

# 1a Preizkus znanja: realna števila (kvadratni koren, interval, linearne neenačbe, absolutna vrednost), koordinatni sistem (množice točk v ravnini)

16.6.11

Kriterij: 50%-zad, 62,5%-db, 75%-pdb, 87,5%-odl

Dve nalogi za 3 točke oziroma ena naloga za 6 točk sta dodatno, zato je 50% že 15 točk.

6 točk **1) Rešite enačbo.**

$$3 + \frac{11}{x-1} - \frac{10}{2x-1} - \frac{2}{4x^2-4x+1} = 0$$

$$\bullet \quad 3 + \frac{11}{x-1} - \frac{10}{2x-1} - \frac{2}{4x^2-4x+1} = 0 \Rightarrow 3 + \frac{11}{x-1} - \frac{10}{2x-1} - \frac{2}{(2x-1)^2} = 0 \quad \bigg/ \cdot (x-1)(2x-1)^2$$

$$3(x-1)(4x^2-4x+1) + 11(4x^2-4x+1) - 10(x-1)(2x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$3(4x^3-4x^2+x-4x^2+4x-1) + 44x^2-44x+11-10(2x^2-x-2x+1) - 2x+2 = 0$$

$$12x^3-24x^2+15x-3+44x^2-44x+11-20x^2+30x-10-2x+2 = 0$$

$$12x^3-x = 0 \Rightarrow x(12x^2-1) \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x^2 = \frac{1}{12} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \text{ in } x_{2,3} = \pm \frac{1}{\sqrt{12}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \underline{\underline{x_{2,3} = \pm \frac{\sqrt{3}}{6}}}$$

6 točk **2) Dana je neenačba  $mx - m^2 < 3(x-1) - 2m$**

**Obravnavajte neenačbo glede na vrednosti parametra  $m$ .**

**Za kateri  $m$  bo rešitev neenačbe interval  $(-1, \infty)$ ?**

$$\bullet \quad mx - m^2 < 3(x-1) - 2m \Rightarrow mx - m^2 < 3x - 3 - 2m \Rightarrow mx - 3x < m^2 - 2m - 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m-3)x < (m-3)(m+1) \quad \text{Ko delimo (krajšamo) z } m-3, \text{ imamo tri primere:}$$

$$1) \quad m-3 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{m > 3}} \Rightarrow \underline{\underline{x < m+1}}$$

$$2) \quad m-3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{m = 3}} \quad 0 \cdot x < 0 \cdot (m+1) \Rightarrow 0 < 0_{ni \text{ res}} \Rightarrow \underline{\underline{x \in \emptyset}}$$

$$3) \quad m-3 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{m < 3}} \Rightarrow \underline{\underline{x > m+1}} \quad \text{znak < se je obrnil}$$

**Za kateri  $m$  bo rešitev neenačbe interval  $(-1, \infty)$ ?**

To pomeni, da mora biti rešitev  $x > -1$ . To rešitev dobimo v 3. primeru pri  $m = -2$  glej zgoraj

6 točk 3) Rešite sistem neenačb, rešitev zapišite z intervali in jo predstavite na številski premici.

$$(x-1)^3 < (x-1)(x^2+x+1) - 3(x^2-1), \quad \frac{x-1}{4} + \frac{2x+\frac{3}{2}}{3} \geq -2\frac{1}{2}$$

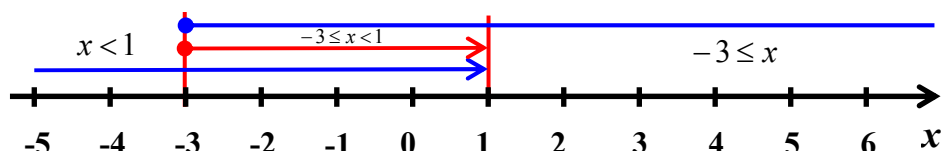
$$\bullet \quad (x-1)^3 < (x-1)(x^2+x+1) - 3(x^2-1)$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 < x^3 - 1 - 3x^2 + 3 \Rightarrow 3x < 3 \Rightarrow \underline{x < 1}$$

$$\bullet \quad \frac{x-1}{4} + \frac{2x+\frac{3}{2}}{3} \geq -2\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{4} + \frac{4x+3}{6} \geq -\frac{5}{2} \Big/ \cdot 12 \Rightarrow 3x - 3 + 8x + 6 \geq -30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11x \geq -33 \Rightarrow \underline{x \geq -3}$$

Skupna rešitev je  $x < 1 \wedge x \geq -3$  ali  $-3 \leq x < 1$  ali  $x \in [-3, 1)$ .



