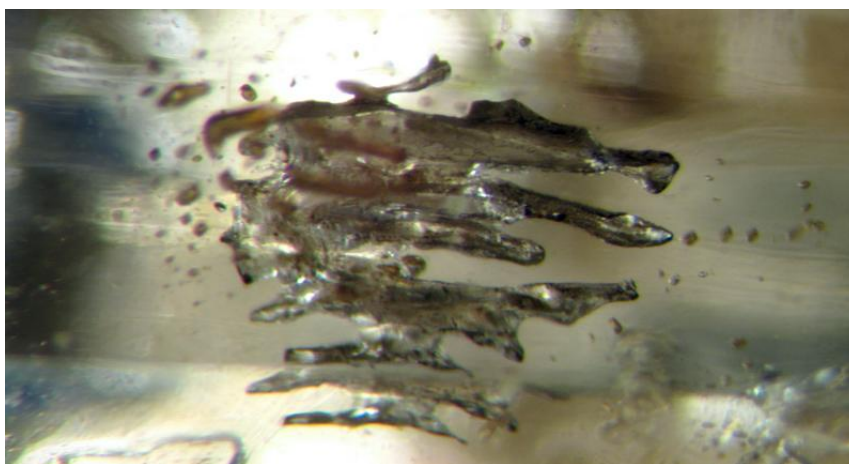
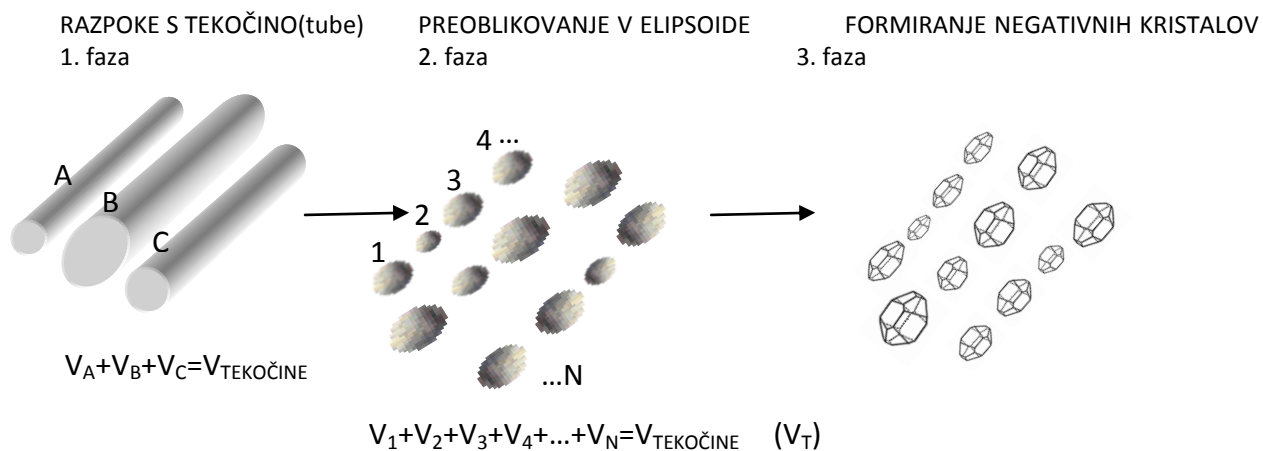


Mreža negativnih kristalov v kremenovem kristalu iz Crngroba

Fotomikrografske posnetke hkrati kažejo, da **verige negativnih kristalov** nastajajo v treh fazah. V **prvi fazi** nastane v kristalu razpoka, ki jo zapolni tekočina. Z nadaljnjo rastjo kristala postane razpoka ujeta, tekočina pa izolirana. Ko se kristal ohladi, se skrči. Pri tem se pojavijo v okolici razpoke zelo velike elastične napetosti, saj tekočina ni enako kompresibilna kot sam kristal. Kristal se zato znajde v stanju z veliko elastično in površinsko energijo.

