PROBLEMI

4–6, 1982

RAZPRAVE

POSKUS VRNITVE K VSEBINI

(*Alternativna logika C. I. Lewisa*)

Logični 'računi' se od sorodnih ali celo izomorfnih matematičnih sistemov razlikujejo po tem, da niso samo abstraktna igra s simboli, ampak morajo svoj *raison d'être* nenehno potrjevati v odnosu do svojega intencionalnega predmeta, tj. oblik mišljenja in (hkrati) logičnih zakonitosti jezika. Kakorkoli že ontološko interpretiramo status tega intencionalnega predmeta (realistično, konceptualistično, semiotično ali kako drugače), ostaja dejstvo, da je logika kot kánon mišljenja smiselna le toliko časa, dokler ohranja to intencionalnost – če pa se proglasi zgolj za formo, ki je neodvisna od vsake, tudi ideelne, vsebine, s tem postane bodisi ena izmed matematičnih iger z znaki bodisi tehnična disciplina, ki postavlja normative za izdelavo določenih strojev, npr. računalnikov. Status logike kot filozofske discipline je paradoksalen: njen začetek pri Aristotelu sovpada z emancipacijo forme od vsebine; popolno zmagoslavje forme nad vsebino, zapisa nad intencionalnim predmetom, pa bi bil njen konec.
Abstraktnost sodobnih logičnih deduktivnih sistemov, konvencionalizem pri aksiomatizaciji, neločljiva povezanost z matematiko, so ustvarili *videz*, da so zakoni formalne logike popolnoma neodvisni tako do subjekta, ki jih piše/misli, kakor tudi od intencionalnega predmeta (če za hip subjekt in objekt ločimo in odmislimo refleksivnost subjekta, ki se prezrcali v objekt). Toda ta neodvisnost logičnih računov je povsem imaginarna, kajti od Aristotela dalje je formalna logika 'organon' (=orodje) mišljenja ter tako osnova vsake filozofske in znanstvene metodologije, racionalne spoznave.
Konvencionalizem v logiki velja samo do določene meje: upravičen je pri izboru aksiomov iz množice teoremov nekega formalnega oziroma formaliziranega sistema, delno tudi pri izboru t. i. 'primitivnih pojmov'. Kot celota pa neki abstrakten formaliziran sistem (ali: »kalkil«) postane logični sistem šele z interpretacijo, s podelitvijo pomena znakom. Podelitev pomenov oziroma izgradnja semantike pa v formalni logiki ni povsem poljubna, ni nekakšen 'demiurgični akt', kakor jo nekateri logiki skušajo prikazati (npr. Carnap), ampak predpostavlja določene, v zgodovini človeške misli in prakse nastale zveze in objekte 'ideelnega' tipa, ali – če uporabimo ontološko bolj nevtralen izraz – intencionalne predmete.
Skušajmo to tezo ponazoriti na konkretnem primeru propozicionalnih (stavčnih) funkcij, ki tvorijo osnoven, najbolj 'primitiven' sistem v sodobni formalni logiki. Propozicionalnih funkcij, tj. povezav med dvema elementoma p in q, je v dvovalentnem propozicionalnem računu teoretično 16. Tolikšno je namreč po principih kombinatorike število možnih permutacij dveh elementov (0, 1) s štirimi mestnimi vrednostmi. Z matematičnega stališča so vse te zveze popolnoma enakovredne, z logičnega stališča pa so nekatere propozicionalne funkcije bolj relevantne od drugih (bolj relevantne so konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalenca), kar izhaja iz vnaprej mišljene oziroma določene podelitve pomenov tem funkcijam. Podobno bi lahko ugotavljali tudi za Aristotelove silogizme.

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
p	q		$\vee$			$\supset$		$\Leftrightarrow$	$\cdot$								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

Utemeljitelja sodobne formalne logike Russell in Whitehead v svojem znanem delu »Principia Mathematica« (1910) funkcijo $p \supset q$ uvajata kot primitiven pojem, kot pojem, ki naj bi bil implicitno definiran z aksiomi. V svojih neformalnih komentarjih to funkcijo nekoliko ponesrečeno imenujeta »materialna« implikacija, njen korelat v predikatnem računu pa »formalna« implikacija. Slednjo lahko razvežemo v konjunkcijo samih »materialnih« implikacij, vendar je to za naš kontekst obrobnega pomena. Če bi v okviru klasičnega propozicionalnega računa (sistema, razvitega na osnovi »Principia mathematica«) namesto implikacije za primitiven pojem – poleg negacije – izbrali konjunkcijo, bi lahko implikacijo uvedli s sledečo definicijo:

$$(p \supset q) = \text{ne-}\,(p\ .\ \text{ne-}q)\,,$$

pri čemer pika pomeni konjunkcijo, predpona 'ne-' pa negacijo. To definicijo lahko preberemo na sledeči način:
»p implicira q« pomeni isto kot »ni res, da je p resničen in hkrati q neresničen«. Podobno lahko govorimo o »materialni« ekvivalenci, ki jo definiramo kot obojesmerno »materialno« implikacijo.
Implikacija pa ima med drugimi propozicionalnimi funkcijami s semantičnega stališča izjemno vlogo, ker tvori osnovo za glavno shemo logičnega izpeljevanja:

$$\frac{P,\ P \supset Q}{Q}$$

ki jo lahko zapišemo tudi v obliki tavtologije, kot teorem, znan z imenom *modus ponens:*

$$(p\ .\ (p \supset q)) \supset q\ .$$

Vloga tako imenovane »materialne« implikacije v shemi izpeljevanja *modus ponens* je bila izhodišče za razmišljanje ameriškemu logiku **Clarence Irving Lewisu** v njegovih dveh znanih delih »A Survey of Symbolic Logic« (1918) in **»Symbolic Logic«** (skupaj z Langfordom, 1932, druga izdaja 1959).
Lewis ugotavlja, da je vloga »materialne« implikacije (v nadaljevanju bom spuščal narekovaje) kot matrično opredeljene funkcije s karakteristiko 1–0–1–1 (gl. tabelo št. 1) za glavno shemo izpeljevanja neustrezna, ker tako pojmovana implikacija ni usklajena z intuitivnim (običajnim, neformalnim) pomenom besede 'implicirati', ki pomeni 'slediti iz . .' ali 'izpeljati iz . .'. Če rečemo, da 'p im-

plicira q', s tem dovolj jasno mislimo, da je q posledica p, da vsebina stavka p nujno zahteva izpolnitev oziroma pravilnost stavka q. Pri intuitivnem pomenu termina 'implicirati' gre torej za neko *»logično vzročnost«*, za pomensko zvezo med dvema stavkoma, ki ni empirične narave, ampak temelji v sami notranji logični strukturi antecedensa in konsekvensa.

Očitno je, da materialna implikacija, kakor smo jo definirali zgoraj, ne more izpolnjevati te zahteve. Za primer si sposodimo stavek iz knjige Nika Prijatelja »Uvod v matematično logiko«, ki ga avtor navaja kot primer pravilne materialne implikacije: »Če je $2 \times 2 = 5$, potem je Ivan Cankar napisal dramo Lepa Vida.« To je pravilna materialna implikacija russellovskega tipa, saj je $p = 0$, $q = 1$, iz česar (gl. tabelo 1) sledi $p \supset q = 1$. Čeprav je implikacijska zveza pravilna, pa se takšno sklepanje (če implikacija pomeni sklepanje), ki je izraženo z zgornjim stavkom, upira vsaki zdravi pameti. Seveda, takoj moramo dodati, da ni samo pravilnost zveze $p \supset q$ tista, ki zagotavlja pravilen sklep tipa *modus ponens*, ampak da mora biti za pravilen sklep resnična tudi premisa p, kar pa v našem primeru ni. Sklepanje iz p na q je torej v tem primeru nepravilno. Lewisu pa to ni zadosti, ampak bi rad *prav sklepanje iz stavka p na stavek q izrazil z drugačno implikacijsko zvezo (funkcijo).*

Oglejmo si še en primer materialne implikacije, tokrat Lewisov. Stavek 'p' naj pomeni: »Rože so rdeče.« , stavek 'q' pa: »Sladkor je sladek.« Tudi v tem primeru je materialna implikacija $p \supset q$ pravilna, čeprav sta vsebinsko stavka povsem neodvisna. Podobno bi lahko rekli za primer, ko sta oba stavka, p in q, neresnična. Materialna implikacija je nepravilna samo v primeru, če je p resničen, q pa neresničen.

Lewis o materialni implikaciji pravi sledeče: »Od dveh poljubnih stavkov p in q je možnost, da p implicira q 75-odstotna; možnost, da se stavka medsebojno implicirata (da sta ekvivalentna) je 50-odstotna; možnost, da sta stavka neodvisna (da niti p ne implicira q niti q ne implicira p) pa je enaka nič!« (Sym. Logic, str. 145) K temu dodaja na nekem drugem mestu: »Materialna implikacija torej nima nobene možne (metodološke) vrednosti pri iskanju pravilnih hipotez za razlago nekega pojava« (str. 261). Da bi pojasnili to trditev, jo izrazimo še nekoliko drugače: dejstvo (ali pojav) q, kateremu iščemo pravilno hipotezo p, v primeru če je res dejstvo (tj. če je stavek q resničen, empirično preverjen itd.), velja ob *kakršnikoli* hipotezi, bodisi resnični ali neresnični – ne pojasnjuje pa kakršnakoli hipoteza (vzrok) dejstva q. To lastnost Lewis imenuje *paradoksalnost materialne implikacije.* V 'klasičnih' sistemih sodobne logike (Russell, Wittgestein, Carnap itd.) namreč veljata sledeča teorema, paradoksa materialne implikacije:

(1) $p \supset (q \supset p)$

(2) ne-$p \supset (p \supset q)$,

ki ju Lewis na osnovi intuitivnega pomena implikacije, interpretira na sledeč način:

(1): Če je p resničen, potem p sledi iz česarkoli (iz poljubnega q).