3 točke 4) Za  $x > 10$  in  $y \in (-2, -1)$  poenostavite izraz  $|y-x| - |2y| - |x+y|$ .

- Ugotoviti moramo, kakšen predznak imajo vsi trije izrazi.

$y-x$  je gotovo negativno, saj velja  $x > y \Rightarrow 0 > y-x$ .

$2y$  je gotovo negativno, saj je  $y$  negativen.

$x+y$  je gotovo pozitivno, saj velja  $x > -y$  in zato  $x > -y \Rightarrow x+y > 0$ .

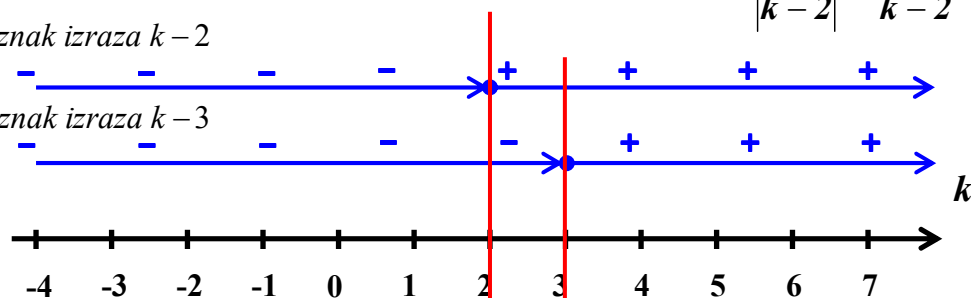
- Prvima spremenimo predznak, drugega pustimo:

$$|y-x| - |2y| - |x+y| = -y + x + 2y - x - y = 0$$

6 točk 5) Glede na vrednost parametra  $k$  poiščite vrednost izraza  $\frac{k-1}{|k-2|} - \frac{|k-3|}{k-2}$ .

predznak izraza  $k-2$

predznak izraza  $k-3$



①  $k < 2$

②  $k < 2$

②  $2 \leq k < 3$

③  $3 \leq k$

$$\frac{k-1}{|k-2|} - \frac{|k-3|}{k-2} = -\frac{k-1}{k-2} + \frac{k-3}{k-2} = \frac{-k+1+k-3}{k-2} = \frac{-2}{k-2} = \underline{\underline{\frac{2}{2-k}}}$$

②  $2 \leq k < 3$

$$\frac{k-1}{|k-2|} - \frac{|k-3|}{k-2} = \frac{k-1}{k-2} + \frac{k-3}{k-2} = \frac{k-1+k-3}{k-2} = \frac{2(k-2)}{k-2} = \underline{\underline{2}}$$

razen pri  $k = 2$ , ko  
vrednost izraza  
ni določena

③  $3 \leq k$

$$\frac{k-1}{|k-2|} - \frac{|k-3|}{k-2} = \frac{k-1}{k-2} - \frac{k-3}{k-2} = \frac{k-1-k+3}{k-2} = \underline{\underline{\frac{2}{k-2}}}$$

6 točk 6) Narišite množico vseh točk v ravnini, za katere je:  $1 < |x - 2| < 3, |y + 1| \leq 3$