V **drugi fazi** razpoke razpadejo na vzporedne tube, ki imajo nekoliko večji radij kot je bila začetna debelina razpoke. V **tretji fazi** se iz tub izoblikujejo verižice negativnih kristalov.

PROCES PREOBLIKOVANJA TEKOČINSKIH (PLINASTIH) VKLJUČKOV:



Dva primera nastajanja vzdolžnih in vzporednih tub z razpadom razpoke zapolnjene s tekočino. Na koncu tub so že pričele nastajati mreže in verige negativnih kristalov.

Matematična analiza druge faze

Vse tri faze lahko matematično opišemo. Najprej se omejimo na drugo fazo, ko iz razpoke z volumnom

$$V = ab \cdot l$$

nastanejo tube z radijem r in dolžino l . Volumen tube je potemtakem:

$$V_t = \pi r^2 l.$$

Površinska potencialna energija tube je:

$$W_{p,t1} = k \cdot 2\pi r \cdot l.$$

V tej enačbi nastopa neka konstanta k , ki je ekvivalentna površinski napetosti. Površinska potencialna energija tube mora biti manjša, kot je površinska potencialna energija celotne razpoke:

$$W_p = k \cdot 2bl.$$

Tu upoštevamo le največji ploskvi razpoke. Skupni volumen vseh tub je enak začetnemu volumnu razpoke:

$$V = N_t \cdot \pi r^2 l.$$

Od tod sledi za število tub:

$$N_t = \frac{V}{\pi r^2 l} = \frac{ab}{\pi r^2}.$$

Za celotno površinsko potencialno energijo tub pa potem dobimo:

$$W_{p,t} = N_t \cdot W_{p,t1} = \frac{ab}{\pi r^2} \cdot (k \cdot 2\pi r \cdot l) = \frac{2kV}{r}$$

Skupna površinska potencialna energija vseh tub mora biti manjša od začetne površinske potencialne energije začetne razpoke:

$$k \cdot 2bl \geq \frac{2kV}{r},$$
$$r \geq \frac{V}{bl} = a.$$

Radij tube bo zato postal večji, kot je začetna debelina razpoke.

Za razdaljo med tubami velja sledeča zveza:

$$b = N_t \cdot 2r + (N_t - 1)d.$$

Od tod dobimo za razdaljo

$$d = \frac{b - N_t \cdot 2r}{N_t - 1} \approx \frac{b - N_t \cdot 2r}{N_t} = \frac{b}{N_t} - 2r.$$

Če upoštevamo, da velja $N_t = V/\pi r^2 l$, sledi

$$d = \frac{\pi b l}{V} r^2 - 2r.$$

V nadaljevanju nas zanima tudi razdalja D_t med središči tub, zato zgornjemu rezultatu prištejemo $2r$. Dobimo:

$$D_t = \frac{\pi b l}{V} r^2 = \text{konst. } S_t.$$

Vidimo, da je razdalja med tubami premo sorazmerna s površino osnovne ploskve tube.

Matematična analiza tretje faze

Skupni volumen negativnih kristalov v verigi je:

$$V_t = N \cdot \frac{4\pi r^3}{3},$$

in mora biti enak kot začetni volumen tube. Od tod sledi za število negativnih kristalčkov v verigi:

$$N = \frac{3V_t}{4\pi R^3}.$$

Površinska potencialna energija negativnih kristalov v verigi je:

$$W_p = k \cdot N \cdot 4\pi R^2 = \frac{3kV_t}{R}.$$

Prav tako predpostavimo, da je razdalja d med negativnimi kristali ter njihov radij R geometrično povezan s prvotno dolžino tube, in sicer:

$$l = N \cdot 2R + (N - 1)d.$$

Od tod sledi za razdaljo d

$$d = \frac{l - N \cdot 2R}{N - 1} = \frac{l - \frac{3V_t}{4\pi R^3} \cdot 2R}{N - 1} = \frac{l - \frac{3V_t}{2\pi R^2}}{N - 1}.$$

