

A2d ime in priimek:

Preizkus znanja: množice točk v ravnini, razdalja med točkama, razpolovišče daljice, ploščina trikotnika, funkcije (premik, razteg, zrcaljenje, absolutna vrednost) 29.11.10

Vse naloge so vredne po 6 točk. Rešiti je treba 5 nalog, ena je dodatna.

1. Nariši množico vseh točk (x, y) v ravnini,
za katere je $|x - 3| < 2 \wedge |y + 1| \leq 3$. (L149/590f)
 $\Rightarrow -2 < x - 3 < 2 \wedge -3 \leq y + 1 \leq 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{1 < x < 5 \wedge -4 \leq y \leq 2}$

Lahko pa bi delali tudi z razdaljo: $|x - 3| < 2 \Rightarrow x$ je od 3 oddaljen manj kot za 2 $\Rightarrow 1 < x < 5$ in $|y + 1| \leq 3 \Rightarrow y$ je od -1 oddaljen manj ali enako kot za 3 $\Rightarrow -4 \leq y \leq 2$.

2. Izračunaj dolžino težiščnice na stranico b v trikotniku ABC z oglišči $A(3, -5)$, $B(0, 1)$ in $C(-1, -3)$. (L151/600)

Ker težiščnica spaja razpolovišče stranice z nasprotnim ogliščem, najprej razpolovimo stranico $b = AC$. Razpolovišče je $R_{AC}(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}) = R_{AC}(\frac{3 + (-1)}{2}, \frac{-5 + (-3)}{2}) = R_{AC}(\frac{2}{2}, \frac{-8}{2}) = (1, -4)$.

Dolžina težiščnice na stranico b pa je $t_b = d(R_{AC}B) = \sqrt{(0 - 1)^2 + (1 + 4)^2} = \sqrt{26} \approx 5,10$

3. S ploščino trikotnika dokaži, da ležijo točke $A(-4, -1)$, $B(-2, 3)$ in $C(1, 9)$ na isti premici. (L154/613)

Ploščina trikotnika ABC mora biti 0.

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 + 4 & 3 + 1 \\ 1 + 4 & 9 + 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 10 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (2 \cdot 10 - 4 \cdot 5) = 0$$

4. Izračunaj dolžino višine na stranico c v trikotniku ABC z oglišči $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$ in $C(1, 3)$. (L153/1,2)

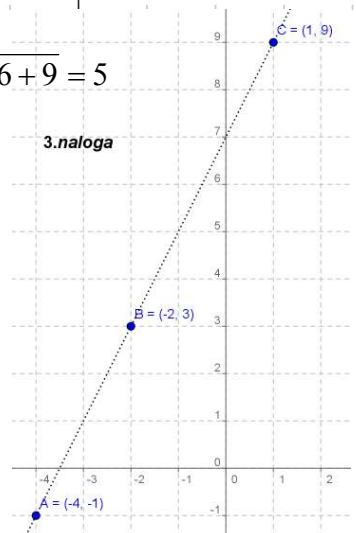
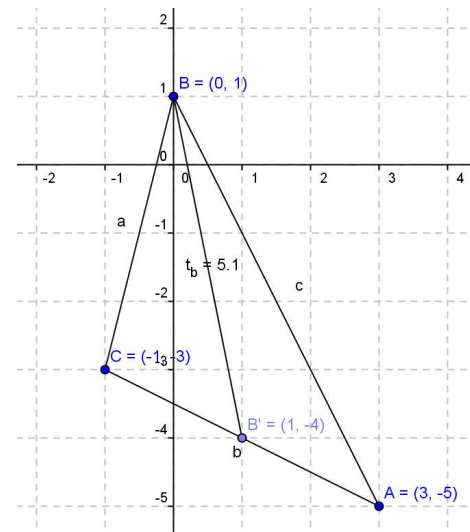
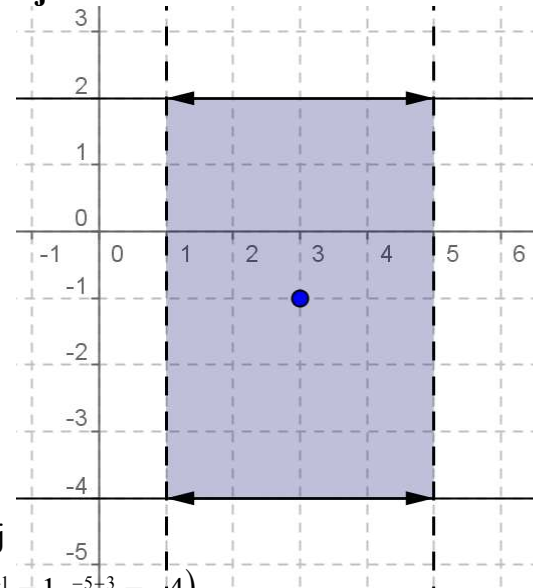
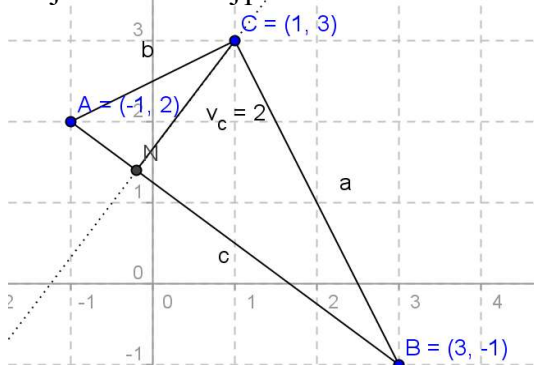
Pomagamo si s ploščino, ki jo izračunamo na dva načina, najprej po obrazcu

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 + 1 & -1 - 2 \\ 1 + 1 & 3 - 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (4 + 6) = 5.$$

Nato še obrazec, v katerem nastopa v_c : $S = \frac{c \cdot v_c}{2} \Rightarrow v_c = \frac{2S}{c}$.