- $1 < |x - 2| < 3$

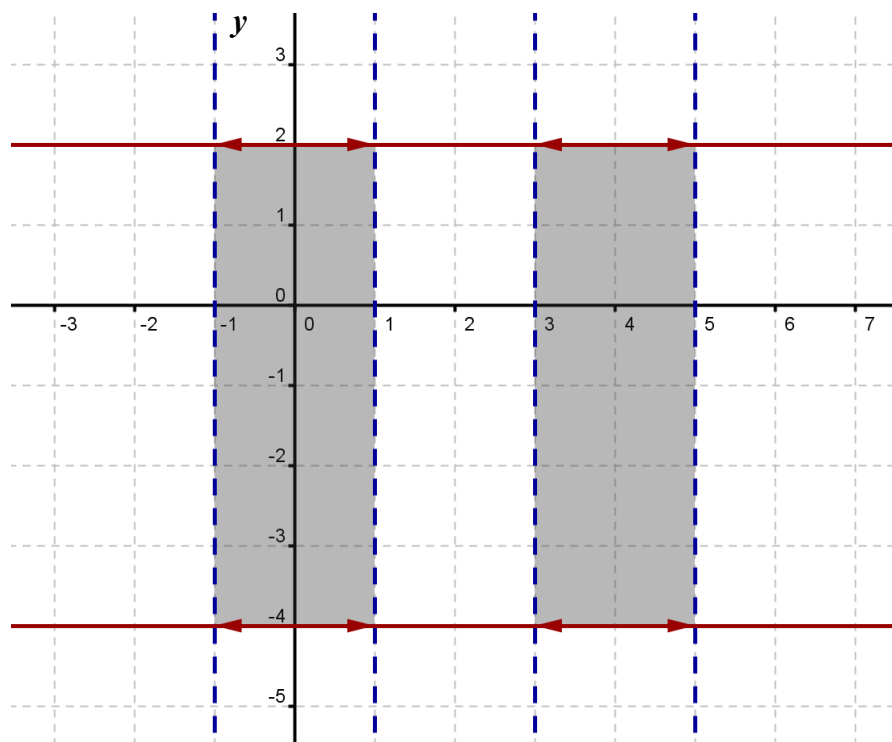
$1 < |x - 2|$   $x$  je oddaljen od 2 za več kot 1  $\Rightarrow x$  leži izven intervala  $(1, 3)$ .

$|x - 2| < 3$   $x$  je oddaljen od 2 za manj kot 3  $\Rightarrow x$  leži med  $-1$  in  $5$ .

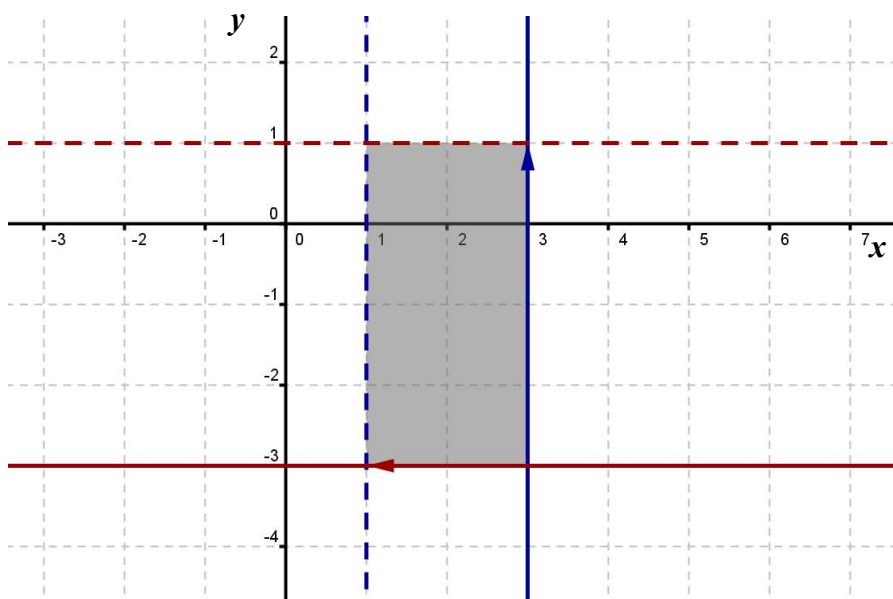
- $|y + 1| \leq 3$

$|y + 1| \leq 3 \Rightarrow |y - (-1)| \leq 3$   $y$  je oddaljen od  $-1$  za manj ali enako 3  $\Rightarrow$

$\Rightarrow y$  leži med  $-4$  in  $2$ .



3 točke 7) V koordinatnem sistemu je natisana množica točk. Opišite jo s pravokotnimi koordinatami.



- $1 < x \leq 3 \wedge -3 \leq y < 1$  ali  $x \in (1, 3]$  in  $y \in [-3, 1)$