Če nadaljujemo:

$$d = \frac{l - \frac{3V_t}{2\pi R^2}}{\frac{3V_t}{4\pi R^3} - 1} \approx \frac{l - \frac{3V_t}{2\pi R^2}}{\frac{3V_t}{4\pi R^3}} = \frac{\left(l - \frac{3V_t}{2\pi R^2}\right) \cdot 4\pi R^3}{3V_t} = \frac{4\pi R^3 l - 6V_t R}{3V_t}$$

$$= \frac{4\pi l}{3V_t} R^3 - 2R.$$

Če nas zanima razdalja med središči negativnih kristalov D , zgornjemu rezultatu prištejemo $2R$ in dobimo:

$$D = \frac{4\pi l}{3V_t} R^3.$$

Prišli smo do pomembnega rezultata, ki kaže, da je razdalja med negativnimi kristali premo sorazmerna s kubom njihovega radija. Pri tem velja, da je skupna površinska energija kristalov manjša od skupne površinske energije tube:

$$k2\pi r l \geq \frac{3kV_t}{R},$$

od koder sledi:

$$R \geq \frac{3}{2} r.$$

Radij negativnega kristala je torej večji kot je začetni radij tube, iz katerega je negativni kristal nastal.

Število prostostnih stopenj pri nastajanju negativnih kristalov

Zgornji rezultati nazorno kažejo, da je razdalja med negativnimi kristali v verižicah odvisna od njihovega radija:

$$D = konst. \cdot R^n$$

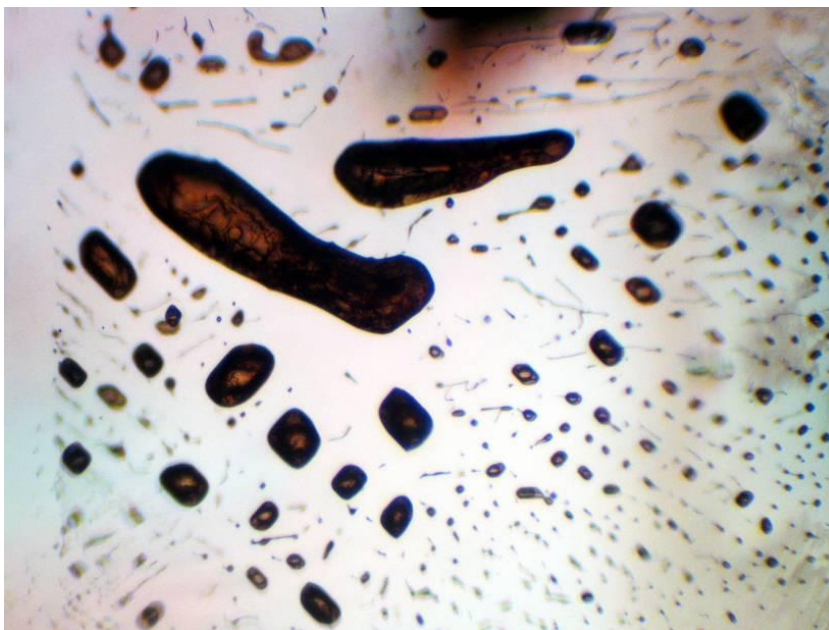
$$R = konst. \cdot D^{1/n}$$

Tu je n prostostna stopnja modela. V drugi fazi nastajanja (nastajanje tub) negativnih kristalov je število prostostnih stopenj $n=2$, v tretji fazi pa je število prostostnih stopenj $n=3$. Možno bi bilo postaviti tudi bolj kompleksne modele, kjer bi bilo število prostostnih stopenj drugačno. V nadaljevanju analiziram, koliko je prostostnih stopenj v primeru kristalov iz Bezuljaka in Crngroba.