(2): Če je p neresničen, potem iz p sledi karkoli (poljubni q).

Paradoksalnost intuitivno razumljene materialne implikacije pa je razvidna tudi iz drugih pomembnih teoremov, ki nastopajo v 'klasičnih' sistemih, na primer iz sledečega:

(3) ne- $(p \supset q) \supset (p \supset$ ne-q)

Lewis ta teorem komentira takole: »Ko bi materialna implikacija dejansko ustrezala odnosu izpeljivosti (oziroma impliciranja; 'slediti iz . .'), potem ob veljavnosti teorema (3) *nobena dva stavka p in q ne bi mogla biti hkrati konsistentna in neodvisna,* kajti: če sta p in q konsistentna, ne more p implicirati ne-q, če pa sta neodvisna, p ne more implicirati q.« (str. 144) Ob predpostavki, da sta stavka p in q konsistentna in hkrati neodvisna (takšna sta ne primer dva aksioma istega deduktivnega sistema), bi bil teorem (3) neveljaven, ker bi imel antecedens glavne implikacije logično vrednost = 1, konsekvens pa = 0. Povejmo to še nekoliko drugače: če razumemo implikacijo kot odnos 'slediti iz . . .', potem antecedens ne- $(p \supset q)$ pove, da sta stavka p in q neodvisna, negacija konsekvensa ne- $(p \supset$ ne-q) bi pomenila, da sta p in q konsistentna, negacija te negacije ne- (ne- $(p \supset$ ne-q) pa, da p in q nista konsistentna. Ob upoštevanju pravila opustitve dvojne negacije lahko teorem (3) beremo tudi kot neke vrste paradoks:

(3) : Če sta p in q neodvisna, potem nista konsistentna. Paradoks je v tem, da takšna dva stavka pozitivno obstajata, po drugi strani pa naj bi obstoj takšnih dveh stavkov bil zanikan z logičnim teoremom oziroma zakonom. Kdor pozna aksiomatiko, ve, da je eden izmed bistvenih pogojev za gradnjo aksiomatskih deduktivnih sistemov prav ta, da so aksiomi medsebojno konsistentni in hkrati neodvisni. Če namreč ne bi bili konsistentni, bi takšen sistem vodil v protislovje; če pa ne bi bili neodvisni, bi se na primer aksiom Q dalo deducirati iz aksioma P, torej Q sploh ne bi bil aksiom, ampak teorem (dokazljiva teza). *In ultima analysi* bi na tak način prišli do enega samega in edinega aksioma . . . do nekakšne 'univerzalne formule'. V sistemih 'klasične' logike pa se da dokazati, da takšnega 'univerzalnega aksioma' ni (razen v Schefferjevem sistemu, ki uvaja kot primitiven pojem funkcijo, imenovano inkompatibilnost).

V »sistemu materialne implikacije« (kot Lewis imenuje Russellovo logiko) velja tudi sledeč teorem, ki je v tesnem sorodstvu z zgornjim, zato ga bomo označili s črtico:

(3') $(p \supset q) \vee (p \supset$ ne-q) .

Znak 'V' pomeni disjunkcijo. Lewisovo branje teorema (3') je takšno:

(3): Iz p sledi q ali ne-q; druge možnosti ni.

Z drugimi besedami: nobena dva stavka p in q ne moreta biti neodvisna.

Lewis se sprašuje, kako je propozicionalna funkcija s karakteristiko 1–0–1–1 sploh lahko dobila status implikacije? (Druge propozicionalne funkcije, npr. konjunkcija, disjunkcija itd., mnogo bolj ustrezajo svojim intuitivnim pomenom.) Na to vprašanje Lewis odgovarja, da gre za »nesrečni historični slučaj«. Citiram: »Dejstvo, da skoraj vsi sistemi v simbolni logiki bazirajo na relaciji ekstenzionalne ali materialne implikacije, izvira iz tega, da so bili vsi po vrsti postopoma zgrajeni na osnovi Boolove algebre – torej na osnovi računa, ki je bil sprva namenjen za računanje z množicami. Za (zgoraj navedenimi) nenavadnimi lastnostmi materialne implikacije ni ničesar skrivnostnega, razen to, da izvirajo iz nekoliko nesrečnega historičnega slučaja.« (str. 89) Materialna implikacija temelji *na relaciji podmnožice,* torej na povsem matematični relaciji, ne pa na logičnem (in hkrati intuitivno razumljenem) impliciranju. Lewis glede tega zaključuje: »Implikacija, ki temelji na ekstenzionalni relaciji podmnožice, ne more biti implikacija v striktnem pomenu besede.«

II.

