

Aritmetično zaporedje

1. Določi vsoto vseh sodih števil do vključno števila 150. [5700]
2. Določi 17. člen aritmetičnega zaporedja, če je prvi člen x^2 in diferenca $\frac{x}{8} + \frac{1}{16}$.
[$(x+1)^2$]
3. Poišči aritmetično zaporedje, če je
 - a) $d = -3, n = 8, S_n = 12$.
 - b) $S_{15} - S_4 = 119\frac{5}{8}, S_{26} - 2S_{10} = 223\frac{5}{8}$
4. Koliko členov ima aritmetično zaporedje, če je prvi člen $\frac{1}{x+y}$, diferenca $\frac{1-x+y}{5 \cdot (x^2 - y^2)}$, zadnji člen pa $\frac{1}{x^2 - y^2}$. [n=6]
5. Koliko je sodih števil med 100 in 500? [199]
6. Cifre nekega trimestnega števila predstavljajo naraščajoče aritmetično zaporedje. Če to število delimo z vsoto teh cifr, dobimo količnik 12 in ostanek 3. Če se številu doda 594, dobimo število zapisano z istimi ciframi ampak v obratnem vrstnem redu. [147]
7. Cifre nekega števila tvorijo aritmetično zaporedje. Vsota njegovih cifr je 18, produkt vsote prvih dveh števil s tretjim številom pa 81. Določi število. [369]
8. Stranite trikotnika tvorijo aritmetično zaporedje z razliko 1 cm. Določi vse stranice, če je površina trikotnika 84cm^2 . [13,14,15]
9. Določi kote pravokotnega trikotnika, če njihovi sinusi tvorijo aritmetično zaporedje. [$\alpha = 52^\circ 8'$]
10. Stranici pravokotnika in diagonala tvorijo aritmetično zaporedje z diferenco $d = 3$. Poišči stranice.
11. Koliko členov je treba vrniti med 2 in 5, da nastane aritmetično zaporedje, če je razmerje med vsoto vrnjenih členov in vsoto vseh členov enaka 5:7. [5]
12. Preveri ali je zaporedje aritmetično $a_n = \frac{2n-3}{n+2}$.
13. Za katere vrednosti parametra x , je zaporedje aritmetično :
 - a) $1 + \sqrt{x}, 2 + 2\sqrt{x}, 4 + 4\sqrt{x}, \dots$ [ni rešitve]
 - b) $x+1, 2x+3, x^2 + 4x + 5 \dots$ [$x=-1, x=0$]
14. Preveri ali je zaporedje naraščajoče ali padajoče :
 - a) $a_n = \frac{3n+2}{2n+1}$
 - b) $a_n = \frac{35+n^2}{2n}$

Geometrijsko zaporedje

15. Določi geometrijsko zaporedje , če je: $a_1 + a_2 + a_3 = 7, a_2 \cdot a_4 = 16$.
16. V geometrijskem zaporedju (8 členov) je vsota prvih štirih členov 81 krat manjša od vsote naslednjih štiri. Če je vsota četrtega in petega člena enaka 108, določi zaporedje!
17. V geometrijskem zaporedju je količnik enak 2. Določi člen zaporedja , ki je za p večji od vsote vseh predhodnih členov. [5]
18. Določi število x , da bo zaporedje geometrijsko :
- a) $x^2 - 1, x^2, x^2 + 1$ [ni rešitve]
- b) $x^2 - 3x + 1, 2x^2 - 4x - 3, 4x^2 - 4x - 15$ [3, 8/3]
19. Vsota prvih treh členov geometrijskega zaporedja je S. Če člene po vrsti pomožimo z 1,2, in 3 je vsota členov S1. Kateri niz je to ? (S=7, S1 = 17)
[R1: a102,q=2; R2 : a1=1673, q= -5/4]
20. Stranice trikotnika tvorijo geometrijsko zaporedje. Obseg trikotnika je 57, srednja stranica je 6/13 vsote ostalih dveh stranic. Določi stranice trikotnika. [12,18,27]
21. Poišči tri števila, ki tvorijo A zaporedje in druga tri števila, ki tvorijo G zaporedje, za katera velja : če se členom A zaporedja zaporedno prištejejo geometrijske člene, dobimo števila 27,39, in 87. Vsota vseh treh členov A zaporedja je 96. [R1: 26,32,38 (A); 1,7,49 (G), R2 : -22,32,86 (A). 49,7,1 G)]
22. Tri števila tvorijo A zaporedje in dajo vsoto 15. Če se tem številom prišteje zaporedno števila 1,4,9, dobimo tri števila , ki tvorijo G zaporedje.[26,5,-16 ali 2,5,8]
23. Tri števila tvorijo A zaporedje . Če prvo število zmanjšamo za 1, drugo za 2, tvorijo nova števila G zaporedje. Količnik je enak polovici difference A zaporedja. Katera števila so to ? [4,8,12, ali 7/3,4/3,1/3]

Zaporedja

24. Določi naraščanje zaporedja :

a) $a_n = \frac{n-1}{n+2}$ b) $a_n = n^3 - 12n^2 + 29n + 18$

25. Preveri ali zaporedje konvergentno

a) $a_n = \frac{3n^2 2n + 8}{5n - 3}$.

b) $a_n = \frac{2n^2 3n + 2}{5n^2 + 4n - 7}$

26. Poišči stekališča in limite zaporedij :

a) $a_n = \frac{n+1}{2n}$ b) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n}{n+1}$

27. V zaporedju $a_n = n/(4n+1)$ določi N za $O_\varepsilon(a)$. $\varepsilon = 0.003$.

Končne vrste

28. Zapiši vrednost končnih vrst :

a) $1 + 5 + 12 + 22 + 35 + 51 + \dots + n(3n-1)/2$ $[n^2(n+1)/2]$

b) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{((4n-3)(4n+1))}$ $[n/(4n+1)]$

Matematična indukcija

1. Dokaži enakosti :

a. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b. $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$

c. $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

d. $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx = \frac{\sin \frac{n+1}{2} x}{\sin \frac{x}{2}} \cdot \sin \frac{nx}{2}$

e. $9 \mid (4^n + 15n - 1)$

f. $323 \mid (400^n + 256^n - 9^n - 1)$

Računanje z limitami

1. Izračunaj limito zaporedja s splošnim členom in ugotovi, kateri členi zaporedja so v predpisani ε okolici limite:

a) $a_n = \frac{(-1)^n}{10n}$, $\varepsilon = 0,001$, $[0]$ b) $a_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$, $\varepsilon = \frac{1}{100}$, $[0]$ c) $a_n = (-0,9)^n$,

$\varepsilon = 10^{-4}$, $[0]$ d) $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$, $\varepsilon = 0,1$, $[0]$

2. Izračunaj : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n} \right)^{2n}$ $[e^{\frac{2}{3}}]$