MERITVE IN REZULTATI

Vse statistične meritve so bile izvedene na močno povečanem, vendar proporcionalno nespremenjenem fotomikrografskem posnetku kristala iz najdišča pri Bezuljaku. Razlog za izbiro prav tega primerka je izredna številčnost tekočinskih vključkov in njihova jasna izraženost ter navidezna povezanost v 'verige'.

Domnevamo, da je sistem negativnih kristalov nastal z razpadanjem razpoke, v katero je bila ujeta tekočina. Na spodnji sliki vidimo, da je vzorec sestavljen iz velikega števila manjših negativnih kristalov in manjšega števila večjih, ki se še niso popolnoma izoblikovali. Jasna je tudi urejenost negativnih kristalov v verižice, ki so med seboj približno vzporedne. Domnevamo, da so te verižice nastale z razpadom razpoke na drobne med seboj vzporedne tube (2. faza), kasneje pa so te tube nadalje razpadle na verižice negativnih kristalov (3. faza).



Posnetek mreže negativnih kristalov, na katerem so bile izvedene meritve; 40X povečano.

V tem besedilu nas je zanimal nastanek in statistična porazdelitev negativnih kristalov v vzorcu. V ta namen smo izvedli analizo na sledeč način:

a) Posamezni vključki

- Fotomikrografski posnetek kristala z vključki (zgoraj) v digitalni obliki je bil povečan in natisnjen. Število vseh analiziranih vključkov v kristalu je 573, od tega 527 pravilnih (že oblikovanih v približno elipsoidno obliko) in 46 nepravilnih (izrazito

podolgovatih, v stanju pred ali med procesom preoblikovanja in zavzemanja notranje kristalne zgradbe).

- Vsakemu vključku smo določili površino na fotografiji po formuli za elipsoidne like $S = \pi ab/4$.

b) Verige in razdalje med vključki

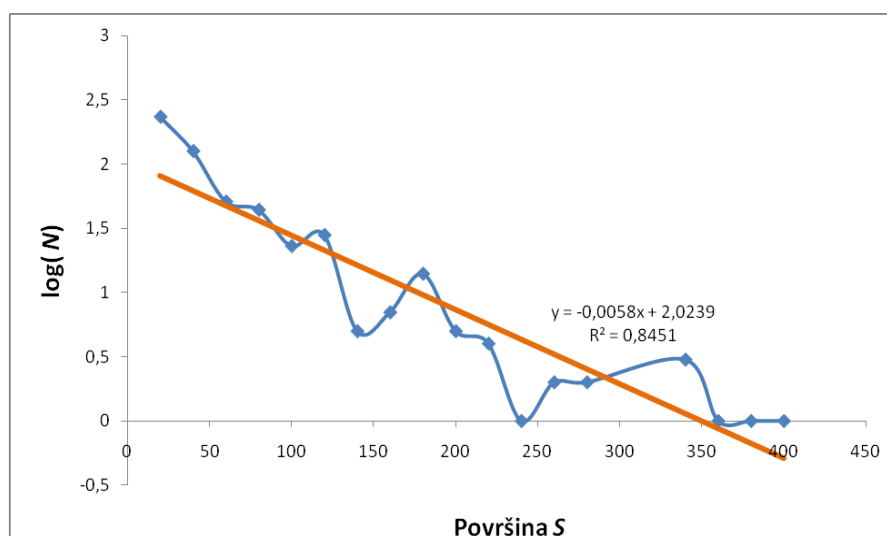
- Izbrali smo 14 najizrazitejših verig
- V vsaki verigi smo izmerili središčno razdaljo med sosednjima mehurčkoma

Analiza meritev

Na spodnjih grafih so prikazani rezultati naših statističnih analiz. Kot enote so bile uporabljene neke abstraktne enote »e« in »e²«.