Če se bežno ozremo nazaj, pa nam postane takoj jasno, da takšne zahteve, kakršno Lewis postavlja implikaciji, ne more izpolnjevati *nobena ekstenzionalna relacija* in ne samo takšna, ki »temelji na relaciji podmnožice«. Odnos impliciranja, »sledenja iz . .«, »logične vzročnosti« – ali kakor že razumemo implikacijo v striktnem pomenu – je namreč nujno povezan *z vsebino* izjav p in q, torej *intenzionalen.*

Tukaj je potreben manjši ekskurz. Tradicionalna logika, ki jo je utemeljil Aristotel, pri pojmu razlikuje vsebino in obseg. Vsebina in obseg nekega pojma naj bi bila v obratnem sorazmerju: čim bolj je neki pojem »vsebinski«, tem manjši je njegov obseg, in obratno. Tako naj bi npr. pojem 'Grk' imel več vsebine in manjši obseg kot pojem 'človek' ipd. Že v tradicionalni logiki pa postaja vse bolj odločilen obseg pojma, vsebina stopa v ozadje, kar se dogaja vzporedno z razvojem formalizacije logičnih računov. Že za Aristotelovo silogistiko lahko rečemo (vsaj za njen »apodiktični« del), da so silogizmi predvsem odnosi med obsegi pojmov, da so torej izrazito ekstenzionalni sklepi. (To je razvidno tudi iz možnosti, da silogizme ponazorimo s t. i. Vennovimi diagrami kot odnose med množicami.) – Sodobna logika je v svojih 'klasičnih' sistemih (Frege, Russell, Carnap itd.) še mnogo bolj dosledno in popolno razvila *princip ekstenzionalnosti* ter ga postavila za svoje bazično načelo. Fregejevo in Russellovo tezo ekstenzionalnosti lahko, malce poenostavljeno, zapišemo takole:

$$(x = y) = (f)\,(f(x) \Leftrightarrow (f\,(y).$$

Dve 'stvari' (logični entiteti, pojma itd.) sta istovetni takrat, če lahko vse lastnosti, ki jih ima 'stvar' x, pripišemo 'stvari' y, in obratno. Kakšne so te lastnosti, za ekstenzionalno logiko ni pomembno, kajti vsebina je podrejena obsegu: če se obsega preseka vseh lastnosti, ki pripadajo x, in preseka vseh lastnosti, ki pripadajo y, pokrivata, potem sta x in y identična, ne glede na to, ali sta po vsebini (intenzionalno) različna. Očitno je, da v ekstenzionalni logiki deluje princip abstrakcije, ki je 'sposojen' iz matematike, iz teorije števil: 5 = 5, ne glede na to, ali petica na levi strani enačaja predstavlja jabolke, petica na desni strani enačaja pa hruške.

Princip ekstenzionalnosti lahko izrazimo tudi na sledeči način: vsaka izjava, izrečena v intenzionalnem jeziku, je lahko brez izgube prevedena v ekstenzionalni jezik. Zgodovinar logike W. Kneale v svojem znanem delu »The Development of Logic« pravi sledeče: »Intenzionalni jezik vsebuje izjave in (hkrati tudi) designate izjav, ekstenzionalni pa samo izjave. . . . Vsi naravni jeziki so intenzionalni.« (str. 602) Vlogo designatov izjav v naravnem jeziku igrajo na primer besede oz. stavki v premem govoru. Narekovaji pri premem govoru označujejo designate izjav, označujejo to, da so stavki v narekovanjih v nekem smislu 'stavki na drugo potenco'. Intenzionalni jezik je nujno večplasten, ekstenzionalni pa enoplasten – to svojo enoplastnost dosega prav s pomočjo zgoraj nakazane redukcije vsebine na obseg.

Tukaj se seveda odpira zelo široka problematika, ki jo v pričujočem prispevku o alternativni logiki C. I. Lewisa ne moremo v nakazani širini razvijati naprej, če se nočemo izgubiti v vsej njeni razvejanosti. Preden se vrnemo k problemu implikacije, si na kratko oglejmo le še to, kaj »princip ekstenzionalnosti« pomeni v propozicionalni (stavčni) logiki – pomeni redukcijo stavkov na logično vrednost 1 ali 0. Lewis pravi: »V klasični propozicionalni logiki znaki p, q, r, . . dejansko ne označujejo stavkov (različnih smiselnih trditev), ampak samo njihovo resničnost ali neresničnost, razred(a) primerov (1 ali 0), v katerih so stavki (ne) resnični.« (str. 87). V ozadju nomenklature p, q, r, s, . . . je torej *binarni kod*, ki vse razlike reducira na razliko med enico in ničlo.

