

Napoved preizkusa znanja

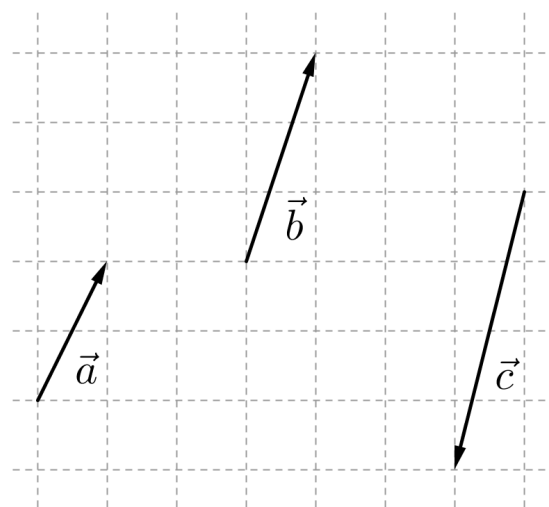
Preizkus znanja v 2a iz kotnih funkcij in vektorjev (do linearne kombinacije), 3. 4. 2012
(vse naloge so enakovredne - 8 točk)

1. S kotnimi funkcijami izračunajte kvadratni (kubični) koren kompleksnega števila - 22. DN
2. Izračunajte natančne vrednosti ostalih kotnih funkcij, če poznate vrednost ene.
Poenostavite izraz s kotnimi funkcijami z uporabo zvez med njimi. - 23. DN
3. Uporabite kotne funkcije v geometriji - 24. in 25. DN
4. Konstruirajte kot, če poznate vrednost njegove kotne funkcije in ga izmerite z geotrikotnikom.
S preходом na ostre kote natančno izračunajte izraz s kotnimi funkcijami. - 26. DN
5. V mreži so trije medsebojno neodvisni vektorji. Enega geometrijsko razstavite na kombinacijo drugih dveh, nato isto še izračunajte z razstavljanjem na vektorja, ki sestavljata ortonormirano bazo $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ - 29. DN
6. Z uporabo izbranih baznih vektorjev izračunajte delilno razmerje daljice v trikotniku, paralelogramu ipd. - 27., 28., 30. in 31. DN

Preizkus znanja v 2a iz kotnih funkcij in vektorjev (do linearne kombinacije), 3. 4. 2012
(vse naloge so enakovredne - 8 točk)

1. S kotnimi funkcijami izračunajte kvadratni koren kompleksnega števila $7 + 24i$.
2. Izračunajte natančne vrednosti ostalih kotnih funkcij, če veste da je kot top in je $\sin \varphi = \frac{3}{5}$.
3. V enakokrakem trapezu z osnovnicama $a = 12\text{cm}$ in $c = 6\text{cm}$ je kot ob osnovnici $\alpha = 73^\circ$. Izračunajte dolžino kraka.
4. a) V enotski krožnici z radijem 10 kvadratkov poiščite oba kota od 0° do 360° , za katera je $\sin \varphi = -\frac{5}{6}$ in ju izmerite z geotrikotnikom.
b) S prehodom na ostre kote natančno izračunajte izraz $\frac{\cos 150^\circ \cdot \cot 120^\circ}{\sin 150^\circ \cdot \tan 135^\circ}$.

5. V mreži so trije medsebojno neodvisni vektorji. Enega, to je $\vec{c}$, geometrijsko razstavite na kombinacijo drugih dveh, nato isto še izračunajte z razstavljanjem na vektorja, ki sestavljata ortonormirano bazo $\{\vec{i}, \vec{j}\}$. Na karirastem papirju izberi pri prerinovanju dva kvadrata za enoto.



6. V pravokotniku $ABCD$ leži točka E na stranici AB tako, da je $|AE| : |AB| = 1 : 5$ točka F pa na stranici BC tako, da je $|BF| : |FC| = 2 : 1$. Točka G je presek daljic AF in EC . Izračunajte razmerje daljic $|EG| : |GC|$.

