

1. d, 9. 12. 2013 Priimek in ime _____

Številski sistemi, Vennovi diagrami, razstavljanje, potence z naravnim eksponentom

Vsaka naloga je vredna 8 točk, največje število točk je 48.

Za zadostno je potrebnih vsaj 24 točk, za dobro 30, za prav dobro 36, za odlično pa vsaj 42 točk.

Skupno število točk	Ocena
---------------------	-------

1) Izračunajte $453_{(7)} + 453_{(9)} = X_{(6)}$

število točk od 8

Najprej pretvorimo vse v desetiški sistem, ker znamo v njem seštevati.

$$453_{(7)} = 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7 + 3 = 234 \quad 453_{(9)} = 4 \cdot 9^2 + 5 \cdot 9 + 3 = 372$$

$$234 + 372 = \underline{606}$$

Rezultat pretvorimo v šestiški sistem.

$$606 : 6 = 101 \quad 101 : 6 = 16 \quad 16 : 6 = 2_{\text{tisočice}} \Rightarrow 606 = \underline{\underline{2450_{(6)}}}$$

$0_{ost} \rightarrow \text{enice} \quad 5_{ost} \rightarrow \text{desetice} \quad 4_{ost} \rightarrow \text{stotice}$

Za kontrolo bomo pretvorili $3113_{(6)}$ še nazaj, v desetiški sistem.

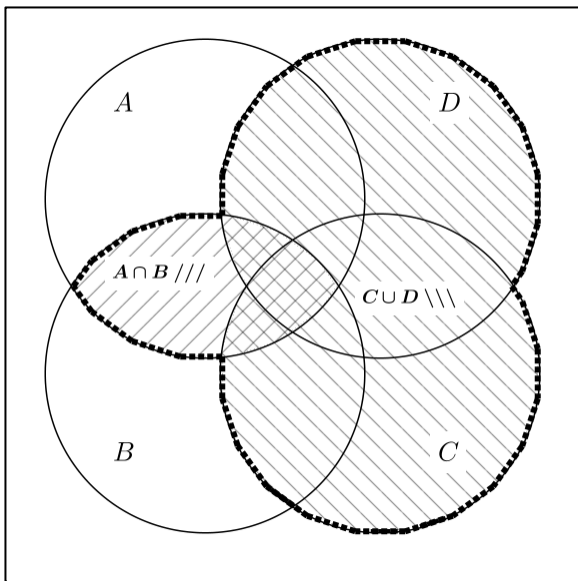
$$2450_{(6)} = 2 \cdot 6^3 + 4 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 0 = 432 + 133 + 30 = 606_{OK}$$

- 2.) S šrafitiranjem (črtkanjem) Vennovih diagramov v dveh različnih smereh predstavite različne kombinacije unije in preseka množic. Končni rezultat vsakokrat obkrožite. Zapišite, ali morda dajo katere od kombinacij isti rezultat.

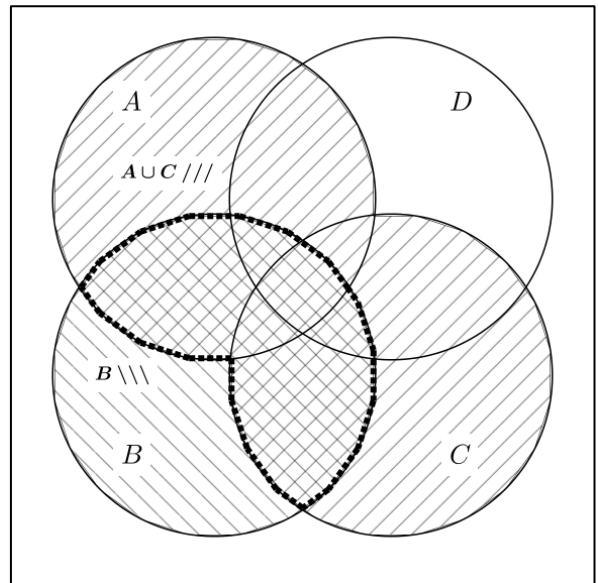
število
točk od 8

Enak rezultat dasta 1. in 4. naloga ter 2. in 3. naloga. Rezultati so črtkano obkroženi.