Glavno vprašanje, ki se logiku po osvetlitvi principa ekstenzionalnosti zastavlja, je seveda sledeče: ali je sploh mogoče zgraditi intenzionalni logični sistem? Ali ni princip ekstenzionalnosti nujen pogoj vsakršne logike? Če ta princip zavržemo, ali ni to tako – kot pravi pregovor – da »z vodo v banji zlijemo tudi otroka«? Ali ni »gospostvo forme« nekaj istega kot sama logika? – Lewis smatra,

da to ni tako. Prepričan je, da je možno zgraditi logični sistem, ki vključuje tudi »princip intenzionalnosti«, takšen sistem, ki v določenem smislu vključi tudi vsebino izjav v formalne logične strukture. Ali se mu je to posrečilo ali ne, o tem logiki še niso izrekli zadnje besede. Dejstvo pa je, da je Lewisov poskus vrnitve k vsebini, poskus izgradnje intenzionalne logike na principih modalnosti in »striktne implikacije«, še danes, po petih desetletjih, predmet živahnih razprav med logiki, zlasti med tistimi, ki bi radi logiko spet povezali s filozofsko in znanstveno metodologijo ter jo rešili splošne 'computerizacije'.
Vrnimo se torej k Lewisovemu problemu implikacije in si na kratko oglejmo, kako se iz njegovega pojmovanja implikacije rodi nov, dokaj svojevrsten sistem intenzionalne (modalne) logike.
Za uvedbo **»striktne implikacije«** torej ne zadostuje nobena ekstenzionalna relacija (gl. zgoraj). Za uvedbo »striktne implikacije« (v nadaljevanju bom opuščal narekovaje) je nujen takšen intenzionalen formalen sistem, ki vsebuje poleg stavkov p, q, r, . . tudi *designate* teh stavkov, kot npr.: »*Možno je, da* p.« ali »*Nujno je, da* q sledi iz p.« itd. Uvedba striktne implikacije nas vodi v modalno logiko, kjer nastopajo znotraj sistema takšni pojmi kot npr. možnost ali nujnost. Pomislimo na šolski stavek: »Če dežuje, potem (*je nujno, da*) so ceste mokre.« Logična vzročnost in nujnost sta med seboj kar najtesneje povezani. Za uvedbo takšne implikacijske zveze, ki bi bila usklajena z intuitivnim pomenom izraza 'implicirati', za uvedbo striktne implikacije, je potreben nov metodološki pristop pri konstrukciji sistema propozicionalne logike. Vodilo pri konstrukciji tega sistema je Lewisu sledeče razumevanje (striktne) implikacije:

»p implicira q« je sinonim za: »q je *izpeljiv* iz p«;
»p ne implicira ne-q« je sinonim za: »p je *konsistenten* s q«;
»p ne implicira q« je sinonim za: »p je *neodvisen* od q«.

Sistem striktne implikacije, kakor ga je Lewis skupaj z Langfordom razvil leta 1932 v prvi izdaji »Symbolic Logic« (pozneje ta sistem dobi oznako S_2 za razliko od logičnega sistema S_1 iz razprave »Survey of Symb . . .« z letnico 1918, na eni strani, in poznejših sistemov striktne implikacije S_3 do S_5 in še dalje, na drugi strani, ki jih je delno razvil Lewis sam v drugi izdaji »Symbolic Logic« z letnico 1959, nadaljevali pa so jih njegovi nasledniki) – sistem S_2, s katerim je Lewis zaslovel, vsebuje poleg negacije in konjunkcije kot primitiven pojem tudi *možnost ali sámo-konsistentnost* $\Diamond$ p, ki jo lahko, kakor Lewis na začetku navaja, intuitivno beremo takole:
»$\Diamond$ p« je sinonim za:

1) »p je sámo-konsistenten«
2) »p je možen«
3) »možno je, da je p resničen«

»$\Diamond$ (p.q)« je sinonim za: . . . . »p in q sta konsistentna«
Negacija možnosti ne-p, ki jo lahko zapišemo kot ne-$\Diamond$ ne-p, je nujnost p. Kot znak za »nujno je, da . .« se je pozneje uveljavil kvadratek (čeprav ga Lewis še ne uporablja):

$$\Box \text{p} = \text{ne-} \Diamond \text{ ne-p}.$$

Nujnost p torej formalno pomeni isto kot nemožnost ne-p. Negacija možnosti p ali ne-$\Diamond$ p pa je ne-(sámo)-konsistentnost.
Na osnovi primitivnega pojma $\Diamond$ p nato Lewis definira *striktno implikacijo*:

$$(\text{p} \rightarrow \text{q}) = \text{ne-} \Diamond (\text{p . ne-q}),$$

kar lahko preberemo: »p (striktno) implicira q« je sinonim za: »ni možno, da je p resničen in hkrati q neresničen«. Če to definicijo primerjamo z definicijo materialne implikacije, ki je bila navedena na začetku pričujočega spisa, lahko vidimo, da je pri striktni implikaciji bistven poudarek *»ni možno*, da p in hkrati ne-q«. Tega poudarka pri materialni implikaciji ni. Odnos med obema implikacijama lahko še bolj jasno zapišemo na sledeč način:

$$(p \rightarrow q) = \Box (p \supset q).$$

Sistem striktne implikacije, ki ga razvije Lewis v »Symbolic Logic«, vsebuje namreč tako striktno kot materialno implikacijo. Razlika med njima se lepo vidi iz primerjave sledečih dveh tabel:

p	q	p ⊃ q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

p	q	p → q
1	1	nedoločeno
1	0	0
0	1	nedoločeno
0	0	nedoločeno

Iz tabele za striktno implikacijo je jasno razvidno, da *striktna implikacija ni resničnostna funkcija* (angl.: truth-function), kajti njena vrednost ne more biti splošno in enoznačno določena s tem, če vemo le za resničnost ali neresničnost (1 ali 0) njenih elementov p in q. (Prim. Tabelo št. 1!) Tabelarične karakterizacije torej ne pridejo v poštev za vse funkcije sistema striktne implikacije, ker ta sistem ni ekstenzionalen. Zato Lewis prezentira svoj sistem S_2 aksiomatično, z logistično metodo, za katero je prepričan, da jo lahko uporabimo tudi pri nekaterih intenzionalnih jezikih. Sistem S_2 vsebuje devet aksiomov, ki jih Lewis (spet za razliko od prejšnjega in poznejših sistemov) označi z veliko črko B in indeksi od 1 do 9. Privih sedem aksiomov je povsem 'klasičnih', določajo relacije komutativnosti, tranzitivnosti, opustitev dvojne negacije itd., podobno kot aksiomi v sistemih ekstenzionalne logike. Aksioma B_8 in B_9 pa uvajata modalne operatorje in striktno implikacijo. Čeprav v pričujočem zapisu ne moremo strogo formalno prikazati razvoja sistema S_2 in se bomo v nadaljevanju omejili le na posamezne teoreme (teze) znotraj teg sistema brez navajanja dokazov zanje, pa bolj zaradi zanimivosti navedimo aksioma B_8 in B_9 tudi v formalni obliki. Lewis imenuje aksiom B_8 »aksiom konsistentnosti«, B_9 pa »aksiom eksistence«:

$$(B_8) : \Diamond (p.q) \rightarrow \Diamond p$$
$$(B_9) : (\exists\, p, q)\ \exists\ (\text{ne-}(p \rightarrow \text{ne-}q)).$$

Na osnovi aksiomov B_1 do B_9 lahko dobimo sistem teoremov striktne implikacije (=logičnih zakonov striktne implikacije), ki je ožji kot sistem teoremov 'klasične' materialne implikacije, kakor jo npr. razvijeta Russell in Whitehead v »Principia Mathematica«. V Lewisovem sistemu striktne implikacije iz aksiomov B_1 do B_9 *ni* mogoče razviti na primer naslednjih teoremov:

$$(1°) : p \rightarrow (q \rightarrow p)$$
$$(2°) : \text{ne-}p \rightarrow (p \rightarrow q).$$

Če (1°) in (2°) primerjamo s teoremoma (1) in (2), ki ju Lewis označuje kot »paradoksa materialne implikacije« (glej zgoraj), vidimo, da je domnevna paradoksalnost z uvedbo striktne implikacije odpravljena, saj (1°) in (2°) v sistemu striktne implikacije nista logična zakona oziroma teorema.
Oglejmo si še nekaj nadaljnjih primerjav med materialno in striktno implikacijo. V sistemu striktne implikacije velja kot teorem:

$$(4) : (p \rightarrow q) \rightarrow \text{ne-}(p \,.\, \text{ne-}q),$$

ne velja pa obratno:

$$(4°) : \text{ne-}(p.\ \text{ne-}q) \rightarrow (p \rightarrow q),$$

čeprav lahko v sistemu materialne implikacije oba analogna teorema združimo v:

$$(4') : (p \supset q) \Leftrightarrow \text{ne-}(p \,.\, \text{ne-}q).$$

Vzemimo prejšnji primer: stavek p naj pomeni »rože so rdeče«, stavek q pa »sladkor je sladek«. Čeprav je takšna interpretacija antecedensa v implikaciji (4°) resnična, pa iz tega ne moremo sklepati: stavek »rože so rdeče« (striktno) implicira stavek »sladkor je sladek«. Podobno velja za »2 × 2 = 5« in »Cankar je napisal Lepo Vido«.
Da je striktna implikacija ožja, bolj »stroga« relacija kot materialna implikacija, nam ponazarjata tudi sledeči formuli z oznakama (5) in (5°). V sistemu striktne implikacije velja teorem:

$$(5) : (p \rightarrow q) \rightarrow (p \supset q),$$

ne velja pa obrat tega teorema, namreč:

$$(5°) : (p \supset q) \rightarrow (p \rightarrow q).$$

Fines sistema striktne implikacije bi lahko navedli še mnogo; zlasti so zanimivi tisti teoremi, ki s pomočjo modalnih operatorjev vključujejo v propozicionalno logiko razne zakonitosti (npr. konsistentnost, neprotislovnost itd.), ki jih 'klasični' logični sistemi obravnavajo na ravni meta-logike oziroma teorije deduktivnih sistemov. Intenzionalni jezik sistema striktne implikacije v nekem smislu omogoča premostitev razcepa med teorijo in meta-teorijo, med jezikom in meta-jezikom, ne da bi pri tem vodil v logične paradokse Russellovega tipa.

III.

Najbolj nenavaden in za Lewisove kritike vprašljiv pa je *»eksistenčni aksiom«* B_9, ki smo ga navedli zgoraj. Ta aksiom se od običajnih aksiomov razlikuje že po obliki, saj v njem nastopa eksistencialni kvantifikator, kar je za aksiom – ki naj bi bil univerzalen stavek – dokaj nenavadno. Aksiom B_9 najbolj radikalno razločuje sistem striktne implikacije od sistema materialne implikacije, saj ta aksiom potrjuje prav nekaj, kar v sistemu materialne implikacije ni možno: hkratno konsistentnost in neodvisnost dveh stavkov p in q. Če povežemo konsistentnost ne-(p → ne-q) in neodvisnost ne-(p → q), namreč dobimo prav:

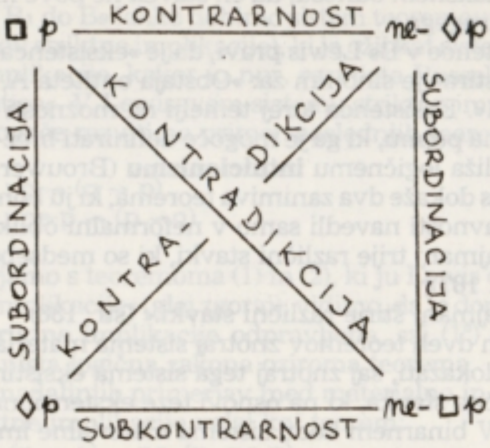
$$(B_9) : (\exists\, p, q)\ (\text{ne-}(p \rightarrow q) \,.\, \text{ne-}(p \rightarrow \text{ne-}q));$$