1. Odvisnost $\log(N)$ od S

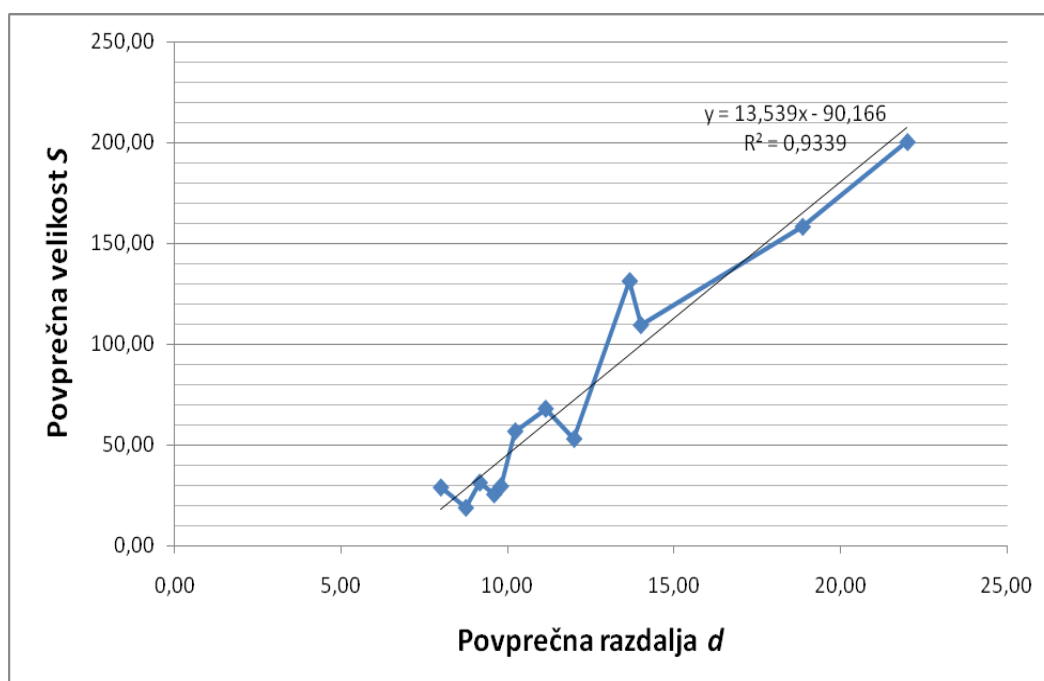
Najbolj jasno odvisnost porazdelitve velikosti od površine ponazarja graf, kjer je na y-osi namesto števila negativnih kristalov N prikazan logaritem tega števila $\log(N)$. Odvisnost kaže določene maksimume in minimume, vendar jo lahko zelo dobro aproksimiramo z linearno funkcijo $\log(N) = -0.0058 \cdot S + 2.0239$ s korelacijskim faktorjem približno 85 %.



2. Odvisnost S od d

V drugem delu nas je zanimala povezava med povprečno razdaljo med negativnimi kristali in njihovo velikostjo. Merilo velikosti je bila površina kristala na fotografiji.

Na spodnjem grafu je prikazana odvisnost povprečne razdalje negativnih kristalov v posamezni verigi in povprečne velikosti teh kristalov v isti verigi. Odvisnost spet lahko aproksimiramo z linearno funkcijo $S = 13,539 \cdot d - 90,166$ z korelacijskim koeficientom približno 93 %.