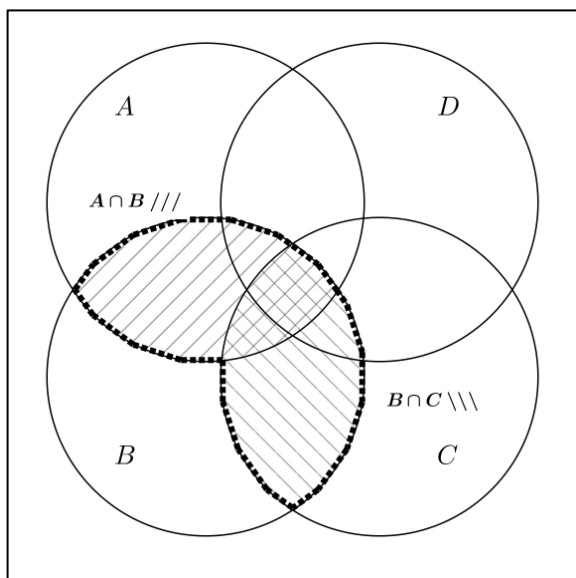
1. $(A \cap B) \cup (C \cup D)$



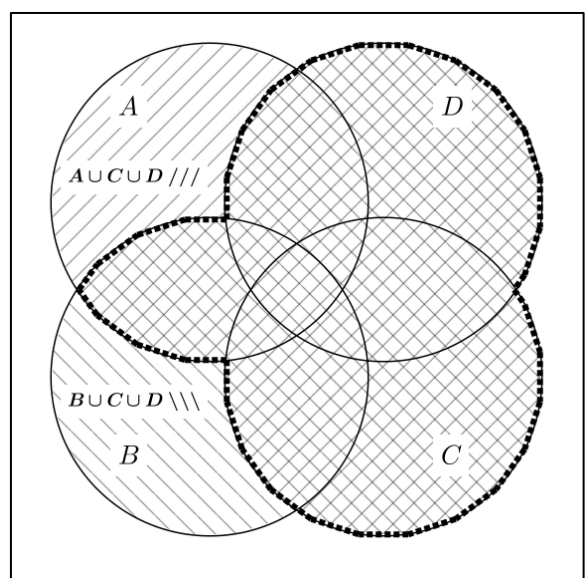
2. $(A \cup C) \cap B$



3. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$



4. $(A \cup C \cup D) \cap (B \cup C \cup D)$



3.a) Izračunajte, koliko je $(x + y)^7$, tako da si pomagajte s Pascalovim trikotnikom.

S Pascalovim trikotnikom poiščemo koeficiente

					1							
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	
	1	6		15		20		15		6		1
1	7	21		35		35		21		7		1

$$(x + y)^7 = x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$$

b) Razstavite $x^7 + y^7$

$$x^7 + y^7 = (x + y)(x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6)$$

4.a) Razstavite $x^2y^2 + 12xy - 28$

Po Vietovem pravilu:

$$x^2y^2 + 12xy - 28 = \underline{\underline{(xy + 14)(xy - 2)}}$$

b) Razstavite $x^5 - 8x^2 - 4x^3 + 32$

Pri izpostavljanju združujemo po dva člena.

$$x^5 - 8x^2 - 4x^3 + 32 = x^2(x^3 - 8) - 4(x^3 - 8) = (x^3 - 8)(x^2 - 4)$$

Dobljena dvočlenika lahko razstavimo še naprej.

$$(x^3 - 8)(x^2 - 4) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x - 2)(x + 2)$$

Na koncu še urejeno zapišemo.

$$x^5 - 8x^2 - 4x^3 + 32 = \underline{\underline{(x - 2)^2 (x + 2)(x^2 + 2x + 4)}}$$

c) Razstavite $x^2 - y^2 + 6yz - 9z^2$

Zadnje tri člene združimo z izpostavitvijo minusa, dobljeni tričlenik je popoln kvadrat.

$$x^2 - (y^2 - 6yz + 9z^2) = x^2 - (y - 3z)^2$$

Dobili smo razliko kvadratov.

$$x^2 - (y - 3z)^2 = (x - (y - 3z))(x + (y - 3z))$$

$$x^2 - y^2 + 6yz - 9z^2 = \underline{\underline{(x - y + 3z)(x + y - 3z)}}$$

5) Razstavite s poskušanjem, pri katerem x je izraz enak 0.

$$x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$$

$$I(x) = x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$$

$$I(1) = 1^4 - 1^3 - 11 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 18 = 26$$

$$I(-1) = (-1)^4 - (-1)^3 - 11 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) + 18 = 1 + 1 - 11 - 9 + 18 = 0$$

Izraz se bo dalo preoblikovati, da bomo lahko izpostavili skupni faktor $x + 1$.

$$x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18 = x^4 + x^3 - 2x^3 - 2x^2 - 9x^2 - 9x + 18x + 18$$

Združujemo po dva in dva člena.

$$x^3(x+1) - 2x^2(x+1) - 9x(x+1) + 18(x+1) = (x+1)(x^3 - 2x^2 - 9x + 18)$$

V štiričleniku bi lahko nadaljevali na podoben način kot na začetku, da bi poskušali, pri kateri vrednosti x bo izraz enak 0, vendar vidimo, da lahko združimo po dva in dva člena.

$$\begin{aligned} (x+1)(x^3 - 2x^2 - 9x + 18) &= (x+1)(x^2(x-2) - 9(x-2)) = \\ &= (x+1)(x-2)(x^2 - 9) = \underline{\underline{(x+1)(x-2)(x-3)(x+3)}} \end{aligned}$$

6.a) Poenostavite $(3a^2b^3)^2 \cdot ((-15ab^2)^3 \cdot a^2)^2 \cdot (-5b)^4$

$$\begin{aligned} (3a^2b^3)^2 \cdot ((-15ab^2)^3 \cdot a^2)^2 \cdot (-5b)^4 &= 3^2 a^4 b^6 \cdot ((-1) \cdot 3 \cdot 5ab^2)^6 \cdot a^4 \cdot (-1)^4 5^4 b^4 = \\ &= 3^2 a^4 b^6 \cdot (-1)^6 3^6 5^6 a^6 b^{12} \cdot a^4 \cdot 5^4 b^4 = \underline{\underline{3^8 5^{10} a^{12} b^{22}}} = \underline{\underline{64\,072\,265\,625 a^{12} b^{22}}} \end{aligned}$$

Koeficient lahko pustimo v razstavljeni obliki.

b) Poenostavite $3^{3n+1} + 3^{3(n+1)} - 3^2 \cdot 3^{3n} + 27^n - (3^n)^3$

$$\begin{aligned} 3^{3n+1} + 3^{3(n+1)} - 3^2 \cdot 3^{3n} + 27^n - (3^n)^3 &= 3^{3n+1} + 3^{3n+3} - 3^{3n+2} + 3^{3n} - 3^{3n} = \\ 3^{3n+1} (1 + 3^2 - 3) &= \underline{\underline{3^{3n+1} \cdot 7}} = 3 \cdot 7 \cdot 3^{3n} = \underline{\underline{21 \cdot 3^{3n}}} = \underline{\underline{21 \cdot 27^n}} \end{aligned}$$

Končni rezultat lahko izrazimo na več načinov.