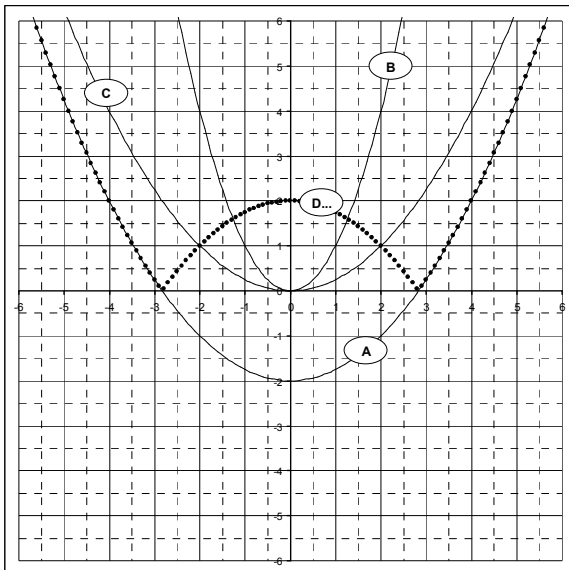
Potrebujemo še stranico c , dolžino daljice AB : $d(AB) = \sqrt{(3 + 1)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$

Sedaj imamo dovolj podatkov za višino: $v_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 5}{5} = 2$.



5. in 6. Reši nalogo s funkcijami. Izpolni prazna mesta. Računaj na dve decimalni mesti natančno.

Na naslednji strani – rešitve so rdeče.



$$\boxed{B} = x^2$$

$$R_{2x} \quad \boxed{C} = \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$P_{y-2} \quad \boxed{A} = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2$$

$$A_y \quad \boxed{D} = \left|\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2\right|$$

1. Koliko je zaloga vrednosti funkcije $A(x)$?
2. Koliko je začetna vrednost funkcije $D(x)$?
3. Reši enačbo $D(x) = 2$
4. Izračunaj ničle funkcije $A(x)$

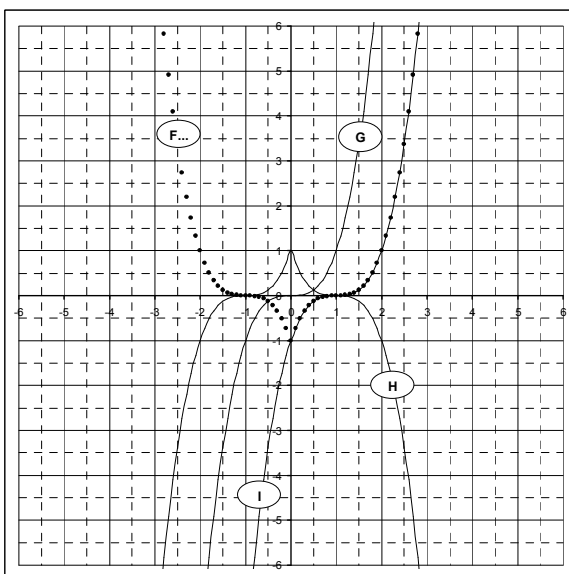
1. Zaloga vrednosti $A(x)$ je $Z_A = [-2, \infty)$

2. Začetna vrednost $D(x)$ je $D(0) = \left|\left(\frac{0}{2}\right)^2 - 2\right| = 2$, y os preseka pri 2

3. Enačba $D(x) = 2$: $\left|\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2\right| = 2 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 = 2 \rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 4 \rightarrow \frac{x}{2} = \pm 2 \rightarrow x = \pm 4$
 $\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 = -2 \rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow \frac{x}{2} = 0 \rightarrow x = 0$

Imamo tri rešitve: $x_1 = -4, x_2 = 0$ in $x_3 = 4$ (presečišča grafa z vodoravno premico $y = 2$)

4. Ničle $A(x)$: $\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \approx \pm 2,83$ (presečišča grafa z x - osjo)



$$\boxed{G} = x^3$$

$$P_{x+1} \quad \boxed{I} = (x-1)^3$$

$$A_x \quad \boxed{F} = (|x| - 1)^3$$

$$\boxed{Z_x} \quad \boxed{H} = -(|x| - 1)^3$$

1. Koliko je začetna vrednost funkcije $I(x)$?
2. Reši enačbo $F(x) = -1$.

1. Začetna vrednost $I(x)$ je $I(0) = (0-1)^3 = -1$, y os preseka pri -1

3. Enačba $F(x) = -1$: $(|x| - 1)^3 = -1 \Rightarrow |x| - 1 = -1 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0$ (presečišča grafa z vodoravno premico $y = -1$)