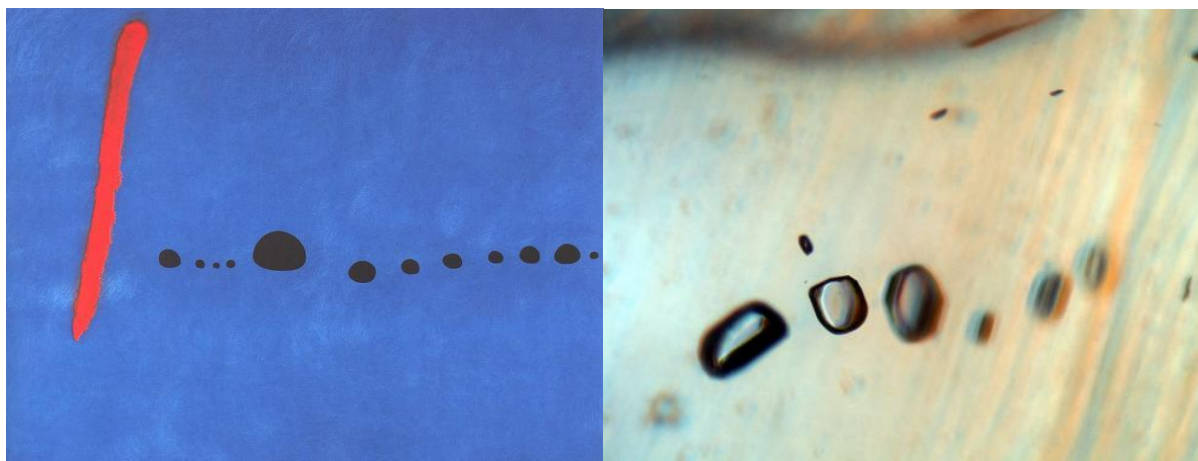


INTERPRETACIJA IN ZAKLJUČKI

Statistična analiza porazdelitve števila negativnih kristalov v odvisnosti od njihove velikosti je pokazala, da je logaritem števila linearno odvisen od velikosti. Takšna odvisnost je v fiziki dobro znana pri porazdelitvah potresov pod imenom Gutenberg-Richterjeva porazdelitev. Videti je, da v ozadju nastajanja negativnih kristalov delujejo podobne fizikalne zakonitosti kot pri nastajanju prelomov v zemeljski skorji. To je razumljivo, saj gre pri obeh pojavih za problem minimalne površine. Znano je tudi, da Gutenberg-Richterjeva porazdelitev opisuje sisteme prelomov s fraktalnimi lastnostmi. **Lahko zaključimo, da je analiziran vzorec negativnih kristalov fraktal.**

Še bolj zanimiva je analiza odvisnosti razdalje med vključki od njihove velikosti, ki se jo prav tako da dobro aproksimirati z linearno funkcijo. **Glede na v predhodnih poglavjih opisan matematični model nastajanja verig negativnih kristalov je očitno, da se naše meritve ujemajo s teorijo v primeru, če je število prostostnih stopenj enako 1.**