Rešitve:

1. S kotnimi funkcijami izračunajte kvadratni koren kompleksnega števila $7 + 24i$.

$$\sqrt{z} = \sqrt{7 + 24i} = a + bi$$

Modul, oziroma absolutna vrednost števila je

$$|7 + 24i| = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$$

Modul korena enak korenu modula korenjenca.

$$|a + bi| = \sqrt{25} = 5$$

Ko iščemo kot (argument) uporabimo funkcijo tangens.

$$\text{Argument števila } 7 + 24i \text{ je: } \tan \varphi_{\text{korenjenca}} = \frac{24}{7}$$

Na kalkulatorju preberemo s tipko $\tan^{-1}$ ustrezen kot:

$$\varphi_{\text{korenjenca}} = 73,74^\circ \quad \text{Pri korenjenju se kot razpolovi.}$$

$$\text{Tako dobimo argument}_{\text{kot}} \text{ korena: } \varphi_{\text{korena}} = 36,87^\circ$$

$$\text{Sedaj uporabimo funkcijo sinus } \sin 36,87^\circ = 0,60$$

Tako vrednost moramo dobiti, če delimo

$$\text{dolžino nasprotne katete (} b \text{) in hipotenuze (= 5) } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b}{5} = 0,6 \Rightarrow b = \underline{3}$$

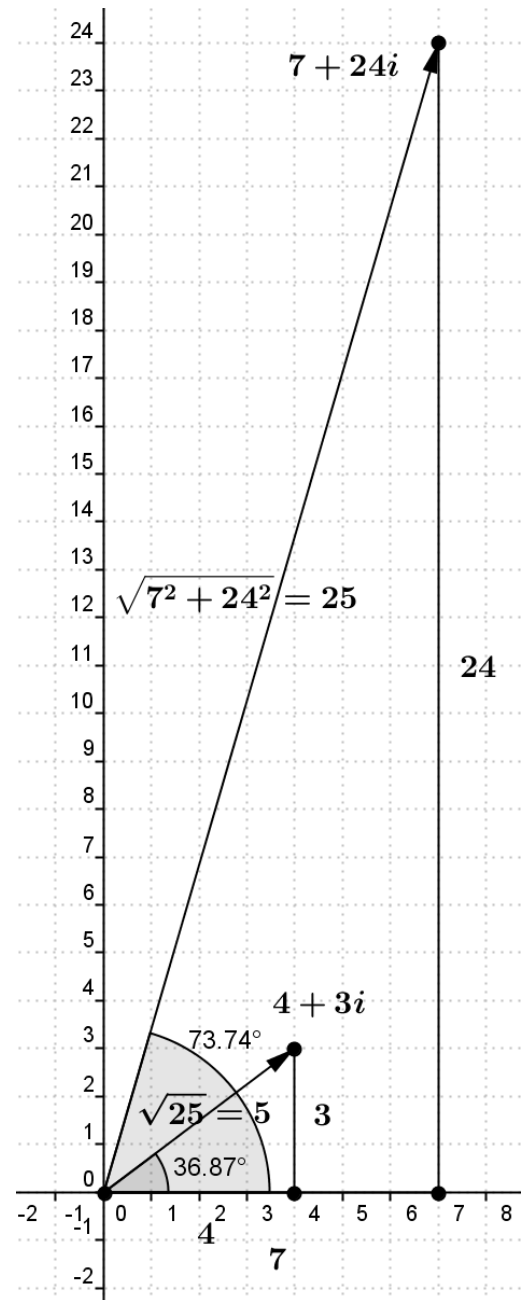
Za vrednost realne komponente korena (a) podobno

$$\text{uporabimo funkcijo kosinus } \cos 36,87^\circ = 0,80 = \frac{a}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \underline{4} \quad \text{Rešitev je } \underline{\underline{\sqrt{7 + 24i} = 4 + 3i}}$$

Za vsak primer napravimo preizkus

$$(4 + 3i)^2 = 16 + 24i - 9 = 7 + 24i$$



2. Izračunajte natančne vrednosti ostalih kotnih funkcij, če veste da je kot top in je $\sin \varphi = \frac{3}{5}$.

Za izračun kosinusa uporabimo zvezo $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$. Ker je kot top, mora biti kosinus negativen, zato vzamemo koren z negativnim predznakom.

$$\cos \varphi = -\sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{25}{25} - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = \underline{\underline{-\frac{4}{5}}}$$

$$\text{Za izračun tangensa uporabimo zvezo } \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \underline{\underline{-\frac{3}{4}}}$$

$$\text{Kotangens pa je obratna vrednost tangensa } \Rightarrow \cot \varphi = \underline{\underline{-\frac{4}{3}}}$$