ta aksiom lahko beremo tudi takole: »Eksistira takšen par stavkov p in q, v ka-

terem sta p in q v takšnem odnosu, da en stavek ne pove ničesar o resničnosti ali neresničnosti drugega.«
Glede pojma eksistence v B_9 Lewis pravi, da je »eksistenca« tukaj mišljena hipotetično. »A eksistira« je sinonim za: »Obstaja entiteta A, ki jo je možno definirati, tako da . . .«. Eksistenca torej temelji na možnosti intelektualne konstrukcije oziroma na pojmu, ki ga je mogoče definirati brez protislovnosti. S to tezo se Lewis približa logičnemu **intuicionizmu** (Brouwer, Heyting idr.).
Na osnovi B_9 Lewis dokaže dva zanimiva teorema, ki ju bomo zaradi večje preglednosti in enostavnosti navedli samo v neformalni obliki:
(6) : »Eksistirajo najmanj trije različni stavki, ki so medsebojno konsistentni.« (»Symb. Log.«, str. 187);
(7) : »Eksistirajo najmanj štirje različni stavki.« (str. 188)
Lewis pravi, da teh dveh teoremov znotraj sistema materialne implikacije nikakor ni mogoče dokazati, saj znotraj tega sistema eksistirata dejansko samo dva (logično) različna stavka, ki na osnovi teze ekstenzionalnosti sovpadata z razredoma 1 in 0. V binarnem kodu sistema materialne implikacije bi se dalo dokazati kvečjemu sledeči teorem: $(\exists\, p, q)$ (ne-$(p = q)$). Teorema (6) in (7) pa v sistemu striktne implikacije omogočata štiri (logično) različne stavke, znotraj katerih obstajata dve konsistentni trojici. Za Lewisovo logiko torej ne zadostuje več zgolj binarni kod, ampak se z uvedbo modalitet neposredno navezuje na **večvalentne logike.** Odnos med modalnimi in večvalentnimi logičnimi sistemi je predmet številnih novejših logičnih razprav, med najbolj znanimi je razprava Roberta Ackermanna »An Introduction to Many-Valued Logics« (1967). Ackermann v tej študiji izhaja iz najbolj očitne razlike med modalnimi in večvalentnimi sistemi, namreč iz tega, da so modalni sistemi prezentirani aksiomatično, večvalentni (npr. Lukasiewiczev) pa matrično; nadalje se sprašuje, ali je mogoče za poljuben aksiomatsko definiran modalni sistem najti ustrezno matrično karakterizacijo, in obratno. Odgovor na to vprašanje je nikalen: modalni in večvalentni sistemi niso izomorfni, zato je takšno 'prevajanje' nemogoče. Ta na prvi pogled malce nepričakovani sklep nam postane bolj razumljiv, če pomislimo na bistveno razliko med obema vrstama logičnih sistemov, ki se ne zadovoljujeta z binarnim kodom 'klasične' logike – *večvalentni sistemi* (kakor jih je zasnoval Lukasiewicz) *so ekstenzionalni, modalni sistemi* (kakor jih je zasnoval Lewis) *pa so intenzionalni.* Brez dvoma pa imata ti dve veji alternativnih logik precej skupnih točk.
Lewisovi nasledniki na področju modalne logike (Becker, Henle idr.) so sistemu S_2 dodajali nove aksiome za eliminacijo »dvojnih« in »mnogokratnih« modalitet. Tako so nastali novi sistemi z oznakami S_3, S_4, S_5 itd. Za primer navadimo dva takšna aksioma (v dveh oblikah):

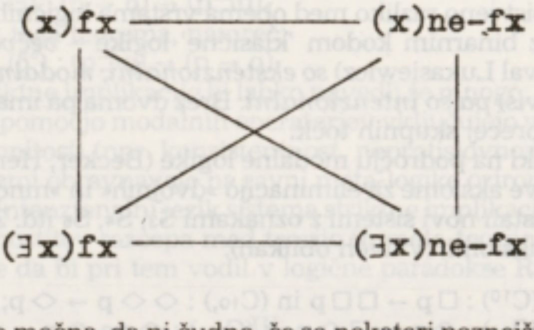
$$(C^{10}) : \Box p \rightarrow \Box\Box p \text{ in } (C_{10'}) : \Diamond\Diamond p \rightarrow \Diamond p;$$
$$(C_{11}) : \Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p \text{ in } (C_{11'}) : \Diamond \text{ne-}\Diamond p \rightarrow \text{ne-}\Diamond p.$$

Ti aksiomi so metodološko problematični, ker z redukcijo dvojnih in mnogokratnih modalitet »pridobivamo na gotovosti«: npr. iz možnosti p sklepamo na nujno možnost p, iz možne nemožnosti na (faktično) nemožnost itd. Zato je bil sam Lewis proti takšnim redukcijam, ker je smatral, da je njegov sistem S_2 kljub dokajšni kompliciranosti najbolj strikten.
Na osnovi principov redukcije $(C_{10'})$ in $(C_{11'})$ dobimo *štiri primarne modalitete,* ki jih lahko razvrstimo v **»modalitetini kvadrat«:**




```
A-stavek:    □p   : resničen, nujen
E-stavek: ne-◇p   : neresničen, nemogoč
I-stavek:    ◇p   : resničen, ne nujen
O-stavek: ne-□p   : neresničen, ne nemogoč
```

Modalitetni kvadrat nas neposredno spominja na klasični logični kvadrat iz Aristotelovega »Organona«, ki ga lahko v nekoliko poenostavljenem sodobnem zapisu formuliramo takole:



Analogija je tako močna, da ni čudno, če so nekateri poznejši logiki-ekstenzionalisti (npr. Church, že prej pa tudi Carnap) skušali povezati modalne operatorje s kvantifikatorji ter tako intenzije znova zvesti na ekstenzije. Lewis pa odločno nasprotuje taki interpretaciji svoje modalne logike – s takšno interpretacijo se namreč izgubi tudi striktna implikacija, za katero je prepričan, da je z njo našel tisto logično zvezo, ki popolnoma ustreza intuitivnemu pomenu implikacije kot principa izpeljevanja, saj je »p → q pravilna, ko je q izpeljiv iz p, in nepravilna, ko q ni izpeljiv iz p« (str. 245). Pot od »gospostva forme« k ponovnem iskanju vsebine je torej nakazana, čeprav je Lewisovo pojmovanje striktne implikacije morda le prvi korak. Korak pa vendarle. Klic po smislu sredi same trdnjave formalistične mašinerije.

Marko Uršič