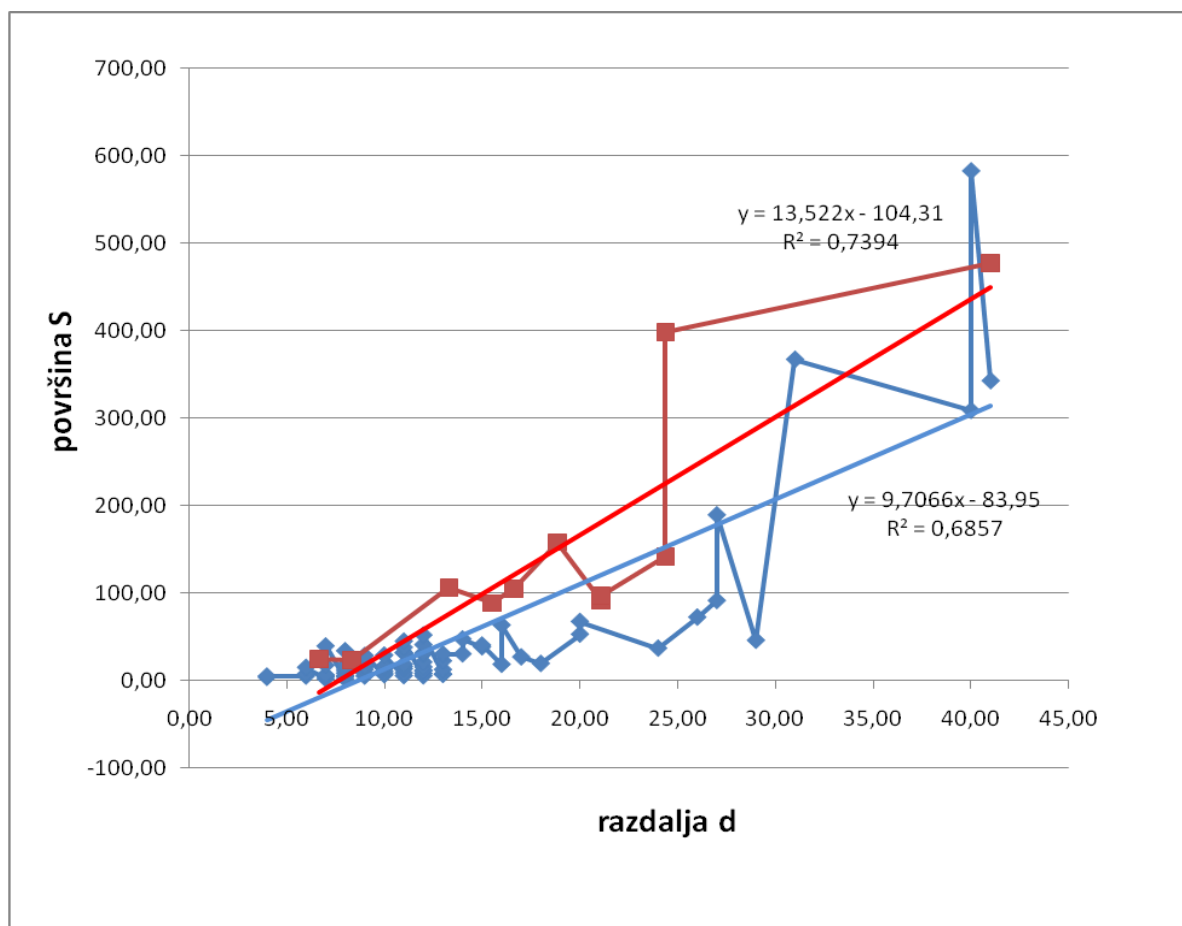
Za dodatek smo analizirali tudi ujemanje naših ugotovitev v zvezi z negativnimi kristali v naravi s podobnim vzorcem, ki ga je na umetniški sliki »The Blue II« upodobil Joan Miró.



Mirójeva slika »The Blue II« in podobnost s serijo negativnih kristalov

Tudi na Mirójevi sliki vidimo nekakšne krožne lise, postavljene v verigo. Lise imajo različno velikost in so v različnih medsebojnih razdaljah. Na sledečem grafu je prikazana odvisnost površine lis S od medsebojne razdalje d za Mirójevo sliko in za negativne kristale v našem vzorcu. Ujemanje je presenetljivo natančno. Pojavi se vprašanje, kako je to mogoče. Na to

vprašanje v tem besedilu ne bom odgovorila, ker posega na področje nevroznanosti in psihologije. Vsekakor lahko domnevamo, da ne gre za naključje. Domnevamo lahko, da so v ozadju fizikalno-matematične zakonitosti, ki naddoločajo obnašanje sistemov, kakršni so kristali in možgani. Obstoj Plateujevega problema pri delovanju možganov nenazadnje dokazujejo številne nevrološke in psihološke raziskave (glej npr. Arnheim, 1954)



Primerjava odvisnosti površine lis na Mirójevi sliki (rdeče) in v verigah negativnih kristalov (modro). Za primerjavo smo uporabili meritve opravljene na kristalu iz Bezuljaka.

Viri in literatura

1. Rečnik, A., 2007: Nahajališča mineralov v Sloveniji. Institut Jožef Stefan, 383 str.
2. Žalohar, J., Stare, F., 2009: Fotomikrografija kristalov. Društvene novice 41, str. 18-20.
3. Žalohar, J., Stare, F., 2009: Kristali malo drugače. GEA XIX, str. 45.
4. Arnheim, R., 1954: Art and Visual Perception. University of California Press, 508 p.