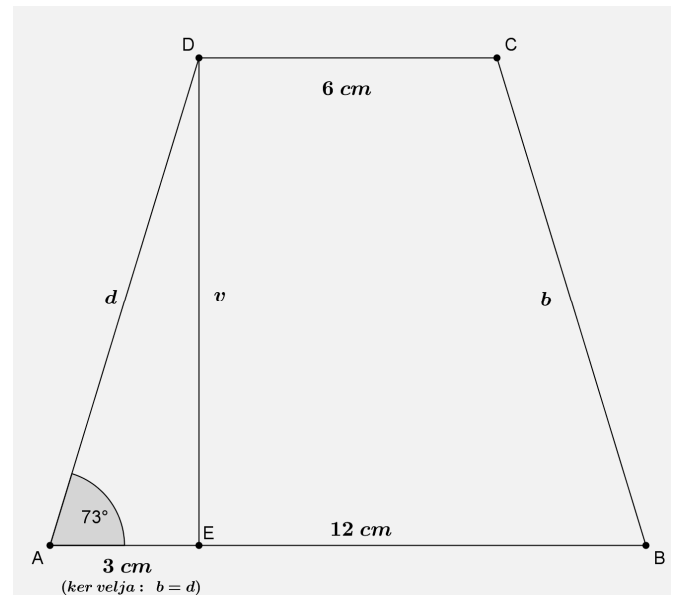
3. V enakokrakem trapezu z osnovnicama $a = 12\text{ cm}$ in $c = 6\text{ cm}$ je kot ob osnovnici $\alpha = 73^\circ$. Izračunajte dolžino kraka.

Iz risbe razberemo, da velja

$$\cos 73^\circ = \frac{3}{d}$$

$$d = \frac{3}{\cos 73^\circ} = \frac{3}{0,2924}$$

$$\underline{\underline{b = d = 10,26\text{ cm}}}$$

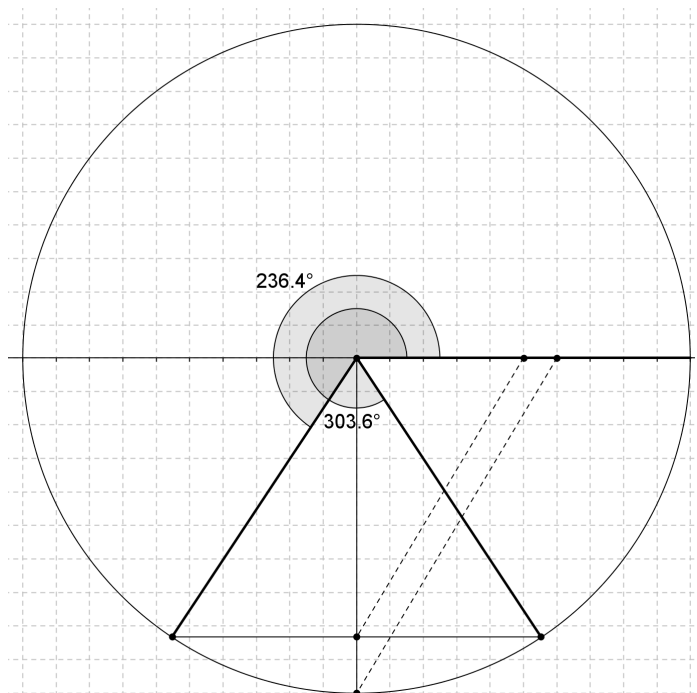


4. a) V enotski krožnici z radijem 10 kvadratkov poiščite oba kota od 0° do 360° , za katera je $\sin \varphi = -\frac{5}{6}$ in ju izmerite z geotrikotnikom.

Z geotrikotnikom izmerimo ostri kot, okoli $56,4^\circ$, nato izračunamo oba kota:

$$180^\circ + 56,4^\circ = 236,4^\circ$$

$$360^\circ - 56,4^\circ = 303,6^\circ$$

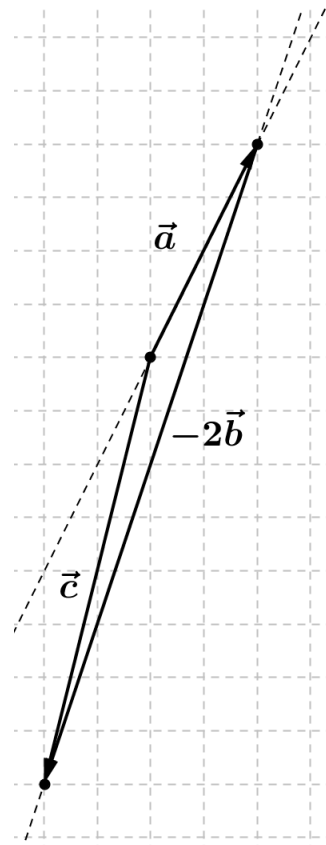


- b) S preходом na ostre kote natančno izračunajte izraz $\frac{\cos 150^\circ \cdot \cot 120^\circ}{\sin 150^\circ \cdot \tan 135^\circ}$.

$$\begin{aligned} \frac{\cos 150^\circ \cdot \cot 120^\circ}{\sin 150^\circ \cdot \tan 135^\circ} &= \frac{\cos(180^\circ - 30^\circ) \cdot \cot(180^\circ - 60^\circ)}{\sin(180^\circ - 30^\circ) \cdot \tan(180^\circ - 45^\circ)} = \frac{-\cos 30^\circ \cdot (-\cot 60^\circ)}{+\sin 30^\circ \cdot (-\tan 45^\circ)} = \\ &= \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}{+\frac{1}{2} \cdot (-1)} = \frac{\frac{3}{6}}{-\frac{1}{2}} = -1 \end{aligned}$$

5. V mreži so trije medsebojno neodvisni vektorji. Enega, to je $\vec{c}$, geometrijsko razstavite na kombinacijo drugih dveh, nato isto še izračunajte z razstavljanjem na vektorja, ki sestavljata ortonormirano bazo $\{\vec{i}, \vec{j}\}$. Na karirastem papirju izberite pri prerinovanju dva kvadrata za enoto.

$$\begin{aligned}\vec{c} &= -\vec{i} - 4\vec{j} = (-1, -4) \\ \vec{a} &= \vec{i} + 2\vec{j} = (1, 2) \quad \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} = (1, 3) \\ \vec{c} &= m\vec{a} + n\vec{b} \\ (-1, -4) &= m(1, 2) + n(1, 3) = (m, 2m) + (n, 3n) \Rightarrow \\ \Rightarrow (-1, -4) &= (m + n, 2m + 3n) \Rightarrow \\ \Rightarrow m + n &= -1 \text{ in } 2m + 3n = -4 \\ m &= -1 - n \text{ vstavimo v drugo enačbo:} \\ 2(-1 - n) + 3n &= -4 \Rightarrow -2 - 2n + 3n = -4 \Rightarrow n = -2 \\ \text{in } m &= -1 + 2 = 1 \quad \underline{\underline{\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}}}\end{aligned}$$



6. V pravokotniku $ABCD$ leži točka E na stranici AB tako, da je $|AE| : |AB| = 1 : 5$ točka F pa na stranici BC tako, da je $|BF| : |FC| = 2 : 1$. Točka G je presek daljic AF in EC . Izračunajte razmerje daljic $|EG| : |GC|$.

Izberemo bazo $\vec{a}$ in $\vec{b}$ in izrazimo v njej

vektor $\vec{EG}$ na dva načina.

$$\vec{EG} = m\vec{EC} = m\left(\frac{4}{5}\vec{a} + \vec{b}\right) = \frac{4}{5}m\vec{a} + m\vec{b}$$

$$\vec{EG} = -\frac{1}{5}\vec{a} + \vec{AG}$$

$$\vec{AG} = n\vec{AF} = n\left(\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) = n\vec{a} + \frac{2}{3}n\vec{b}$$

$$\vec{EG} = -\frac{1}{5}\vec{a} + n\vec{a} + \frac{2}{3}n\vec{b} = \left(n - \frac{1}{5}\right)\vec{a} + \frac{2}{3}n\vec{b}$$

$$\frac{4}{5}m = n - \frac{1}{5} \text{ in } m = \frac{2}{3}n \xrightarrow{\text{vstavimo}}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}n = n - \frac{1}{5} \Rightarrow 8n = 3n - 3 \Rightarrow n = \frac{3}{7}$$

$$m = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \Rightarrow |EG| : |EC| = 2 : 7$$

$$\underline{\underline{|EG| : |GC| = 2 : 5}}$$

